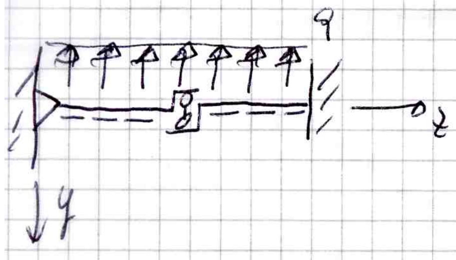
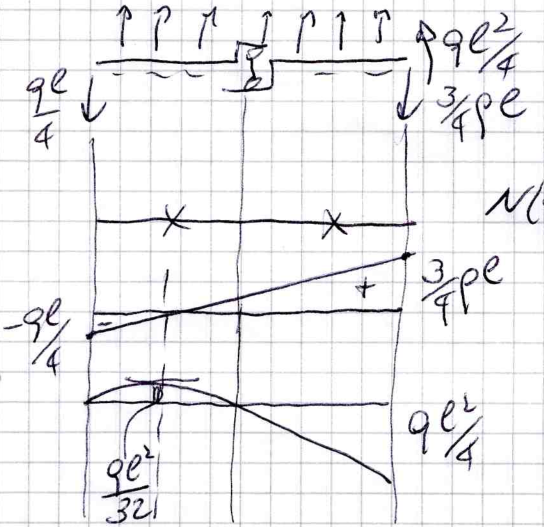


$q_y(z) = -q$

$s=5 \quad n_s=2 \rightarrow 5 = 3+2$

cond. necessaria per equilibrio isostatico soddisfatta

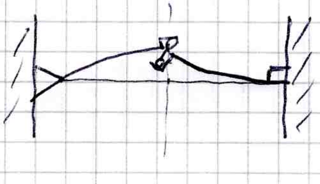
Equilibrio:



$M(z) = -\frac{ql}{4}z + \frac{qz^2}{2}$

$0 \le z \le l$

Deformata qualitativa:



$v(l/2) < 0$

$\Delta v(l/2) = 0 \quad \Delta\varphi \neq 0$

Linea elastica:

$\frac{d^2v}{dz^2} = -\frac{M(z)}{K_x}$

Integrale generale: $v(z) = \underbrace{-\frac{qz^4}{24K_x} + \frac{qlz^3}{24K_x}}_{A} + c_1 z + c_2$

Condizioni di contorno e di continuità:

$$\begin{cases} v(0)=0 \\ v(l)=0 \\ \varphi(l) = -\frac{dv}{dz}(l) = 0 \\ v(l/2^+) = v(l/2^-) \end{cases}$$

Nota:
la scelta di un'unica funzione $v(z)$ (determinando c_1 e c_2 con due delle 4 cond. di contorno) non comporta il soddisfacimento delle altre condizioni di contorno

$\Rightarrow$ occorre determinare 2 funzioni

$v_1(z) = A + c_1 z + c_2 \quad 0 \le z \le l/2$

$v_2(z) = A + c_3 z + c_4 \quad l/2 \le z \le l$

Soluzione:

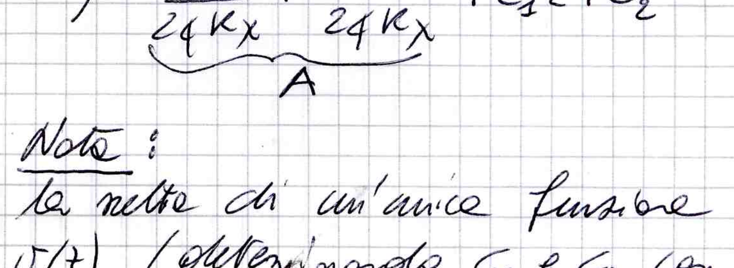
$v_1(z) = A - \frac{ql^3}{24K_x}$

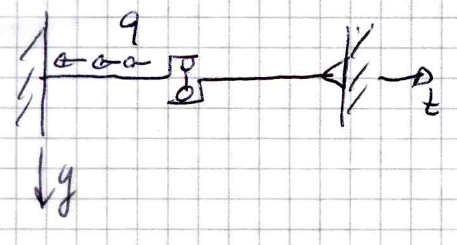
$v_2(z) = A + \frac{ql^3}{24K_x} z - \frac{ql^4}{24K_x}$

$v_1(l/2) = v_2(l/2) = -\frac{7}{384}\frac{ql^4}{K_x}$

$\Delta\varphi(l/2) = \varphi(l/2)^+ - \varphi(l/2)^- = -\frac{ql^3}{12K_x}$

$N(l/2) = 0$

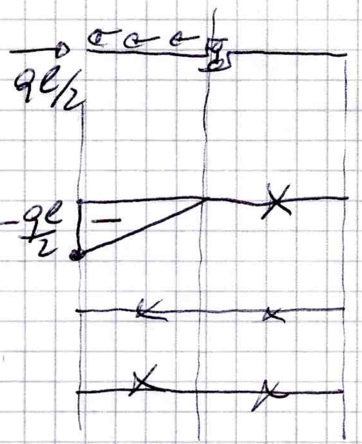




$q_z(z) = -q$

$s = 5 \quad n_s = 2 \rightarrow$ cond. necessarie per equilibrio isostatico è soddisfatta

Equilibrio:



$$N(z) = \begin{cases} -\frac{ql}{2} + qz & 0 \le z \le l/2 \\ 0 & z \ge l/2 \end{cases}$$

$T(z) = 0$

$M(z) = 0$

Linea elastica: (per $0 \le z \le l/2$)

$$\frac{dw}{dz} = \frac{N(z)}{k_\varepsilon}$$

Integrale generale: $w(z) = -\frac{ql}{2k_\varepsilon} z + \frac{qz^2}{2k_\varepsilon} + C_1$

Condizione al contorno: $w(0) = 0 \rightarrow C_1 = 0$

Linea elastica (per $\frac{l}{2} \le z \le l$):

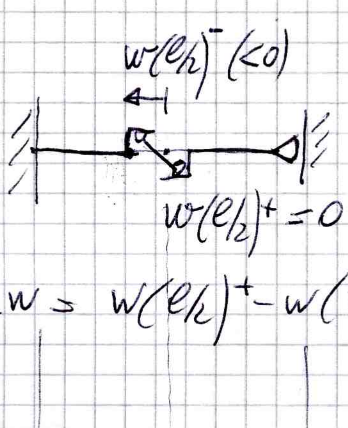
trave scarica, scollegata in $l/2$ $\rightarrow$ $w(z) = 0 \quad \forall z \in \frac{l}{2} \le z \le l$

si verifica con $\frac{dw}{dz} = 0$ • integrale generale $w(z) = C_1$

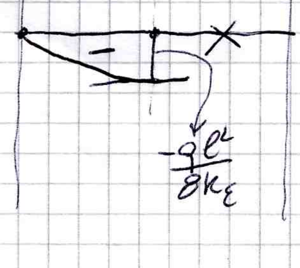
• cond. contorno $w(l) = 0 \rightarrow C_1 = 0$

$w(z) = 0$

Deformata:



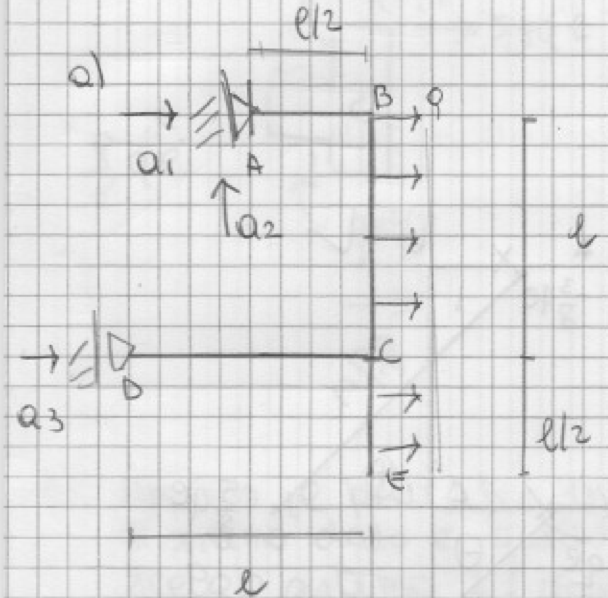
$w(l/2)^- = -\frac{ql^2}{8k_\varepsilon}$ $\qquad \Delta w = w(l/2)^+ - w(l/2)^- = +\frac{ql^2}{8k_\varepsilon}$



$w(z)$ linea elastica

Problema 2)

a)



$s = 2+1$

$(m_s = 0)$

$s \geq 3$

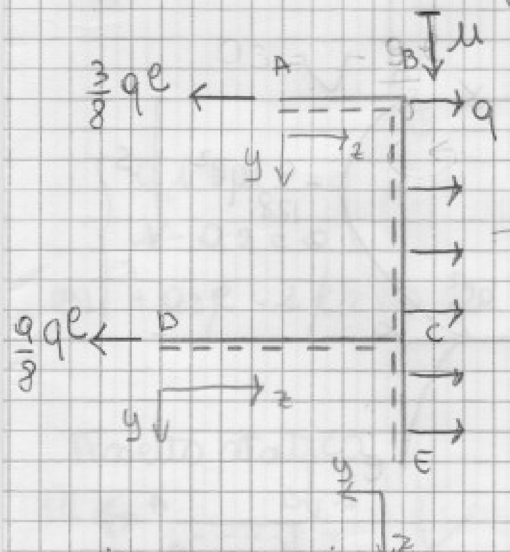
$3 = 3$ cond. necessarie per l'equilibrio isostatico soddisfatta ✓

Determino le reaz. vincolari.

$$\begin{cases} a_1 + a_3 + q\,\frac{3}{2}l = 0 \\ a_2 = 0 \\ (A)\quad a_3 \cancel{l} + \frac{3}{2} q \cancel{l}\left(l + \frac{l}{2}\right)\cdot\frac{1}{2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_2 = 0 \\ a_3 = -\frac{9}{8} q l \quad \frac{[F]\,\cancel{[L]}}{\cancel{[L]}} ✓ \\ a_1 = \frac{9}{8} q l - \frac{3}{2} q l = -\frac{3}{8} q l \quad \frac{[F]\,\cancel{[L]}}{\cancel{[L]}} ✓ \end{cases}$$

Assetto statico ✓



Verifiche:

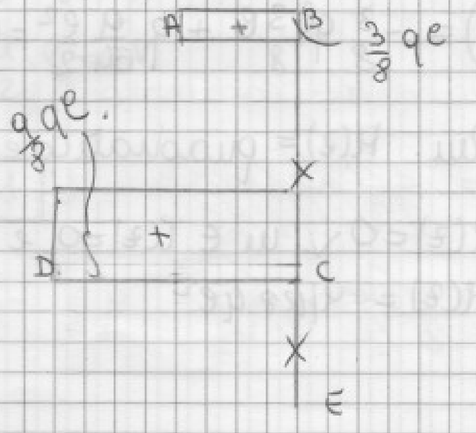
$\frac{3}{2} q l - \frac{3}{8} q l - \frac{9}{8} q l = 0$ ✓

$0 = 0$ ✓

(E) $+\frac{3}{8} q l \frac{3l}{2} - \frac{3}{2} q l \cdot \frac{3}{4} l + \frac{9}{8} q l \frac{l}{2} = 0$ ✓

$\frac{9}{16} - \frac{9}{8} + \frac{9}{16} = 0$

Diagrammi



Forza normale

AB $q_z(z) = 0$ $N(z) = \text{cost} = \frac{3}{8} q l$

BE $q_z(z) = 0$ $N(z) = 0$

CD $q_z(z) = 0$ $N(z) = \text{cost} = +\frac{9}{8} q l$.

Tagli

AB $q_y(z)=0 \quad T(z)=\text{cost}=0$

CD $q_y(z)=0 \quad T(z)=\text{cost}=0$

BC $q_y(z)=\text{cost}=-q \Rightarrow T(z)=$ lineare e crescente perché $\frac{dT}{dz}=-q_y(z)>0$.

In B^+ $T(z)=-\frac{3}{8}ql$.

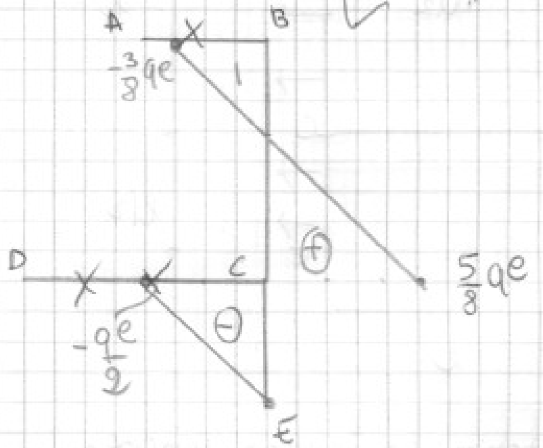
In C^- $T(z)=-\frac{3}{8}ql+ql=\frac{5}{8}ql$.

In C ho una discontinuità di taglio

CE $q_y(z)=\text{cost} \Rightarrow T(z)=$ lineare e crescente

In C^+ $T(z)=\frac{3}{8}ql+ql-\frac{9}{8}ql=-\frac{1}{2}ql$

In E $T(z)=0$.



Momento

AB $T(z)=0 \quad M(z)=\text{cost}=0$

CD $T(z)=0 \quad M(z)=\text{cost}=0$.

BC $T(z)=$ lin $M(z)=$ quadratico e convesso.

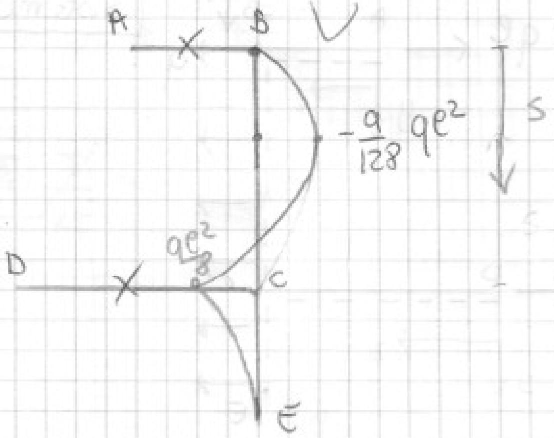
In B $M(z)=0$.

In C $M(z)=+q\frac{l}{2}\cdot\frac{l}{4}=+\frac{ql^2}{8}$

$T(z)=0$ in $z=\frac{3}{8}l$.

$T(z)$ è punto di minimo $\left(\frac{d^2M}{dz^2}>0\right)$

$M\left(z=\frac{3}{8}l\right)=-\frac{3}{8}ql\frac{3}{8}l+q\frac{9}{64}\frac{l^2}{2}=-\frac{9}{128}ql^2$.

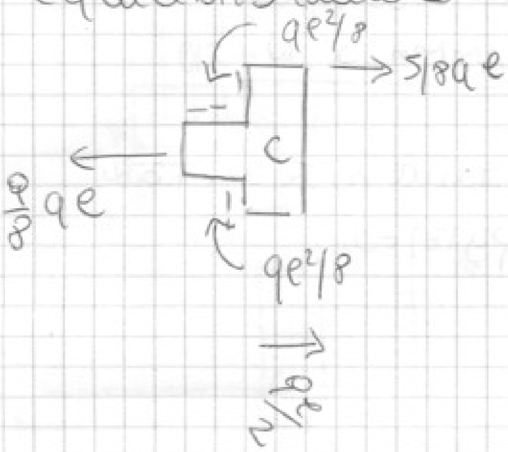


CE $T(z)=$ lin. $M(z)=$ quadratico e convesso.

In E $M(z)=0$. in E $T(z)=0$ è punto a tg orizz, in particolare min.

In C $M(z)=-9/128\, ql^2$

Equilibrio nodo C

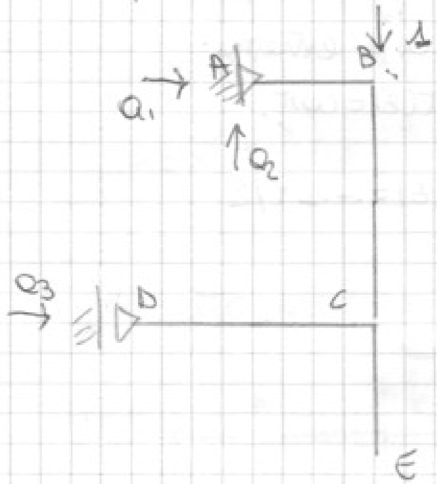


$\frac{qe^2}{8} - \frac{qe^2}{8} = 0$ ✓

$0 = 0$ ✓

$q\frac{e}{2} + \frac{5}{8}qe - \frac{9}{8}qe = 0$ ✓ $\quad \frac{4+5-9}{8}$

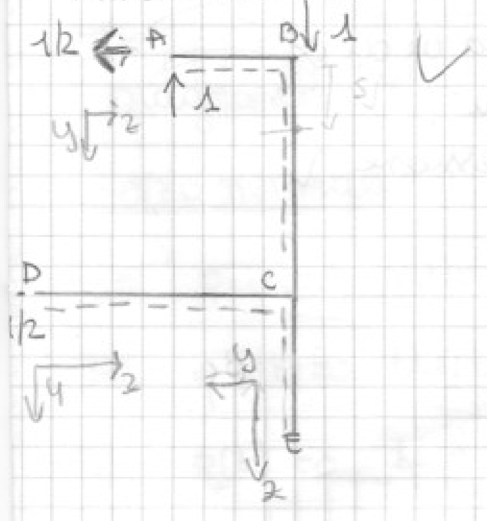
b) Applico il principio dei lavori virtuali.
Il sistema dato è quello di spostamenti e deformazioni congruenti.
Scelgo sistema 1 (di forze e sollecitazioni equilibrate), formato dalla stessa travatura e vincoli del sistema congruente, in cui applico in B una forza unitaria nella direzione dello spostamento cercato. (Suppongo positivo lo spostamento verso il basso).



$s = 3$ equaz. nec. per equilibrio $\Rightarrow$ isostatico soddisfatta.

$$\begin{cases} a_1 + a_3 = 0 \\ 1 - a_2 = 0 \\ (A) \; +a_3\cancel{\ell} - 1\,\cancel{\ell}/2 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} a_2 = 1 \\ a_3 = 1/2 \\ a_1 = -1/2 \end{cases}$$

Assetto statico



✓

$\rightarrow \; 1/2 - 1/2 = 0$ ✓

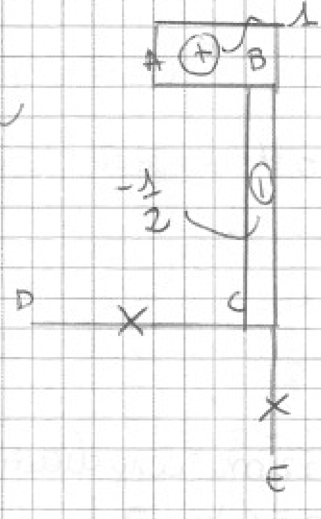
$\uparrow \; 1 - 1 = 0$ ✓

$(B) \; -1 \cdot \frac{\ell}{2} + \frac{1}{2} \cdot \ell = 0$ ✓

$\boxed{\text{sistema 1}}$

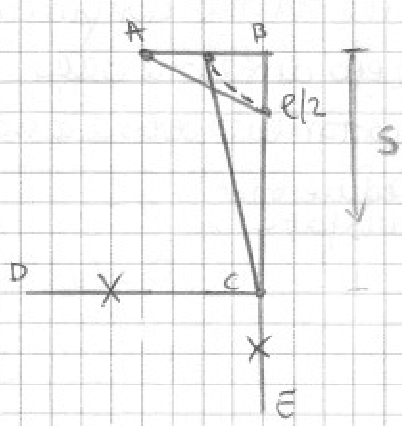
Siccome è indeformabile a sforzo normale, calcolo solo il Taglio e il momento. FARE DIAGRAMMA DI N

$T_1(z)$ ✓



$T(z)$ è costante su tutti i tratti perché $p_y(z)=0$.

$M_1(z)$ ✓



$M(z) = \text{cost}$ sui tratti in cui $T(z)=0$ e nullo perché non ci sono momenti applicati agli estremi.
$M(z)$ = lineare dove $T(z) = \text{cost}$.

In A $M(z)=0$; In B $M(z) = +1\,\ell/2$
In C $M(z)=0$

Applico PLV.

$$\mathcal{L}_E = 1 \cdot u$$

$$\mathcal{L}_i = \int_B (N_1 \varepsilon_z + T_1 \gamma + M_1 \chi)\, ds = \int_B \left(N_1 \cancel{\frac{N}{K_E}} + T_1 \cancel{\frac{T}{K_T}} + M_1 \frac{M}{K_\chi}\right) ds$$

per ip. 0 0

$$\mathcal{L}_i = \int_B M_1 \frac{M}{K_\chi}\, ds$$

Considero tratto BC perché è l'unico tratto in cui il momento è diverso da 0 in entrambi i sistemi. ✓
Scelgo lo stesso coordinato s per definire l'espressione. ✓

$$M_1(s) = \cancel{\frac{s}{2}} \cancel{+1\left(\frac{\ell}{2} - s\right)} = 1\frac{\ell}{2} - \frac{1}{2}s \quad ✓$$

$$M(s) = \cancel{-\frac{9}{8}q\ell s + q\frac{s^2}{2}} \quad q\frac{s^2}{2} - \frac{3}{8}q\ell s \quad ✓$$

$$\mathcal{L}_1 = \int_0^{l} \left(\frac{l}{2}-\frac{s}{2}\right)\left(\frac{qs^2}{2}-\frac{3}{8}\,qls\right)\frac{1}{k_x}\,ds =$$

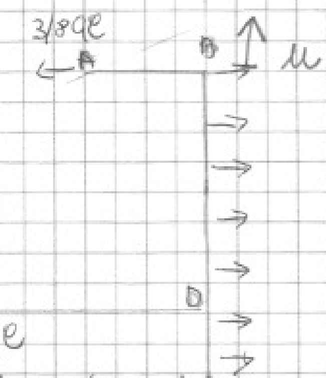
$$= \frac{1}{2}\int_0^{l} (l-s)\left(\frac{qs^2}{2}-\frac{3}{8}\,qls\right)\frac{1}{k_x}\,ds =$$

$$= \frac{1}{2k_x}\int_0^{l}\left(q\frac{s^2}{2}l-\frac{3}{8}\,ql^2 s-\frac{q}{2}s^3+\frac{3}{8}\,qls^2\right)ds =$$

$$= \frac{1}{2k_x}\left[q\frac{l}{2}\frac{l^3}{3}-\frac{3}{8}\,ql^2\frac{l^2}{2}-\frac{q}{2}\frac{l^4}{4}+\frac{3}{8}\,ql\frac{l^3}{3}\right] =$$

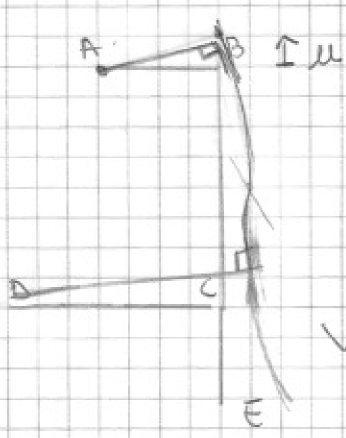
$$= \left(\frac{ql^4}{12}-\frac{3ql^4}{32}-\frac{ql^4}{16}+\frac{3ql^4}{48}\right)\frac{1}{k_x}$$

$$= -\frac{1}{96}\frac{ql^4}{k_x} \qquad \frac{[F][L]^4}{[L][F][L]^2} = [L]$$



B si sposta verso l'alto, contrariamente a quanto ipotizzato.

c) deformata qualitativa



guardo le diagramme del momento.
Dove ho disegnato il grafico del momento ci sono le fibre tese.
Rispetto i vincoli e i nodi rigidi in B e C.
Dove M è nullo ho una rotazione rigida