

Combinazione dei carichi

Un passo fondamentale del progetto di un'opera civile è sicuramente l'analisi delle forze agenti su essa che sono necessarie per l'individuazione delle corrette sollecitazioni e per il progetto delle sezioni resistenti.

In riferimento alle Normative vigenti, le azioni da considerare nelle costruzioni comprendono in genere: pesi propri degli elementi costituenti la struttura, carichi permanenti, sovraccarichi variabili per gli edifici, variazioni termiche e igrometriche, cedimenti di vincoli, azioni sismiche e dinamiche in genere, azioni eccezionali. Secondo il Metodo semi-probabilistico agli Stati Limite, tali azioni in particolare sono combinate linearmente, mediante opportuni coefficienti che tengono conto della durata prevista per ciascuna azione, della frequenza del suo verificarsi e della probabilità di presenza contemporanea di più azioni.

Le formule di combinazione qui indicate hanno carattere orientativo e possono applicarsi a costruzioni civili o industriali di tipo corrente per le quali non esistono regolamentazioni specifiche. Con riferimento alla Circolare Ministeriale del 4/7/1996, per gli "Stati Limite Ultimi" (SLU) si adotteranno le combinazioni espresse simbolicamente come segue:

$$F_d = \gamma_g G_k + \gamma_p P_k + \gamma_q Q_{1k} + \sum_{i=2}^n \gamma_{qi} (\psi_{0i} \cdot Q_{ik})$$

dove i segni + e Σ significano l'applicazione concomitante dei rispettivi addendi ed il coefficiente γ_{qi} (pari a 1,5 oppure a 0) va applicato a ciascun carico Q_{ik} con il valore appropriato.

Si assumono i coefficienti γ_f sulle azioni:

$$\gamma_g = 1,4 \text{ (1,0 se il suo contributo aumenta la sicurezza);}$$

$$\gamma_p = 0,9 \text{ (1,2 se il suo contributo diminuisce la sicurezza);}$$

$$\gamma_q = 1,5 \text{ (0 se il suo contributo aumenta la sicurezza);}$$

ed essendo:

G_k il valore caratteristico delle azioni permanenti;

P_k il valore caratteristico della forza di precompressione;

Q_{1k} il valore caratteristico dell'azione di base di ogni combinazione;

Q_{ik} i valori caratteristici delle azioni variabili tra loro indipendenti;

Ψ_{0i} coefficiente di combinazione allo stato limite ultimo, da determinarsi sulla base di considerazioni statistiche; in assenza di queste si assume Ψ_{0i} , non inferiore a 0,7 per i carichi variabili di esercizio nei fabbricati per abitazione e uffici e/o non inferiori a 0,7 per neve e vento. Questo coefficiente vuole rappresentare la scarsa probabilità che le azioni variabili si presentino tutte contemporaneamente con il loro valore caratteristico (assumendo che l'azione di base si presenti con il valore caratteristico, per le altre sarà assunto un valore inferiore, infatti Ψ_{0i} è minore di 1).

Qualora le deformazioni impresse esercitino una azione significativa sullo stato limite ultimo considerato se ne terrà conto applicando loro un coefficiente pari a 1,2. Il contributo delle deformazioni impresse, non imposte appositamente, deve essere trascurato se a favore della sicurezza.

Nella espressione di F_d ciascuna azione variabile deve essere di volta in volta assunta come azione di base della combinazione.

Analogamente esiste una combinazione di carichi per gli “Stati Limite di Esercizio” che hanno coefficienti differenti rispetto a quelli degli S.L.U. (Circolare ministeriale 4 luglio 1996 n. 156 C.3.2.2).

- *Scelta delle combinazioni sfavorevoli*

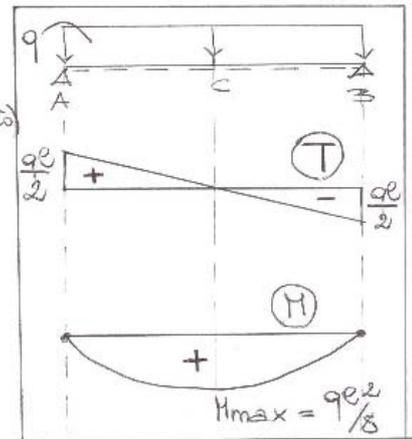
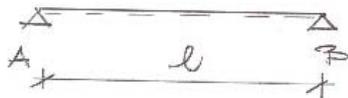
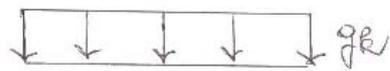
A seconda della struttura considerata e dalle azioni agenti su di essa, non è possibile direttamente a priori stabilire quale sia la combinazione e la disposizione dei carichi più punitiva per gli elementi strutturali che la compongono, specialmente se si ha a che fare con strutture complesse. In alcuni casi invece, data la semplicità della costruzione, ciò è possibile.

Si riportano pertanto nel seguito due esempi chiarificatrici della spiegazione sopra scritta:

- caso *a*: trave semplicemente appoggiata con carico permanente e carico accidentale costituito dal vento (in depressione).

g_k = carico permanente unif. ripartito

q_k = carico accidentale unif. ripartito (vento)



In questo caso, c'è un unico carico variabile. Appare immediato che la combinazione di carico più punitiva (trave inflessa) deve essere ricercata in modo da massimizzare il momento in mezzeria.

A titolo esplicativo si scrivono le combinazioni che dovrebbero essere tenute in considerazione:

C1: $F_d = 1,4 \cdot g_k$

C2: $F_d = 1,4 \cdot g_k + 1,5 \cdot q_k$

C3: $F_d = 1 \cdot g_k + 1,5 \cdot q_k$

C4: $F_d = 1,0 \cdot g_k$

Considerando il momento positivo, ovviamente la C1 è più punitiva della C4.

Considerando una possibile inversione del momento (dipendente però dall'entità del carico di vento) la C3 è più punitiva della C2. Quindi, prescindendo dall'entità dei carichi, sarebbe necessario effettuare le verifiche sia per la C1, sia per la C3.

Naturalmente, la combinazione di carico più punitiva, con il vento è in depressione e di lieve entità, sarà quella con i pesi propri senza la presenza di vento (C1). Ovviamente, se il carico del vento fosse molto elevato, allora la condizione peggiore si potrebbe avere con la combinazione C3.

N.B.: se vi fosse la presenza di un ulteriore carico accidentale q_{k2} distribuito ed orientato come i carichi permanenti g_k , ci sarebbero differenti condizioni di carico da tenere in

considerazione. Si riportano di seguito quelle per cui, seguendo analogo ragionamento, le sollecitazioni flessionali sarebbero massimizzate:

$$C1: F_d = 1,4 \cdot g_k + 1,5 \cdot q_{k2}$$

$$C2: F_d = 1 \cdot g_k + 1,5 \cdot q_k$$

La combinazione C1 (in cui l'azione variabile di base è il carico accidentale q_{k2}) massimizza il momento positivo in mezzzeria e la C2 (in cui l'azione variabile di base è il vento è in depressione q_k) sarebbe più punitiva in caso di una possibile inversione del momento.

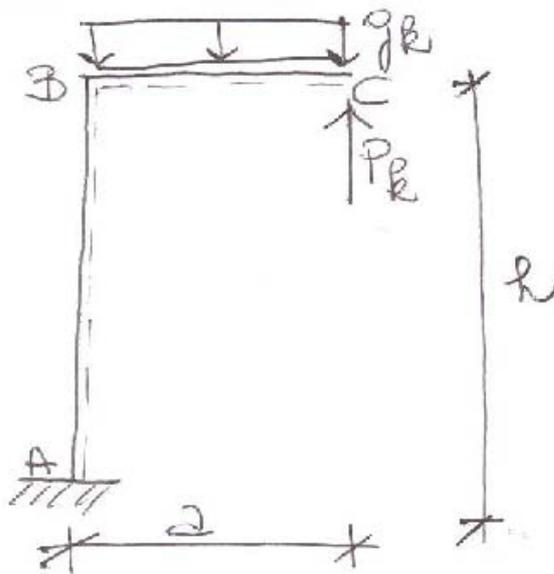
Altre combinazioni possibili (ma scartabili a priori) sarebbero per esempio:

$$C3: F_d = 1,4 \cdot g_k + 1,5 \cdot q_{k2} + 0,7 \cdot 1,5 \cdot q_k$$

$$C5: F_d = 1,0 \cdot g_k + 1,5 \cdot q_k + 0,7 \cdot 1,5 \cdot q_{k2}$$

C6:

- caso *b*: pensilina incastrata alla base con un carico permanente uniformemente distribuito g_k e uno accidentale concentrato P_k .



Le combinazioni agli S.L.U. si possono così riassumere:

$$C1: F_d = 1,4 \cdot g_k + 1,5 \cdot P_k$$

$$C2: F_d = 1,0 \cdot g_k + 1,5 \cdot P_k$$

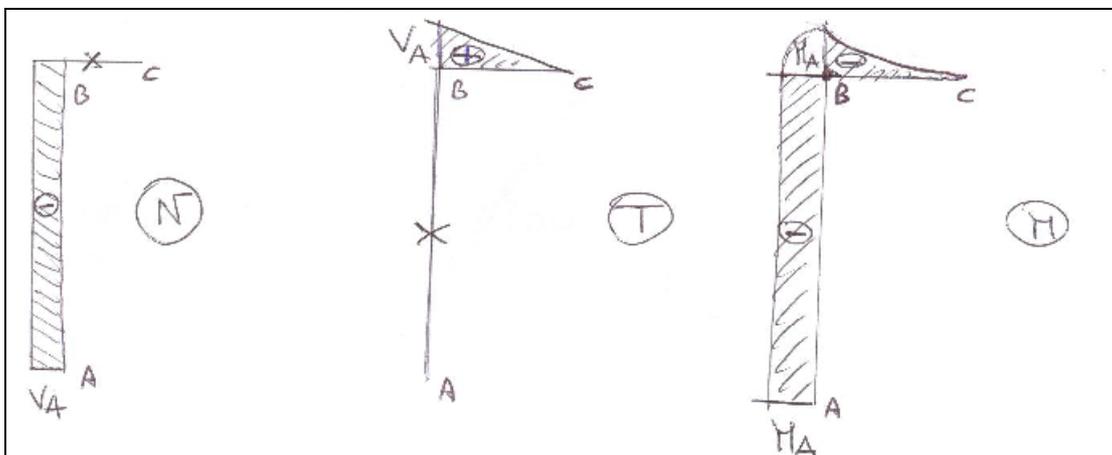
$$C3: F_d = 1,4 \cdot g_k$$

(NB: la condizione C4 $F_d = 1,0 \cdot g_k$ è scartabile a priori, in quanto palesemente meno punitiva delle altre sia per il ritto - o colonna -, sia per il traverso).

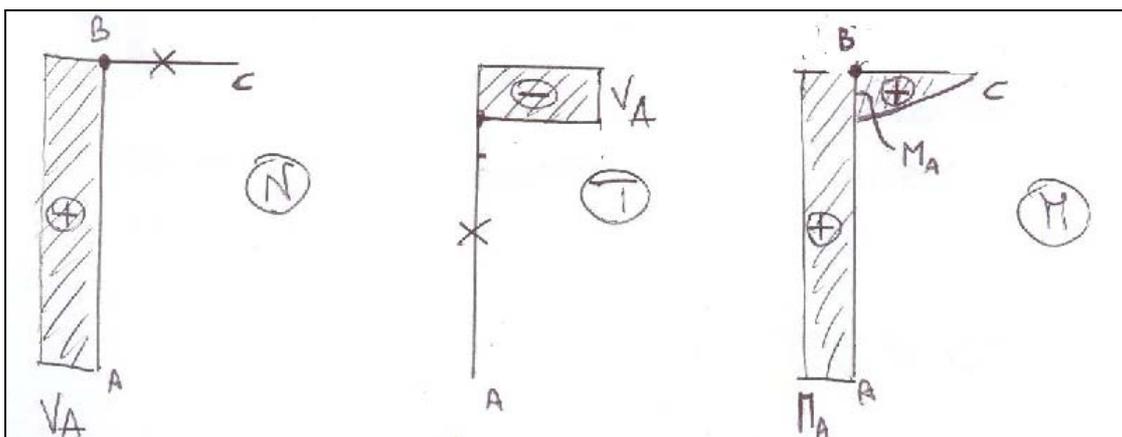
A priori (senza conoscere l'entità dei carichi) risulta impossibile dire quale sia la combinazione più sfavorevole rispettivamente per il ritto (presso o tenso-inflesso) e per il traverso (inflexo). Occorre determinare le caratteristiche di sollecitazione per tutte le 3 combinazioni, osservando che la combinazione di carico più gravosa per la colonna può non essere, in molti casi, quella più punitiva per il traverso.

Si mostra nel seguito il diagramma delle caratteristiche di sollecitazione per ciascuno dei carichi elementari, senza fare entrare in gioco i coefficienti di combinazione.

Carico elementare permanente g_k



Carico elementare accidentale P_k



Svolgendo i calcoli con tutte le combinazioni ed assumendo a titolo di esempio $g_k = 24000\text{N/m}$ e $P_k = 12000\text{N}$ si ricavano i valori nella seguente tabella:

		Combinazione 1	Combinazione 2	Combinazione 3
Ritto AB	N_{AB} (N)	-15600	-6000	-33600
	T_{AB} (N)	0	0	0
	M_{AB} (Nm)	3600	18000	-50400
Traverso BC	N_{BC} (N)	0	0	0
	T_B (N)	15600	6000	33600
	T_C (N)	-18000	-18000	0
	M_B (Nm)	3600	18000	-50400
	M_C (Nm)	0	0	0

In tal caso, come evidenziato in tabella, emerge che la combinazione 3 è la più sfavorevole sia per il traverso (momento e taglio massimi), sia per la colonna presso-inflessa (momento e normale massimi).

Se invece fosse che $g_k = 10000\text{N/m}$ e $P_k = 30000\text{N}$ si ricavano i valori nella seguente tabella:

		Combinazione 1	Combinazione 2	Combinazione 3
Ritto AB	N_{AB} (N)	30000	15000	-42000
	T_{AB} (N)	0	0	0
	M_{AB} (Nm)	72000	90000	-63000
Traverso BC	N_{BC} (N)	0	0	0
	T_B (N)	-3000	-15000	42000
	T_C (N)	-45000	-45000	0
	M_B (Nm)	72000	90000	-63000
	M_C (Nm)	0	0	0

Si evince che in questo caso per il traverso la combinazione 2 è la più gravosa, mentre per la colonna la normale massima è con la combinazione 3 mentre il momento massimo è con la 2 (entrambe le combinazioni dovranno essere considerate).

É pertanto necessario in conclusione valutare quale sia la condizione più punitiva generata dalle combinazioni di carico per i vari elementi strutturali.

Progetto della pensilina (dimensionamento elementi inflessi e presso-inflessi)

Considerando ora le sollecitazioni calcolate nella combinazione 3 del 1° caso si progettano gli elementi colonna e traverso.

- Colonna

Le sollecitazioni sono:

$$M_{AB} = M \text{ costante} = -50,4 \text{ kNm}$$

$$N_{AB} = N \text{ costante} = -33,6 \text{ kN}$$

La colonna risulta pertanto presso-inflessa. Per tale elemento si devono condurre sia verifiche di resistenza, sia di stabilità che nella maggior parte dei casi sono quelle più punitive.

Nel caso in esame, poiché il centro di pressione giace su uno dei piani principali di inerzia della sezione si ha compressione e flessione retta.

Si utilizza acciaio Fe 430 la cui resistenza di progetto è $f_d = 275 \text{ N/mm}^2$.

Dimensionamento

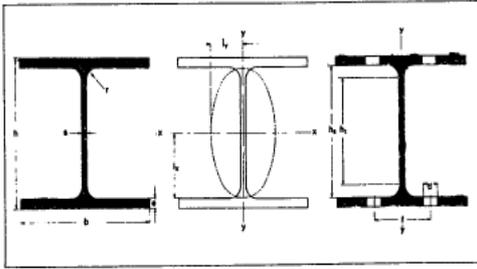
Utilizzando la combinazione 3 si effettua un predimensionamento di massima a compressione. Si ipotizza $\omega = 2$ e si ricava l'area necessaria come:

$$A = \frac{\omega \cdot N}{f_d} = \frac{2 \cdot 33600}{275} \cong 244 \text{ mm}^2$$

In alternativa si poteva predimensionare a flessione. Si ricava il modulo W necessario come:

$$W_x = \frac{M_x}{f_d} = \frac{50400000}{275} \cong 183000 \text{ mm}^3$$

Si entra nel profilarlo e si sceglie una HE B 140 le cui caratteristiche sono:



**TRAVI HE
ad ali larghe parallele
UNI 5397-64**

A = sezione del profilo (A', A'' = sezione depurata dei fori)
 p = peso di un metro di barra
 U = superficie del contorno per un metro di barra
 J = momento d'inerzia
 W = modulo di resistenza (W', W'' per sezione depurata dei fori)
 I = $\sqrt{J/A}$ = raggio d'inerzia
 S_x = momento statico di mezza sezione
 e_x = $\frac{J_x}{S_x}$ = distanza tra i centri di trazione e di compressione

designazione profilo (*)	dimensioni							A cm ²	p kg/m	U m ² /m
	h mm	b mm	a mm	e mm	r mm	h ₁ mm	h ₂ mm			
HE 100 A	96	100	5	8	12	56	80	21,2	16,7	0,561
B	100	100	6	10	12	56	80	26,0	20,4	0,567
M	120	106	12	20	12	56	80	53,2	41,8	0,619
HE 120 A	114	120	5	8	12	74	98	25,3	19,9	0,677
B	120	120	6,5	11	12	74	98	34,0	26,7	0,686
M	140	126	12,5	21	12	74	98	66,4	52,1	0,738
HE 140 A	133	140	5,5	8,5	12	92	116	31,4	24,7	0,794
B	140	140	7	12	12	92	116	43,0	33,7	0,805
M	160	146	13	22	12	92	116	80,6	63,2	0,857

valori statici relativi agli assi xx-yy										(*) foratura sulle ali					designazione profilo (*)
J _x cm ⁴	W _x cm ³	i _x cm	J _y cm ⁴	W _y cm ³	i _y cm	S _x cm ³	e _x cm	d mm	f mm	su 1 ala A' cm ²	W' _x cm ³	su 2 ali A'' cm ²	W'' _x cm ³		
349	73	4,06	134	27	2,51	41,3	8,41	13	55	19,1	57,6	17,0	72,7	HE 100 A	
450	90	4,16	167	33	2,53	52,1	8,64	13	55	23,4	71,1	20,8	68,8	B	
1143	190	4,63	399	75	2,74	118	9,69	13	65	48,0	152	42,8	147	M	
606	106	4,89	231	38	3,02	59,7	10,2	17	65	22,6	82,1	19,9	79,5	HE 120 A	
864	144	5,04	318	53	3,06	82,6	10,5	17	65	30,3	111	26,5	107	B	
2018	288	5,51	703	112	3,25	175	11,5	17	70	66,3	228	52,1	215	M	
1033	155	5,73	389	56	3,52	86,7	11,9	21	75	27,8	118	24,2	114	HE 140 A	
1509	216	5,93	550	79	3,58	123	12,3	21	75	37,9	162	32,9	156	B	
3291	411	6,39	1144	157	3,77	247	13,3	21	80	71,4	314	62,1	300	M	

Importante sottolineare che, in questo caso, il predimensionamento a flessione appare più punitivo, tuttavia poiché la verifica ad instabilità è comunque da considerarsi si è deciso di scegliere un profilo a sezione ancora maggiore.

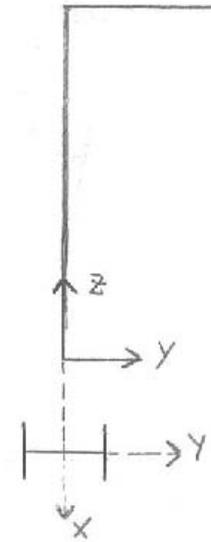
Come previsto dal D.M. e dalla CNR (paragrafo 6.6, 7.4) si conducono le verifiche a resistenza e ad instabilità.

Verifica di resistenza

La verifica si effettua con riferimento alla sezione più sollecitata (in questo caso sia N, sia M sono costanti lungo la colonna, quindi le sezioni sono tutte sollecitate nel medesimo modo). Essa consta in:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M_x}{W_x} = -\frac{33600}{4300} - \frac{50400000}{216000} \cong 241 \frac{N}{mm^2} \leq f_d = 275 \frac{N}{mm^2} \quad \text{verificato}$$

Si evidenzia che il pedice x è riferito alla direzione normale al piano di inflessione: in tal caso si dispone la colonna con la maggior inerzia lungo la direzione y.



Verifica di stabilità

La verifica di elementi presso-inflessi consta in:

7.4.1. Nel caso di aste prismatiche soggette ad un carico assiale di compressione N e ad un momento flettente costante M , dipendente o meno da N e agente in uno dei piani principali, quando l'importanza della struttura non richieda l'impiego di metodi meno somari, basta verificare che sia:

$$\omega \frac{N}{A} + \frac{M}{\psi W \left(1 - \nu \frac{N}{N_{cr}} \right)} \leq \begin{cases} f_d & \text{stati limite} \\ \sigma_{adm} & \text{tensioni ammissibili} \end{cases}$$

dove: ψ è il fattore di forma definito al punto 6.5.3;

ν è il coefficiente definito al punto 7.1;

$N_{cr} = \sigma_{cr} A$ con σ_{cr} tensione critica calcolata con la formula di Eulero anche in campo plastico, per la snellezza relativa al piano di flessione, riportata nel prospetto 7-VII.

Si sottolinea che la verifica prevede il calcolo di un contributo legato alla forza normale N (in cui il coefficiente ω è valutato in riferimento al valore più elevato della snellezza tra quelli riferiti ai 2 piani principali) e al momento flettente M (per cui il valore N_{cr} è valutato con riferimento alla snellezza relativa al piano principale di flessione, in questo caso λ_x).

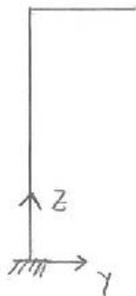
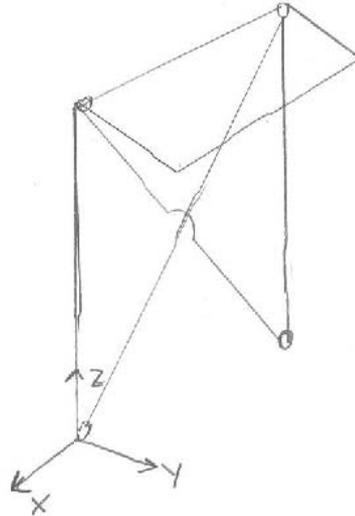
Per questa verifica è necessario quindi considerare l'elemento, identificando le snellezze con riferimento ai 2 piani principali di inflessione. Si sottolinea che le due condizioni di vincolo differenti:

-nel piano y - z si ha la colonna incastrata alla base e libera in sommità $\beta_x = 2$

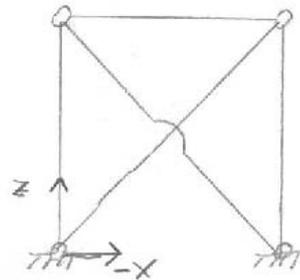
-nel piano x - z si ha la colonna incernierata ad entrambi gli estremi $\beta_y = 1$

7.2.2.1.1. Nelle condizioni di vincolo elementari, per l'inflessione del piano considerato, si assumono, in assenza di più precisa determinazione, i valori seguenti:

- $\beta = 1$ se i vincoli dell'asta possono assimilarsi a cerniera;
- $\beta = 0,7$ se i vincoli possono assimilarsi a incastrati;
- $\beta = 0,8$ se un vincolo è assimilabile all'incastrato ed uno alla cerniera;
- $\beta = 2$ se l'asta è vincolata ad un solo estremo con incastrato perfetto; in tal caso L è la distanza tra la sezione incastrata e quella di applicazione del carico.



$$\Rightarrow \beta_x = 2$$



$$\Rightarrow \beta_y = 1$$

Considerando che la lunghezza geometrica è $l_x = l_y = h = 6000\text{mm}$ le snellezze ricavate sono:

$$\lambda_x = \frac{\beta_x \cdot l_x}{i_x} = \frac{2 \cdot 6000}{59,3} \cong 202$$

$$\lambda_y = \frac{\beta_y \cdot l_y}{i_y} = \frac{1 \cdot 6000}{35,8} \cong 168$$

Per quanto previsto dalla norma, per λ_x , ci si trova al limite consentito (benché leggermente oltre si proseguirà con i calcoli):

7.2.2.2. Si definisce snellezza λ di un'asta prismatica, in un suo piano principale d'inerzia, il rapporto:

$$\lambda = \frac{L_c}{i}$$

dove: L_c è la lunghezza libera d'inflessione nel piano principale considerato, dipendente come specificato al punto 7.2.2.1 dalla modalità di vincolo alle estremità dell'asta;

i è il raggio d'inerzia della sezione trasversale, giacente nello stesso piano principale in cui si valuta L_c .

La snellezza non deve superare il valore 200 per le membrature principali e 250 per quelle secondarie: in presenza di azioni dinamiche rilevanti i suddetti valori vengono limitati rispettivamente a 150 e 200.

Il coefficiente ω è valutato in riferimento al valore più elevato della snellezza tra quelli riferiti ai 2 piani principali, quindi λ_x . Entrando nella curva c con Fe b 430 si ottiene un valore di ω pari a 6,55.

Prospetto 7-IIIc — Coefficienti ω per acciaio Fe 430 (curva c)

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	λ
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	0
10	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,01	10
20	1,02	1,02	1,03	1,03	1,04	1,05	1,05	1,06	1,07	1,07	20
30	1,08	1,09	1,09	1,10	1,11	1,12	1,12	1,13	1,14	1,15	30
40	1,16	1,17	1,18	1,19	1,20	1,21	1,22	1,23	1,24	1,25	40
50	1,26	1,27	1,28	1,29	1,31	1,32	1,33	1,35	1,36	1,37	50
60	1,39	1,40	1,42	1,43	1,45	1,46	1,48	1,50	1,51	1,53	60
70	1,55	1,57	1,58	1,60	1,62	1,64	1,66	1,68	1,70	1,72	70
80	1,74	1,76	1,78	1,80	1,82	1,84	1,86	1,88	1,91	1,93	80
90	1,95	1,97	2,00	2,02	2,04	2,07	2,09	2,12	2,14	2,17	90
100	2,19	2,22	2,25	2,27	2,30	2,33	2,36	2,39	2,42	2,45	100
110	2,48	2,50	2,54	2,57	2,60	2,63	2,66	2,69	2,72	2,76	110
120	2,79	2,82	2,85	2,89	2,92	2,96	2,99	3,02	3,06	3,09	120
130	3,13	3,16	3,20	3,24	3,27	3,31	3,35	3,39	3,43	3,47	130
140	3,51	3,55	3,59	3,63	3,68	3,72	3,76	3,80	3,85	3,89	140
150	3,93	3,98	4,02	4,07	4,11	4,15	4,20	4,24	4,29	4,33	150
160	4,38	4,43	4,47	4,52	4,56	4,61	4,66	4,70	4,75	4,80	160
170	4,84	4,89	4,94	4,99	5,03	5,08	5,13	5,18	5,23	5,28	170
180	5,33	5,38	5,43	5,47	5,53	5,58	5,65	5,70	5,75	5,81	180
190	5,86	5,92	5,98	6,03	6,08	6,14	6,20	6,26	6,32	6,38	190
200	6,43	6,49	6,55	6,61	6,67	6,73	6,79	6,85	6,91	6,96	200
210	7,03	7,08	7,14	7,20	7,26	7,32	7,37	7,44	7,50	7,56	210

Per valutare la tensione critica σ_{cr} e la normale critica N_{cr} ci si riferisce alla snellezza relativa al piano principale di flessione, in questo caso sempre λ_x .

Prospetto 7-VII -- Tensioni critiche eulertane σ_{cr} in N/mm²

λ	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	20 331	16 803	14 119	12 030	10 373	9 036	7 942	7 035	6 275	5 632
20	5 083	4 610	4 201	3 843	3 530	3 253	3 008	2 789	2 593	2 418
30	2 259	2 116	1 985	1 867	1 759	1 660	1 560	1 485	1 408	1 337
40	1 271	1 209	1 153	1 100	1 050	1 004	961	920	882	847
50	813	782	752	724	697	672	648	626	604	584
60	565	546	529	512	496	481	467	453	440	427
70	415	403	392	382	371	361	352	343	334	326
80	318	310	302	295	288	281	275	269	263	257
90	251	246	240	235	230	225	221	216	212	207
100	203	199	195	192	188	184	181	178	174	171
110	168	165	162	159	156	154	151	149	146	144
120	141	139	137	134	132	130	128	126	124	122
130	120	118	117	115	113	112	110	108	107	105
140	104	102	101	99	98	97	95	94	93	92
150	90	89	88	87	86	85	84	82	81	80
160	79	78	77	77	76	75	74	73	72	71
170	70	70	69	68	67	66	66	65	64	63
180	63	62	61	61	60	59	59	58	58	57
190	56	56	55	55	54	53	53	52	52	51
200	51	50	50	49	49	48	48	47	47	47
210	46	46	45	45	44	44	44	43	43	42
220	42	42	41	41	41	40	40	39	39	39
230	38	38	38	37	37	37	37	36	36	36
240	35	35	35	34	34	34	34	33	33	33
250	33	32	32	32	32	31	31	31	31	30

Moltiplicando l'area della sezione per la tensione critica corrispondente alla snellezza massima si ottiene una N_{cr} e considerando che nella colonna il momento è costante si ha con i simboli illustrati sopra:

$$\sigma = \frac{\omega \cdot N}{A} + \frac{M_x}{\psi \cdot W_x \cdot \left(1 - \frac{N}{N_{crit}}\right)} =$$

$$= -\frac{6,55 \cdot 33600}{4300} - \frac{50400000}{216000 \cdot \left(1 - \frac{33600}{215000}\right)} \cong 327 \frac{N}{mm^2} \geq f_d = 275 \frac{N}{mm^2} \quad \text{non verificato}$$

dove il coefficiente $\psi = 1$ a favore di sicurezza.

Ripetendo la stessa procedura utilizzando una sezione HE B 160 si osserva che le verifiche risultano soddisfatte.

NB: Nel caso M non fosse stato costante, sarebbe stato necessario valutare il momento equivalente M_{eq} .

7.4.1.1 Se il momento flettente varia lungo l'asta, salvo valutazioni più rigorose, esso deve intervenire nella determinazione degli sforzi flessionali col valore $M_{eq} = 1,3 M_m$ con la limitazione $0,75 M_{max} \leq M_{eq} \leq M_{max}$, essendo M_m il valore medio del momento flettente lungo l'asta ed M_{max} il valore massimo.
 Nel caso particolare d'asta vincolata ad entrambi gli estremi soggetta a momento flettente variabile linearmente fra i momenti d'estremità M_a ed M_b , (figura 7-15) si deve assumere per M il valore:

$$M_{eq} = 0,6 M_a - 0,4 M_b \quad \text{con} \quad |M_a| \geq |M_b|$$

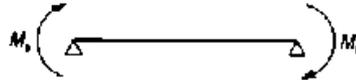


Fig. 7-15

purché sia $M_{eq} > 0,4 M_a$.

• Traverso

Le sollecitazioni sul traverso hanno andamento non costante (T lineare, M parabolico). I valori massimi sono nel punto B e valgono:

$$M = -50,4 \text{ kNm}$$

$$T = 33,6 \text{ kN}$$

Il traverso risulta soggetto a flessione e taglio, quindi la generica sezione è sollecitata da tensioni normali e tangenziali. Si conducono pertanto le verifiche previste al seguente paragrafo:

6.7. Stati pluriassiali

Per gli stati di sforzo piani, i soli per i quali si possono dare valide indicazioni, si deve verificare che risulti:

$$\sigma_{id} \leq f_d \quad \text{stati limite}$$

$$\sigma_{id} \leq \sigma_{adm} \quad \text{tensioni ammissibili}$$

essendo nel riferimento generico:

$$\sigma_{id} = \pm \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3 \tau_{xy}^2}$$

e nel riferimento principale:

$$\sigma_{id} = \pm \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}$$

In particolare per $\sigma_y = 0$ (per esempio nella sollecitazione di flessione accompagnata da taglio):

$$\sigma_{id} = \pm \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \tau_{xy}^2}$$

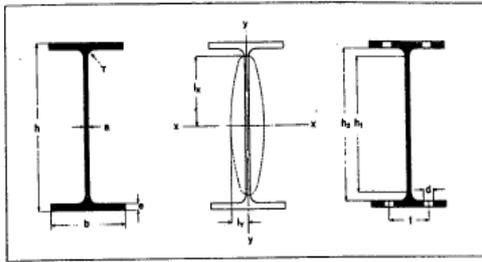
Si utilizza acciaio Fe 430 la cui resistenza di progetto $f_d = 275 \text{ N/mm}^2$.

Dimensionamento

Si effettua un predimensionamento di massima. Si ricava il modulo W necessario come:

$$W_x = \frac{M_x}{f_d} = \frac{50400000}{275} \cong 183000 \text{ mm}^3$$

Si entra nel profilarlo e si sceglie un profilo IPE 200 le cui caratteristiche sono:



TRAVI IPE
UNI 5398-64

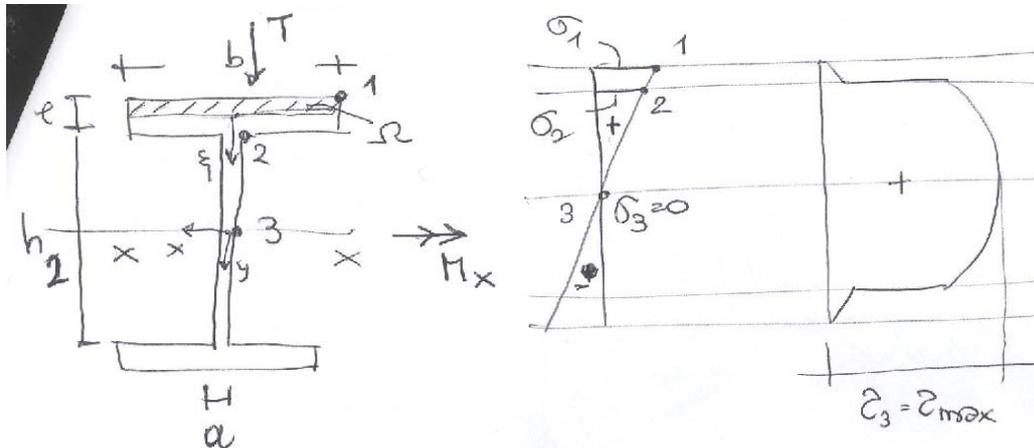
A = sezione del profilo (A* = sezione depurata dei fori)
 p = peso di un metro di barra
 U = superficie del contorno per un metro di barra
 J = momento d'inerzia
 W = modulo di resistenza (W*, W* per sezione depurata dei fori)
 I = $\sqrt{J/A}$ = raggio d'inerzia
 S_x = momento statico di mezza sezione
 s_x = $\frac{J_x}{S_x}$ = distanza tra i centri di trazione e di compressione

designazione profilo	dimensioni							A cm ²	p kg/m	U m ² /m
	h mm	b mm	a mm	e mm	r mm	h ₁ mm	h ₂ mm			
IPE 80	80	46	3,8	5,2	5	59,6	69,6	7,64	6,00	0,328
IPE 100	100	55	4,1	5,7	7	74,6	88,6	10,3	8,10	0,400
IPE 120	120	64	4,4	6,3	7	93,4	107,4	13,2	10,4	0,475
IPE 140	140	73	4,7	6,9	7	112,2	126,2	16,4	12,9	0,551
IPE 160	160	82	5	7,4	9	127,2	145,2	20,1	15,8	0,623
IPE 180	180	91	5,3	8	9	146	164	23,9	18,8	0,698
IPE 200	200	100	5,6	8,5	12	159	183	28,5	22,4	0,768
IPE 220	220	110	5,9	9,2	12	177,6	201,6	33,4	26,2	0,848

valori statici relativi agli assi xx-yy								(*) forature sulle ali				designazione profilo		
J _x cm ⁴	W _x cm ³	I _x cm	J _y cm ⁴	W _y cm ³	I _y cm	S _x cm ³	s _x cm	d mm	f mm	su 1 ala A' cm ²	W' _x cm ³		su 2 ali A* cm ²	W* _x cm ³
80,1	20,0	3,24	8,49	3,69	1,05	11,6	6,90							IPE 80
171	34,2	4,07	15,9	5,79	1,24	19,7	8,48							IPE 100
318	53,0	4,90	27,7	8,65	1,45	30,4	10,5							IPE 120
541	77,3	5,74	44,9	12,3	1,65	44,2	12,3	11	40	14,9	60,8	13,4	58,0	IPE 140
869	109	6,58	66,3	16,7	1,84	61,9	14,0	11	45	18,5	86,3	16,8	84,9	IPE 160
1317	146	7,42	101	22,2	2,05	83,2	15,3	13	50	21,8	117	19,7	112	IPE 180
1943	194	8,26	142	28,5	2,24	110	17,6	13	56	26,3	159	24,1	154	IPE 200
2772	252	9,11	205	37,3	2,48	143	19,4	15	60	30,6	204	27,9	196	IPE 220
3892	324	9,97	284	47,3	2,69	183	21,9	15	67	34,9	249	30,9	249	---

Verifica

Prima di procedere con le verifiche è utile diagrammare qualitativamente lo stato di tensione che agisce sulla sezione (tensioni normali e tangenziali).



Appare subito evidente che vi sono tre punti significativi:

PUNTO 1: la tensione normale è massima e quella tangenziale nulla

PUNTO 2: si ha un accoppiamento di tensione normale e tangenziale

PUNTO 3: la tensione tangenziale è massima mentre quella normale è nulla

Sembra scontato che la verifica più gravosa sia quella nel punto 2, tuttavia vi sono casi in cui, data la geometria del problema e la distribuzione dei carichi, o la componente normale o quella

tangenziale hanno peso più o meno rilevante rispetto all'altra, pertanto è comunque preferibile condurre la verifica nei tre punti.

Nella pratica progettuale spesso le tensioni massime normali e tangenziali su una stessa sezione si combinano insieme a favore di sicurezza e si conduce la verifica. Inoltre, in via semplificativa, il dimensionamento può essere effettuato combinando le tensioni massime normali e tangenziali che agiscono in sezioni diverse: ovviamente, ciò può portare alla scelta di un profilo molto sovradimensionato.

A titolo dimostrativo in questa esercitazione le verifiche sono condotte su tutti i punti indicati (nella sezione B del traverso).

PUNTO 1: La verifica consta in:

$$\sigma_1 = \frac{M_x}{W_x} = -\frac{50400000}{194000} \cong 260 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq f_d = 275 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{verificato}$$

PUNTO 2: Calcolando le componenti di tensione:

$$\sigma_2 = \frac{M_x}{J_x} \cdot \frac{h_2}{2} = -\frac{50400000}{19430000} \cdot \frac{183}{2} \cong 237 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{Navier}$$

$$\tau_2 = \frac{T}{J_x} \cdot \frac{S}{a} = \frac{33600}{19430000} \cdot \frac{81387,5}{5,6} \cong 25 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{Jourawsky}$$

Con:

$$S = e \cdot b \cdot \left(\frac{h-e}{2} \right) \text{ momento statico}$$

a spessore anima

La verifica è:

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_2^2 + 3\tau_2^2} \cong \sqrt{237^2 + 3 \cdot 25^2} \cong 241 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq f_d = 275 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{verificato}$$

PUNTO 3: Essendoci solo la tensione tangenziale la verifica implicherebbe il calcolo di:

$$\tau_3 = \frac{T}{J_x} \cdot \frac{S}{a} \leq \frac{f_d}{\sqrt{3}} = 158,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{Jourawsky}$$

Tuttavia, è dimostrato che sulle sezioni ad I (IPE; HE), se si assume che il taglio venga completamente assorbito dall'anima, vista la distribuzione delle tensioni, l'errore commesso nella stima della tensione tangenziale massima è attorno al 5-6%. Pertanto:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{h_2 \cdot a} = \frac{33600}{183 \cdot 5,6} \cong 33 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq \frac{f_d}{\sqrt{3}} = 158,7 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{verificato}$$

NB: Spesso, in via semplificativa, nelle sezioni ad I, si fa assorbire la sollecitazione tagliante all'anima e quella dovuta al momento alle ali.