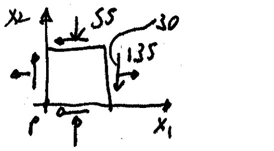
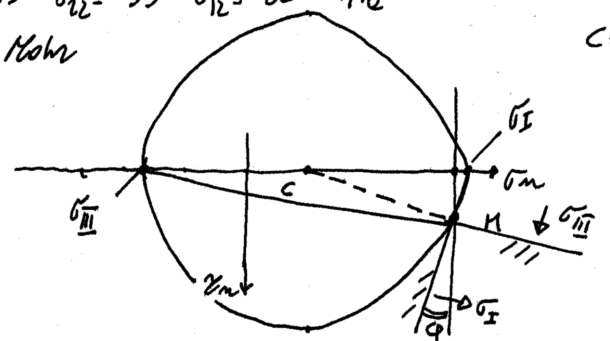
Problema 1:

a) Π piano $\sigma_{11} = 135$ $\sigma_{22} = -55$ $\sigma_{12} = -30$ MPa

Uso il cerchio di Mohr





$C = (40, 0)$

$M(135, 30)$

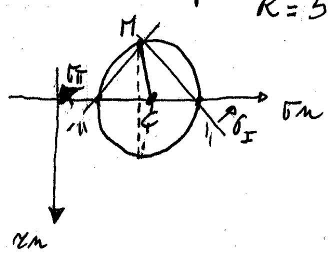
$$\sigma_I, \sigma_{III} = 40 \pm \underbrace{\sqrt{(95)^2 + 30^2}}_{R=99.62} = \begin{cases} \sigma_I = 139.62 \text{ MPa} \\ \sigma_{III} = -59.62 \text{ MPa} \end{cases}$$

direzione principale : $\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{-30 \cdot 2}{190}\right) = -8.76^\circ$ $\downarrow$ dir. principale di σ_I

$\tau_{MAX} = 99.6$ MPa

b) $C(110, 0)$ $M = (100, -50)$

$$\sigma_I, \sigma_{II} = 110 \pm \underbrace{\sqrt{(-10)^2 + (50^2)}}_{R = 51 \text{ MPa}} = 110 \pm 51 = \begin{cases} \sigma_I = 161 \text{ MPa} \\ \sigma_{II} = 59 \text{ MPa} \end{cases}$$



$\tau_{MAX} =$ MPa

$$\varphi = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{2\sigma_{12}}{\sigma_{11} - \sigma_{22}}\right) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{100}{-20}\right) = -39.34^\circ$$

att: -39.34° è la dir. principale di σ_{II}

quella di σ_I è $(-39.34 + 90)^\circ$

c) Vedi note o libro di testo.

Problema 2

$$\mathbb{T} = \alpha \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

a) $I_1 = 3\alpha \qquad I_2 = 0 \qquad I_3 = 0$

b) In uno stato di tensione uniassiale σ_I = valore tensione ; $\sigma_{II} = \sigma_{III} = 0$
$\Rightarrow$ la tensione uniassiale è uno degli autovalori del problema
Calcolo gli autovalori
Equazione caratteristica : $s^3 - I_1 s^2 + I_2 s - I_3 = 0$

$$s^3 - 3\alpha s^2 = 0 \qquad s^2(s - 3\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} s_I = 3\alpha \\ s_{II} = 0 \\ s_{III} = 0 \end{cases} \qquad \begin{matrix} \sigma_I = 3\alpha \\ \sigma_{II} = 0 \\ \sigma_{III} = 0 \end{matrix}$$

c) $\sigma_I = 3\alpha$ è il valore della tensione uniassiale
la direzione è ottenuta cercando $\underline{n}_I = (n_{I1}, n_{I2}, n_{I3})$
l'autovettore corrispondente

$$(\mathbb{T} - \sigma_I \underline{\mathbb{I}}) \cdot \underline{n}_I = 0$$

$$\left(\alpha \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} - 3\alpha \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{pmatrix} n_{I1} \\ n_{I2} \\ n_{I3} \end{pmatrix} = 0$$

$$\begin{cases} \alpha(n_1 + n_2 + n_3) - 3\alpha n_1 = 0 \\ \alpha(n_1 + n_2 + n_3) - 3\alpha n_2 = 0 \\ \alpha(n_1 + n_2 + n_3) - 3\alpha n_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow n_1 = n_2 = n_3$$

$$n_1^2 + n_2^2 + n_3^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad 3 n_1^2 = 1 \quad \Rightarrow \quad n_1 = \sqrt{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \underline{n}_I = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \qquad \mathbb{T} = \begin{bmatrix} 3\alpha & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

d) $I_1 = 3\alpha + 0 + 0 = 3\alpha \qquad I_2 = 0 \qquad I_3 = 0 \qquad$ ok

e) $$\mathbb{T}_i = \begin{bmatrix} \frac{3\alpha}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & 0 \\ 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix} \qquad \mathbb{T}_d = \begin{bmatrix} 0 & \alpha & \alpha \\ \alpha & 0 & \alpha \\ \alpha & \alpha & 0 \end{bmatrix}$$