

**Meccanica delle Strutture 1**  
**SOLUZIONI SINTETICHE della prima prova parziale del 21/11/2005**

**Domanda 1)**

La struttura risulta 4 volte iperstatica.

Si considerino le seguenti osservazioni in virtù delle ipotesi indicate nel testo:

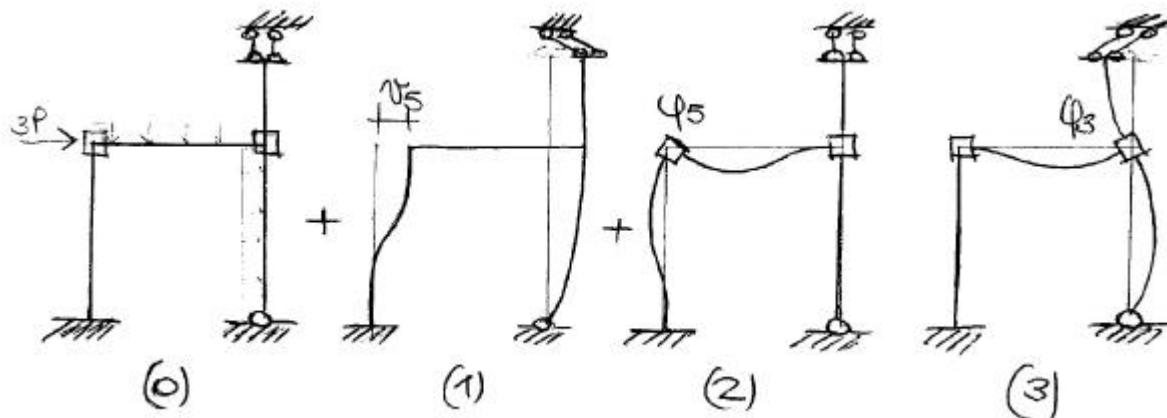
- I nodi 5 e 3 non possono traslare verticalmente poiché EA tende a infinito e tale traslazione comporterebbe invece ad esempio un allungamento/accorciamento dei ritti 1/5 e 2/3;
- I nodi 5 e 3 possono traslare orizzontalmente; ma se traslano, traslano della stessa quantità in virtù della ipotesi che EA tende a infinito per il tratto 5/3;
- I nodi 5 e 3 possono ruotare.

Quindi ne consegue che le incognite cinematiche del problema risultano:

$$v_3 = v_5 = v ; \phi_3 ; \phi_5.$$

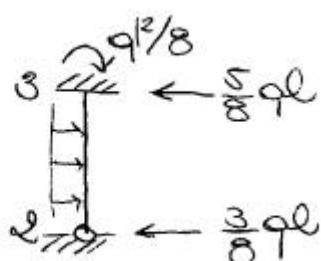
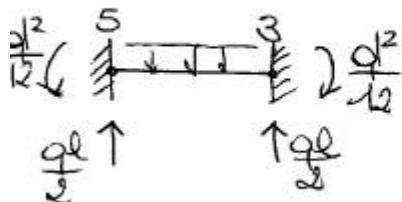
Ovviamente in virtù dei vincoli esterni assegnati risultano rilasciati questi ulteriori gradi di libertà:  $v_4 ; \phi_2$ .

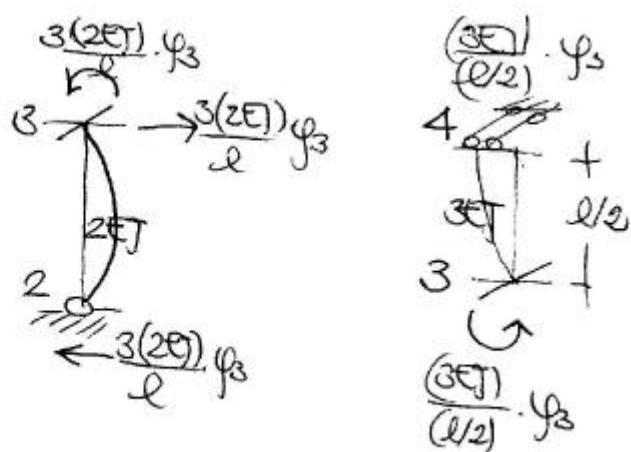
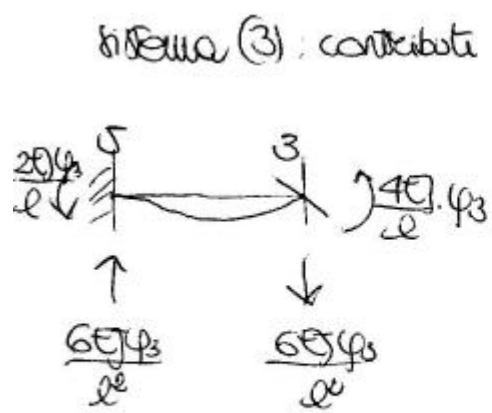
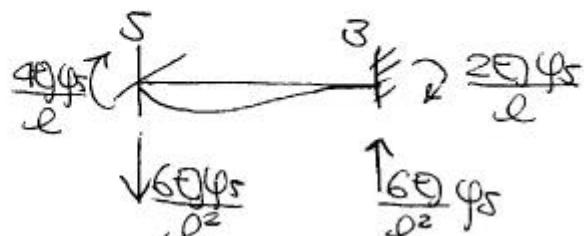
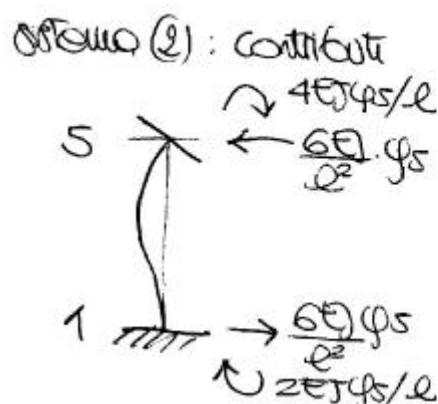
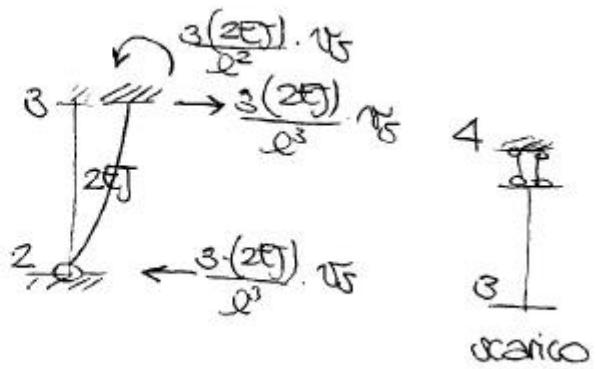
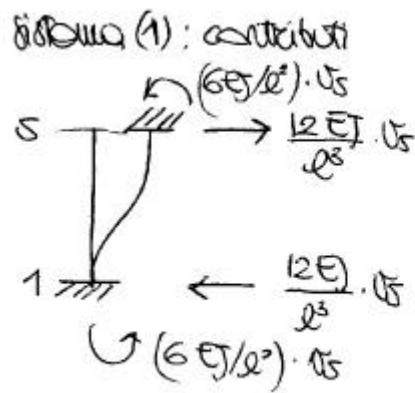
Ne conseguono i seguenti sistemi:



Nel seguito sono riportati i contributi dei singoli sistemi considerati:

**Sistema (0): contributi**

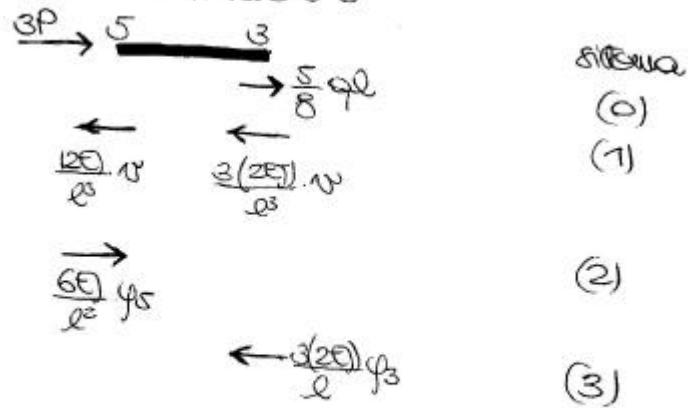




Si impongono ora le equazioni di equilibrio alla:

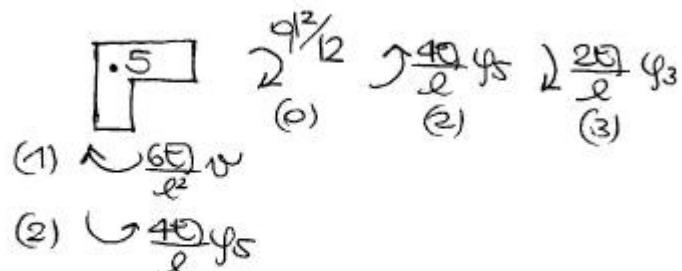
- traslazione orizzontale del traverso 3-5;
- rotazione del nodo 5;
- rotazione del nodo 3.

(a) TRASLAZIONE TRAVERSO 3-5



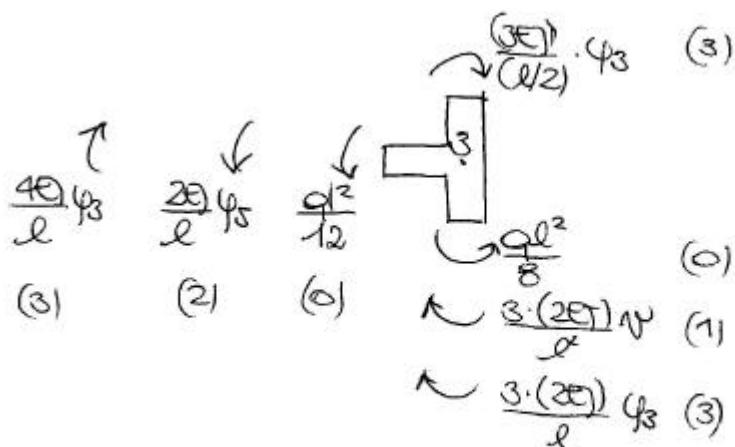
$$-\frac{5}{8}ql + \frac{12EI}{l^2}v + \frac{6EI}{l^2}v - \frac{6EI}{l^2}q_5 + \frac{25}{l}q_3 = 3P$$

(b) EQUILIBRIO AGLIA ROTAZIONE DEL NODO 5



$$-\frac{q l^2}{k} - \frac{6EI}{l^2}v + \frac{4EI}{l}q_5 + \frac{4EI}{l}q_5 - \frac{25}{l}q_3 = 0$$

(c) EQUILIBRIO AGLI ROTAZIONI DEL NODO 3



$$\frac{q l^2}{8} + \frac{q l^2}{k} - \frac{6EI}{l^2}v + \frac{25}{l}q_5 - \frac{40}{l}q_3 - \frac{6EI}{l}q_3 - \frac{6EI}{l}q_3 = 0$$

Ponendo a sistema tali equazioni si ha:

$$\begin{aligned} \frac{18E}{l^3} v - \frac{6E}{l^2} \psi_5 + \frac{6E}{l} \psi_3 &= 3l + \frac{5}{8} ql \\ -\frac{6E}{l^2} v + \frac{8E}{l} \psi_5 - \frac{2E}{l} \psi_3 &= \frac{ql^2}{l^2} \\ -\frac{6E}{l} v + \frac{2E}{l} \psi_5 - \frac{16E}{l} \psi_3 &= -\frac{5}{24} ql^2 \end{aligned}$$

Da cui in forma matriciale si ha:

$$\left[ \begin{array}{ccc} \frac{18E}{l^3} & -\frac{6E}{l^2} & \frac{6E}{l} \\ -\frac{6E}{l^2} & \frac{8E}{l} & -\frac{2E}{l} \\ -\frac{6E}{l} & \frac{2E}{l} & -\frac{16E}{l} \end{array} \right] \begin{Bmatrix} v \\ \psi_5 \\ \psi_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 3l + \frac{5}{8} ql \\ \frac{ql^2}{l^2} \\ -\frac{5}{24} ql^2 \end{Bmatrix}$$

$\brace{ \text{matrice di rigidezza } K }$

### Domanda 2)

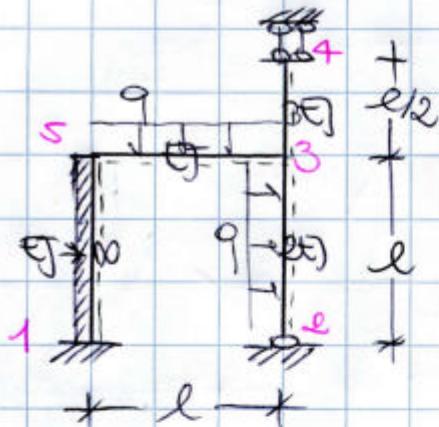
Fatte salve le osservazioni della domanda 1) con le ulteriori ipotesi introdotte risulta:

**(2a)** Si mantenga l'ipotesi che EA tenda ad infinito per tutti i tratti. Poiché EJ tende ad infinito per il tratto 1-5 il nodo 5 non può ruotare né traslare. Ne consegue che l'unica incognita cinematica risulta la rotazione del nodo 3. (*nota: ovviamente il fatto che EJ tenda ad infinito per il tratto 1-5 non implica che ivi siano nulle le caratteristiche di sollecitazione!!!*)

**(2b)** Si mantenga l'ipotesi che EA tenda ad infinito per tutti i tratti. Poiché EJ tende ad infinito per il tratto 5-3 i nodi 5 e 3 non possono ruotare. Ne consegue che l'unica incognita cinematica risulta la traslazione orizzontale v. (*nota: ovviamente il fatto che EJ tenda ad infinito per il tratto 5-3 non implica che ivi siano nulle le caratteristiche di sollecitazione!!!*)

Osservazione: cosa cambia nell'ipotesi che EA non tenda a infinito? Come cambiano le incognite cinematiche?

## SOLUZIONE PROBLEMA FILA (a)

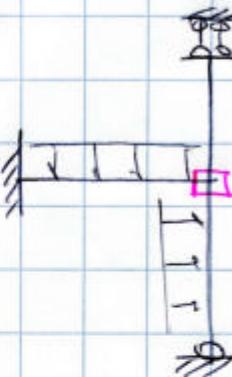
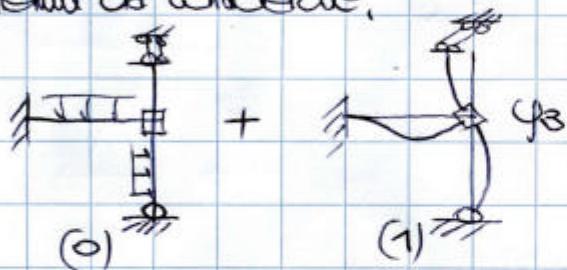


INCognita CINEMATICA:  $\varphi_3$   
(nell'hp EA  $\rightarrow k$ )

$$\varphi_3 = \frac{5}{384} \frac{q l^3}{E J}$$

Il problema è ricorducibile a questo schema:

Si fanno da considerare:



$$N/q l \sim 81/256$$

$$35/64$$

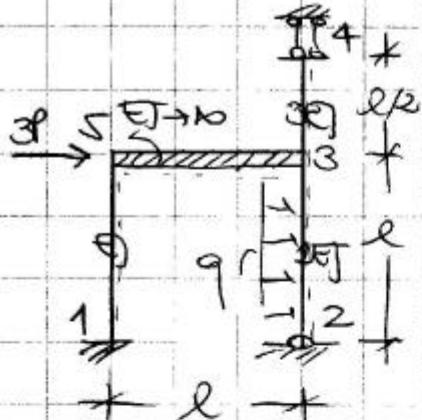
$$+ \quad -$$

$$T/q l$$

$$37/64$$

$$+ \quad -$$

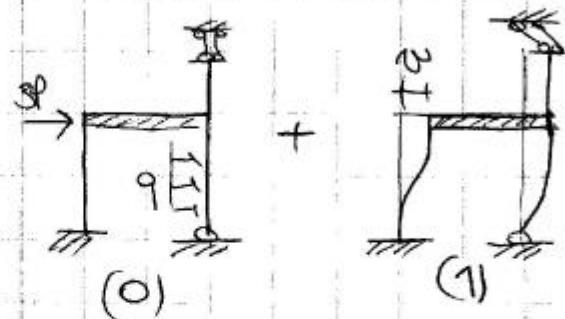
# SOLUZIONE PROBLEMA FIGA (b)



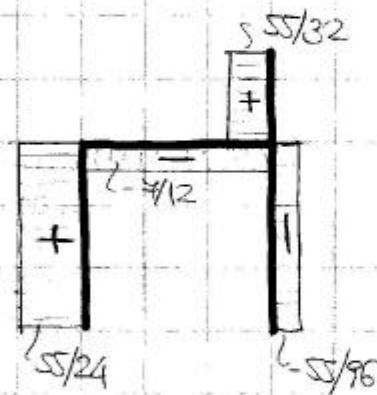
Si può da considerare:

INCognita CINEMATICA:  $V_5 = V_3 = V$   
(roll'ip EA  $\rightarrow$  0)

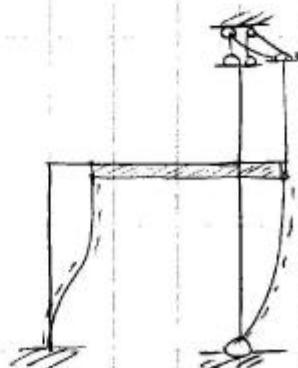
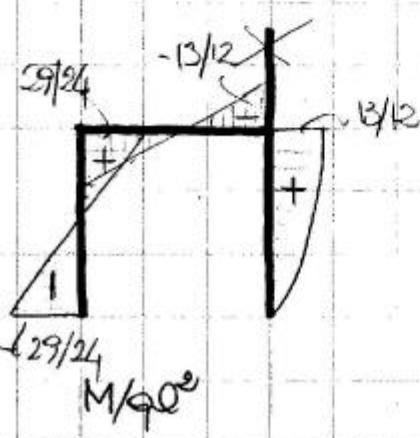
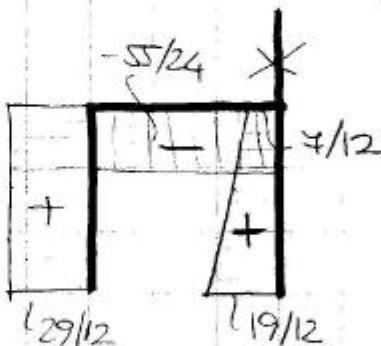
$$N = \frac{29}{144} \frac{ql^2}{E}$$



$N/qL$



$T/qL$



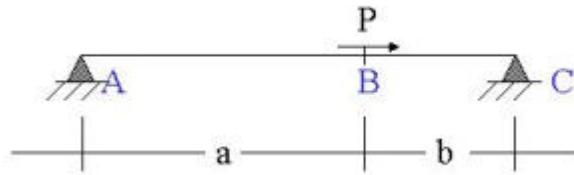
... fibra tesa

deformata aperturale

Nota:

Per la risoluzione del problema assiale nei tratti 2-3 e 3-4 fare riferimento alle seguenti osservazioni:

1) problema assiale di riferimento



Assumendo come incognita cinematica o spostamento orizzontale del punto B ( $w_B$ ) si ha:

$$\epsilon_{AB} = \frac{\Delta_{AB}}{l_{AB}^0} = \frac{w_B}{a} \rightarrow N_{AB} = s_{AB}A = EA \frac{w_B}{a}$$

$$\epsilon_{BC} = \frac{\Delta_{BC}}{l_{BC}^0} = -\frac{w_B}{b} \rightarrow N_{BC} = s_{BC}A = -EA \frac{w_B}{b}$$

Da cui imponendo l'equilibrio alla traslazione in B si ricava l'incognita cinematica!

Attenzione nel porre correttamente le rigidezze e le lunghezze assegnate per i tratti 2-3 e 3-4!!!!!!

2) Il valore del carico P fare riferimento all'equilibrio del nodo 3 !!!!!!