

Capitolo 11

Esercizi sulla diluizione in campo intermedio

11.1 Sorgente puntuale e stazionaria ubicata al centro del canale

Un'industria scarica $Q_e = 10^4 m^3/\text{giorno}$ di effluente contenente una sostanza non reattiva in concentrazione pari a $C_e = 200 p.p.m.$ al centro di un corso d'acqua molto largo, meandriforme. Calcolare l'estensione trasversale della nuvola e la massima concentrazione per $x = 400m$, con $U = 1m/s$, $Y = 8m$, $b = 200m$, $i_F = 10^{-4}$.

Inizialmente vengono valutate le caratteristiche idrodinamiche della corrente per la stima dei coefficienti di dispersione e le caratteristiche del refluo.

$$u_* = \sqrt{g R_H i_F} = 0.085 m/s \quad (11.1)$$

$$\dot{M} = Q_e \cdot C_e = 23.15 p.p.m./s \quad (11.2)$$

e ipotizzando che la densità dell'effluente sia pari a $\varrho = 1000 kg/m^3$

$$\dot{M} = 23.15 g/s \quad (11.3)$$

Il coefficiente di dispersione trasversale può essere valutato, per un alveo meandriforme, assumendo $\alpha = 0.6$:

$$K_y + \overline{D_y^T} = \alpha u_* Y = 0.6 u_* Y = 0.41 m^2/s \quad (11.4)$$

L'estensione trasversale della nuvola può essere stimata in forma approssimata, trascurando la presenza delle pareti, rappresentate in questo caso dalle sponde del canale, ipotizzando inoltre, come di consueto, che il processo di diluizione sia diffusivo:

$$\text{Estensione trasversale} \sim 4\sigma = 4\sqrt{2(D_y^T + K_y)t} = 4\sqrt{2(D_y^T + K_y)x/U} = 72m \quad (11.5)$$

Analogamente la massima concentrazione può essere stimata trascurando la presenza delle pareti:

$$C_{max} = \frac{\dot{M}}{Y\sqrt{4\pi Ux(K_y + \overline{D_y^T})}} = 0.063g/m^3 \quad (11.6)$$

Una stima dei risultati può essere effettuata utilizzando la soluzione completa, senza trascurare cioè la presenza delle sponde del canale. La soluzione è rappresentata in forma adimensionale nella Figura di pagina 24 (delle fotocopie distribuite a lezione). Da questo grafico si può ricavare una estensione trasversale convenzionale della nuvola, ipotizzando che la nuvola si estenda fino a valori di concentrazione adimensionale $C^* = 0.01$ si ottiene la seguente stima per la dimensione caratteristica: $0.2 < y^* < 0.8$, corrispondente a $40m < y < 160m$. La concentrazione massima può essere stimata utilizzando lo stesso grafico, adimensionalizzando opportunamente la variabile longitudinale x . La scala longitudinale caratteristica in un problema di mescolamento trasversale è:

$$L = \frac{Ub^2}{K_y + \overline{D_y^T}} \quad (11.7)$$

La coordinata adimensionale della sezione ubicata in $x = 400m$ è:

$$x^* = \frac{x}{L} = \frac{x(K_y + \overline{D_y^T})}{Ub^2} = 0.0043 \quad (11.8)$$

in corrispondenza della quale $c_{max}^* = 4.5$. Il valore dimensionale della concentrazione si ottiene moltiplicando questo valore per la scala delle concentrazioni, $C_m = \dot{M}/Q = 0.0145g/m^3$, ottenendo

$$C_{max} = C_{max}^* \frac{\dot{M}}{Q} = 0.065g/m^3 \quad (11.9)$$

11.2 Sorgente puntuale e stazionaria ubicata in prossimità della sponda

Un'industria scarica una sostanza non reattiva dalla sponda di un corso d'acqua rettilineo, con $U = 0.6m/s$, $b = 60m$ e $Y = 2m$. Essendo $i_F = 2 \cdot 10^{-4}$ calcolare la distanza necessaria per in mixing trasversale.

Dapprima vengono calcolate le grandezze idrodinamiche:

$$u_* = \sqrt{gR_H i_F} = 0.061m/s \quad (11.10)$$

L'unico meccanismo di diluizione sulla trasversale che si realizza in un alveo rettilineo è la diffusione turbolenta, il coefficiente di diffusione turbolenta trasversale può essere assunto pari a:

$$\overline{D_y^T} = 2\overline{D_y^T} = 0.13u_*Y = 0.0158m^2/s \quad (11.11)$$

La lunghezza necessaria per il completo mescolamento trasversale per uno scarico ubicato in sponda risulta essere pari a:

$$L_{mt} = 0.536 \frac{Ub^2}{\overline{D_y^T}} = 73.4km \quad (11.12)$$

In realtà il corso d'acqua non si manterrà rettilineo così a lungo, quindi la diluizione si realizza a opera non solo della diffusione turbolenta ma anche della dispersione indotta dall'andamento non completamente rettilineo; questo effetto può essere quantificato stimando un opportuno coefficiente di dispersione trasversale:

$$K_y + \overline{D_y^T} = 0.6u_*Y = 0.073m^2/s \quad (11.13)$$

La nuova stima per la lunghezza di mescolamento risulta essere:

$$L_{mt} = 0.536 \frac{Ub^2}{\overline{D_y^T} + K_y} = 15.9km \quad (11.14)$$

11.3 Confronto fra una sorgente puntuale e un diffusore

Un corso d'acqua usato per l'allevamento delle trote è soggetto ad uno scarico di un effluente trattato proveniente da una miniera. Il mixing deve essere sufficientemente rapido da produrre un grado di mescolamento $P_m = 0.9$ in 5 minuti. Basta uno scarico ubicato a $b/4$ dalla sponda o è necessario un diffusore? Si assuma $i_F = 5 \cdot 10^{-4}$, $b = 6m$, $k_s = 15m^{1/3}s^{-1}$, alveo con vegetazione e $Q = 1m^3/s$.

Utilizzando una formula di moto uniforme

$$Q = Ybk_s\sqrt{i_F}R_H^{2/3} \quad (11.15)$$

vengono stimate le grandezze idrodinamiche necessarie, ottenendo i seguenti valori: $Y = 0.72m$, $U = 0.23m/s$ e

$$u_* = \sqrt{gR_H i_F} = 0.053m/s \quad (11.16)$$

Il mescolamento sul piano della sezione si realizza, nel caso di sorgente ubicata a $b/4$ dalla sponda, ad opera della diffusione-dispersione trasversale. Non avendo a disposizione alcuna indicazione sull'andamento planimetrico dell'alveo si stimano i coefficienti di diffusione turbolenta e dispersione nella seguente maniera:

$$K_y + \overline{D_y^T} = (0.15 \div 0.30) u_* Y = 0.006 \div 0.012m^2/s \quad (11.17)$$

Dalla Figura di pagina 24 (delle fotocopie distribuite a lezione) si ricava che il grado di mescolamento $P_m = 0.9$ per una sorgente ubicata in $y_0^* = 1/4$ si realizza per $x^* = 0.35$. La scala longitudinale del mescolamento trasversale vale:

$$S_t = \frac{Ub^2}{K_y + \overline{D_y^T}} = 690 \div 1380m \quad (11.18)$$

quindi il grado di mescolamento è 90% a una distanza dall'origine pari a:

$$L_{mt}^{P_m=0.9} = 0.35 \cdot S_t = 241.5 \div 483m \quad (11.19)$$

a cui corrisponde:

$$t^{P_m=0.9} = \frac{L_{mt}^{P_m=0.9}}{U} = 17.5 \div 35minuti \quad (11.20)$$

lo scarico ubicato a $b/4$ non è quindi sufficiente a garantire il mescolamento in 5 minuti. Un diffusore ubicato sul fondo del canale ed esteso lungo tutta la sezione produce un mescolamento più rapido, il problema è di mixing sulla verticale, perché il diffusore non induce gradienti lungo la trasversale. Dalla Figura di pagina 5 (delle fotocopie distribuite a lezione) si ricava che, per una sorgente ubicata sul fondo il grado di mescolamento $P_m = 0.9$ si realizza per $x^* = 0.37$, la scala longitudinale caratteristica sarà ora quella relativa al mescolamento verticale, cioè:

$$S_v = \frac{UY^2}{\overline{D_z^T}} = \frac{UY^2}{0.067u_*Y} \quad (11.21)$$

il mescolamento si realizza quindi per:

$$x = 0.37 \cdot S_v = 17m \quad (11.22)$$

a cui corrisponde:

$$t = 1.2 \text{ minuti} \quad (11.23)$$

11.4 Miscelamento a valle della confluenza fra la fossa di Caldaro e l'Adige

In prossimità dell'abitato di S. Michele all'Adige è localizzata la confluenza della fossa di Caldaro nel fiume Adige. Le acque della fossa e dell'Adige hanno composizione chimica diversa. Circa 6 km a valle il torrente Noce sfocia nell'Adige: La portata dell'Adige a monte della confluenza con la fossa di Caldaro è pari a $Q_a = 116 \text{ m}^3/\text{s}$. Sapendo che la portata e la concentrazione di inquinante nella fossa sono rispettivamente $Q_c = 20 \text{ m}^3/\text{s}$ e $C_0 = 1 \text{ mg}/\text{m}^3$, stabilire (a) se il mescolamento è superiore al 90% in corrispondenza della confluenza con il Noce (sezione 321). Determinare inoltre (b) il valore della concentrazione nel punto $y = 20 \text{ m}$ della sezione 295. La coordinata y ha origine in corrispondenza della sponda destra.

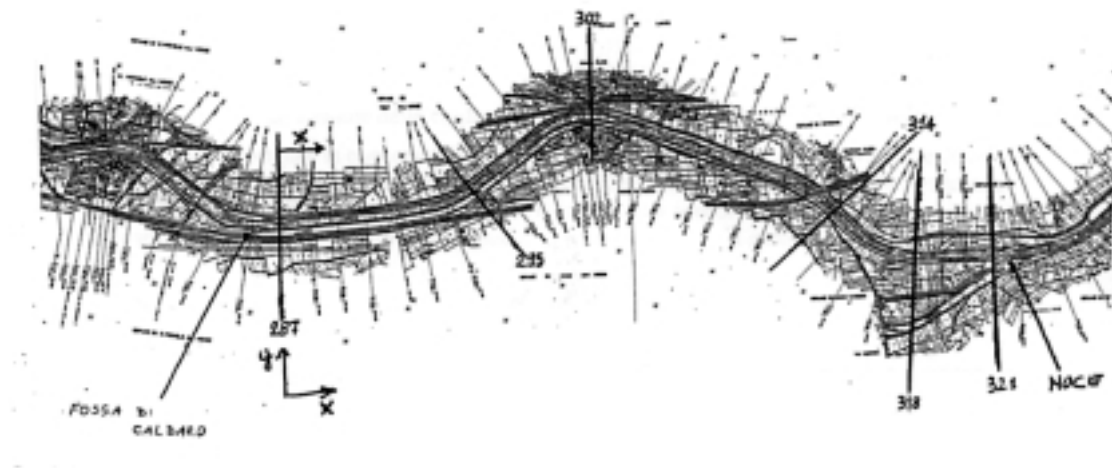


Figura 11.1:

Le caratteristiche geometriche ed idrodinamiche delle sei sezioni indicate in planimetria sono le seguenti:

j	Sezione	$x[m]$	$b[m]$	$U[m/s]$	$\Omega/b[m]$	$u_*[m]$	$K_y[m_2/s]$	$L_j[m]$
1	287	0	57.58	0.67	3.50	0.082	0.086	823
2	295	1646	60.66	0.56	4.02	0.066	0.080	1343
3	302	2686	59.42	1.05	2.18	0.138	0.090	1505.5
4	314	4657	57.86	0.82	2.86	0.103	0.088	1358.5
5	318	5403	56.75	0.77	3.10	0.095	0.088	580.5
6	321	5818	65.49	1.02	2.04	0.134	0.082	207.5

Il problema può essere risolto applicando il metodo della portata cumulata. La portata totale, dopo la confluenza fra la fossa di Caldaro e l'Adige è:

$$Q = Q_c + Q_a = 136m^3/s \quad (11.24)$$

la sorgente ha un'estensione trasversale, valutata in termini della variabile trasversale q portata cumulata, pari a $Q_a = 20m^3/s$, che in forma adimensionalizzata è pari a:

$$q_a^* = \frac{Q_a}{Q} = \frac{20}{136} = 0.147 \quad (11.25)$$

Per la valutazione della scala longitudinale caratteristica è necessario stimare il coefficiente di diluizione efficace D_e :

$$D_e = \varphi K_y U \left(\frac{\Omega}{b} \right)^2 \quad (11.26)$$

Il coefficiente D_e è qui stimato utilizzando $\varphi = 2$ ed è stato inoltre mediato sull'intero corso d'acqua, questa stima viene effettuata mediante la media pesata dei coefficienti valutati in ogni sezione.

Sezione	$D_{ej}[m^5/s^2]$
287	1.43
295	1.44
302	0.88
314	1.18
318	1.31
321	0.70

Il valore medio vale:

$$\widetilde{D}_e = \frac{1}{L_{tot}} \sum_{j=1}^6 D_{ej} L_j = 1.20m^5/s^2 \quad (11.27)$$

La scala longitudinale caratteristica di questo problema, valutata con il metodo della portata cumulata vale quindi:

$$L = \frac{Q^2}{\overline{D_e}} = 15.4 km \quad (11.28)$$

(a) La sezione 321 si trova ad una distanza dalla confluenza fra l'Adige e la fossa di Caldaro pari a 5818m, corrispondente a:

$$x_{321}^* = \frac{5818}{L} = 0.377 \quad (11.29)$$

Il campo di concentrazione e quindi il valore del grado di mescolamento nel corso d'acqua sono rappresentati in forma adimensionale in Figura 11.2. In

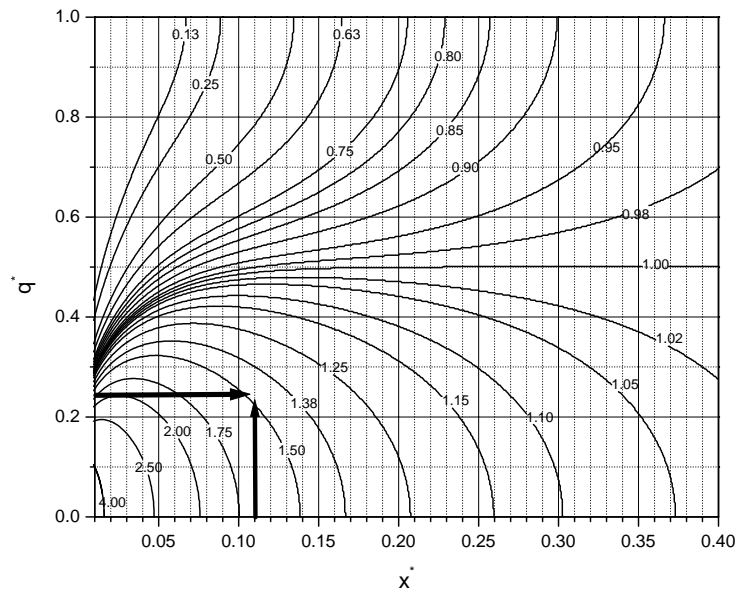


Figura 11.2: Campo di concentrazione a valle di uno scarico distribuito di larghezza 0.15, ubicato in prossimità della sponda destra.

corrispondenza della sezione 321, cioè per $x^* = 0.377$, si ricavano i seguenti valori:

$$c_{min}^* = 0.95 \quad (11.30)$$

$$c_{max}^* = 1.05 \quad (11.31)$$

il grado di mescolamento vale quindi:

$$P_m = \frac{c_{min}^*}{c_{max}^*} = 0.90 \quad (11.32)$$

il grado di mescolamento nella sezione 321 è dunque del 90%.

(b) Il punto ubicato a $20m$ dalla sponda in corrispondenza della sezione 295 ha coordinata, espressa in termini di portata cumulata che può essere ricavata dalla figura 11.3, parte destra $Q_{y=20m} = 32m^3/s$. Le coordinate del punto sono:

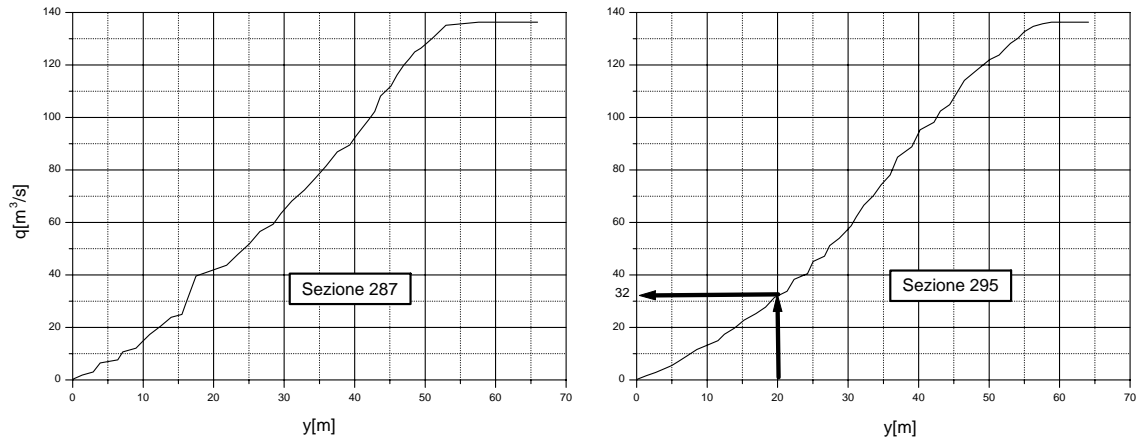


Figura 11.3: Andamento della portata cumulata lungo la coordinata trasversale

$$q^* = \frac{Q_{y=20m}}{Q} = \frac{32}{136} = 0.24 \quad (11.33)$$

$$x^* = \frac{1646}{L} = 0.11 \quad (11.34)$$

in corrispondenza di questa coppia di punti, in figura 11.2 si ricava:

$$C^* = 1.5 \quad (11.35)$$

Indicando con

$$C_m = \frac{Q_c}{Q_a + Q_c} \quad (11.36)$$

il valore asintotico che si realizza al termine del processo di mescolamento, il valore della concentrazione nel punto $y = 20m$ della sezione 295 vale:

$$C = C^* \cdot C_m = 0.22mg/m^3 \quad (11.37)$$