Metodi di soluzione per strutture elastiche iperstatiche

<table>
<tr><th>Metodo delle forze</th><th>Metodo degli spostamenti</th></tr>
<tr><td colspan="2">1. Sistema principale</td></tr>
<tr><td>Staticamente determinato
Scelta del sistema sopprimendo alcuni vincoli o introducendo sconnessioni interne in modo da avere una struttura risolvibile con le equazioni della statica
Sistema staticamente determinato
Molteplicità di sistemi principali</td><td>Geometricamente determinato
Il sistema si ottiene bloccando i gradi di libertà del sistema effettivo in modo da avere una struttura composta da travi perfettamente vincolate agli estremi
Sistema a nodi bloccati
Unicità del sistema principale</td></tr>
<tr><td colspan="2">2. Incognite</td></tr>
<tr><td>Statiche (forze e momenti)
iperstatiche
Le n incognite possono essere forze o momenti conseguenza della soppressione di un vincolo o dell’inserimento di sconnessioni interne.</td><td>Cinematiche (spostamenti e rotazioni)
gradi di liberta’
Le s incognite sono spostamenti o rotazioni in punti (nodi) della struttura conseguenza dell’aver bloccato tutti i gradi di liberta’ della struttura</td></tr>
<tr><td colspan="2">3. Sistema equivalente al sistema effettivo</td></tr>
<tr><td colspan="2">Il sistema principale con i carichi esterni e le incognite (statiche o cinematiche) deve risultare equivalente al sistema effettivo.</td></tr>
<tr><td colspan="2">4. Sistema principale con i carichi esterni (0)</td></tr>
<tr><td>Sistema (0)
Considero il sistema principale
staticamente determinato
e vi applico i carichi esterni

Trovo reazioni vincolari e CDS</td><td>Sistema (0)
Considero il sistema principale geometricamente determinato (a nodi bloccati) e vi applico i carichi esterni

Trovo le reazioni vincolari dei tratti di trave a nodi bloccati e trasferisco l’effetto dei carichi sui nodi</td></tr>
<tr><td colspan="2">5. Sistemi principali con le incognite (1,2..)</td></tr>
<tr><td>Sistema (1,2..n)
Incognite statiche unitarie
(iperstatiche)
Considero n volte il sistema principale staticamente determinato ed ogni volta con una incognita unitaria (forze o momenti incogniti) applicata nel punto di applicazione e nella direzione della reazione del vincolo soppresso
(incognita statica=iperstatica)

Trovo reazioni vincolari e CDS</td><td>Sistema (1,2..s)
Incognite cinematiche unitarie
(gradi di liberta’)
Considero i tratti del sistema principale geometricamente determinato e per ogni tratto compreso tra due nodi (trave con doppio incastro) impongo un grado di liberta’ nei nodi stessi
(incognita cinematica)

Trovo le reazioni vincolari dei tratti di trave a nodi bloccati e trasferisco l’azione sui nodi (cambiando di segno la reazione vincolare)</td></tr>
<tr><td colspan="2">6. Condizioni (locali)</td></tr>
<tr><td>Equazioni di congruenza
Impongo tante equazioni di congruenza quante sono le incognite statiche (n).
$\eta_i = \eta_{i0} + \eta_{ij} X_j$ Muller-Breslau</td><td>Equazioni di equilibrio
Impongo tante equazioni di equilibrio quante sono le incognite cinematiche (s).
$F_i = F_{i0} + F_{ij} \xi_j$</td></tr>
<tr><td colspan="2">7. Sistema da risolvere (in forma matriciale)</td></tr>
<tr><td>$\eta_{ij} X_j = \eta_i - \eta_{i0}$

$\boxed{\underline{B}\ \underline{x} = \underline{d}}$

$\underline{B}$ matrice di flessibilita’ della struttura
$\underline{B} = \begin{pmatrix} \eta_{11} & \cdots & \eta_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \eta_{n1} & \cdots & \eta_{nn} \end{pmatrix}$</td><td>$F_{ij} \xi_j = F_i - F_{i0}$

$\boxed{\underline{K}\ \underline{\xi} = \underline{f}}$

$\underline{K}$ matrice di rigidezza della struttura
$\underline{K} = \begin{pmatrix} k_{11} & \cdots & k_{1s} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{s1} & \cdots & k_{ss} \end{pmatrix}$</td></tr>
</table>

8. Determinazione dei coefficienti delle matrici (*coefficienti d'influenza*)	
I coefficienti η_{ij} si ottengono dai sistemi (1,2,..n) e rappresentano gli *spostamenti*, nei punti di applicazione e nella direzione delle *forze* unitarie applicate, che insorgono nella struttura *staticamente* determinata per effetto di forze unitarie (spostamento *i-mo* nel punto di applicazione e nella direzione della forza *j-ma*). ***Problemi elementari isostatici*** (teorema dei lavori virtuali nella forma delle *forze* virtuali)	I coefficienti F_{ij} si ottengono dai sistemi (1,2,..s) e rappresentano le *azioni* (forze o momenti) sui nodi indotte da *spostamenti incogniti* applicati ai nodi stessi (reazioni vincolari cambiate di segno), che insorgono in una trave *geometricamente* determinata (doppio incastro) (reazione vincolare *i-ma* nel punto di applicazione e nella direzione dello spostamento *j-mo* cambiata di segno). ***Problemi elementari iperstatici*** trave incastrata (calcolo manuale e automatico) trave incastro-incastro,incastro-cerniera, incastro-pendolo.. (calcolo manuale)
9. Determinazione del vettore dei termini noti	
I coefficienti η_{i0} si ottengono dal sistema (0) e rappresentano gli *spostamenti*, nei punti di applicazione e nella direzione delle *forze* incognite, che insorgono nella struttura *staticamente* determinata (0) per effetto dei carichi esterni. I coefficienti η_i si ottengono dal sistema effettivo (vincolo perfetto o sconnessione perfetta η_i =0) e rappresentano gli *spostamenti* nel sistema effettivo.	I coefficienti F_{i0} si ottengono dal sistema (0) e rappresentano le *azioni dei carichi* (reazioni vincolari cambiate di segno), nei punti di applicazione e nella direzione degli spostamenti incogniti, che insorgono nella struttura *geometricamente* determinata (0) (trasferisco l'effetto statico degli spostamenti incogniti sui *nodi*). I coefficienti F_i si ottengono dal sistema effettivo (nodo scarico F_i =0) e rappresentano le *forze* o i momenti applicati nei nodi nel sistema effettivo.
10. Risoluzione del sistema	
Sistema algebrico non omogeneo a cui è associata una ***matrice di flessibilità*** di *rango* o caratteristica pari al *grado di iperstaticità* della struttura da risolvere (*n*)	Sistema algebrico non omogeneo a cui è associata una ***matrice di rigidezza*** di *rango* o caratteristica pari al *numero dei gradi di libertà incogniti* della struttura da risolvere (*s*)
11. Reazioni vincolari e diagrammi delle caratteristiche di sollecitazione	
Per trovare le reazioni vincolari ed i diagrammi delle CDS del SE opero con la sovrapposizione delle soluzioni del sistema (0) e dei sistemi (1,2..n) dove in luogo delle forze unitarie sostituisco i valori delle iperstatiche trovate con la risoluzione del sistema lineare $R = R_0 + R_j X_j$ $R \rightarrow (N, M, T)$ $N_0, T_{0,} M_0 \rightarrow$ diagrammi del sistema (0) $N_j, T_{j,} M_j \rightarrow$ diagrammi dei sistemi (j-mi)	Per trovare le reazioni vincolari ed i diagrammi delle CDS del SE opero con la sovrapposizione delle soluzioni del sistema (0) e dei sistemi (1,2..n) dove in luogo delle incognite cinematiche sostituisco i valori trovati con la risoluzione del sistema lineare. $R = R_0 + R_j \xi_j$ $R \rightarrow (N, M, T)$ $N_0, T_{0,} M_0 \rightarrow$ diagrammi del sistema (0) $N_j, T_{j,} M_j \rightarrow$ diagrammi dei sistemi (j-mi)
12. Alcune tecniche di controllo della soluzione	
Deformata qualitativa in base al diagramma del momento; equilibrio dei nodi; rigidezze equivalenti…	