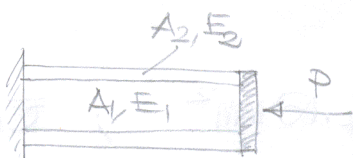


fil A



Equilibrio:
 $P_1 + P_2 = P$

Congruenza:

$$\delta_1 = \delta_2 = \delta \quad \delta = \varepsilon \cdot L = \frac{PL}{AE}$$

$$\delta_1 = \frac{P_1 L}{A_1 E_1} \quad \delta_2 = \frac{P_2 L}{A_2 E_2}$$

$$\rightarrow P_1 = \frac{\delta_1 A_1 E_1}{L} = \frac{\delta A_1 E_1}{L}$$

$$\rightarrow P_2 = \frac{\delta_2 A_2 E_2}{L} = \frac{\delta A_2 E_2}{L}$$

$$P = P_1 + P_2$$

Sostituendo i valori numerici:

fil A1

$$L = 200 \text{ mm}$$

$$d_1 = 19 \text{ mm} \rightarrow A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = 283,53 \text{ mm}^2$$

$$d_2 = 31 \text{ mm} \rightarrow A_2 = \frac{\pi}{4} (d_2^2 - d_1^2) = 471,24 \text{ mm}^2$$

$$E_1 = 200 \text{ GPa}; E_2 = 71 \text{ GPa}$$

$$P_1 = \frac{283,53 \text{ mm}^2 \cdot 3 \text{ mm} \cdot 200 \text{ GPa} \cdot 10^{-6}}{200 \text{ mm}} \quad \text{mm}^2 \rightarrow \text{m}^2$$

$$P_1 = \frac{N}{\text{m}^2}$$

$$= 850,59 \cdot 10^{-5} \text{ GN} = 850,59 \cdot 10^3 \text{ N} = 850,59 \text{ kN}$$

$$P_2 = \frac{471,24 \cdot 3 \cdot 71 \cdot 10^{-5}}{200} = 501,87 \text{ kN}$$

$$P = 1352,46 \text{ kN}$$

fila A2

$$L = 200 \text{ mm}$$

$$d_1 = 20 \text{ mm} \rightarrow A_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = 314.16 \text{ mm}^2; E_1 = 200 \text{ GPa}$$

$$d_2 = 30 \text{ mm} \rightarrow A_2 = \frac{\pi}{4}(d_2^2 - d_1^2) = 392.7 \text{ mm}^2; E_2 = 105 \text{ GPa}$$

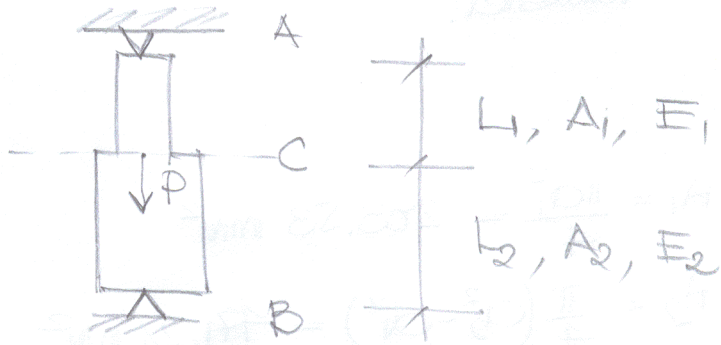
$$\delta = 3 \text{ mm}$$

$$P_1 = \frac{314.16 \cdot 3 \cdot 200 \cdot 10^{-6}}{200} = 942.48 \text{ kN}$$

$$P_2 = \frac{392.7 \cdot 3 \cdot 105 \cdot 10^{-6}}{200} = 618.50 \text{ kN}$$

$$P = 1560.98 \text{ kN}$$

fila B



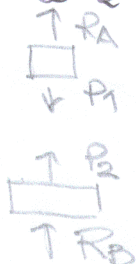
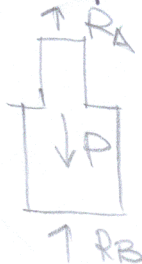
equilibrio

$$R_A + R_B = P$$

compatibilidad

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 0$$

$$\frac{P_1 L_1}{A_1 E_1} + \frac{P_2 L_2}{A_2 E_2} = 0$$



$$P_1 = R_A$$
$$P_2 = -R_B$$

$$\begin{cases} \frac{R_A L_1}{A_1 E_1} - \frac{R_B L_2}{A_2 E_2} = 0 \\ R_A + R_B = P \end{cases}$$

$$\frac{R_A L_1}{A_1 E_1} = \frac{R_B L_2}{A_2 E_2} \quad R_A = \frac{A_1 E_1}{L_1} \frac{L_2}{A_2 E_2} R_B$$

$$R_A = \alpha^* R_B$$

$$R_B (1 + \alpha^*) = P$$

$$R_B = P / (1 + \alpha^*) \quad R_A = \alpha^* R_B$$

$$\sigma_1 = \frac{R_A}{A_1} \quad \sigma_2 = \frac{R_B}{A_2}$$

introducendo i valori numerici:

fila B1

$$P = 300 \text{ kN}$$

$$L_1 = 300 \text{ mm} \quad A_1 = 250 \text{ mm}^2 \quad E_1 = 200 \text{ GPa}$$

$$L_2 = 300 \text{ mm} \quad A_2 = 400 \text{ mm}^2 \quad E_2 = 105 \text{ GPa}$$

$$\alpha^* = \frac{A_1 E_1}{L_1} \frac{L_2}{A_2 E_2} = \frac{250 \cdot 200}{300} \cdot \frac{300}{400 \cdot 105} = 1.19$$

$$R_B = P / (1 + 1.19) = 136.98 \text{ kN}$$

$$R_A = 163.02 \text{ kN}$$

$$\sigma_1 = \frac{R_A}{A_1} = \frac{163.02 \text{ kN}}{250 \text{ mm}^2} \cdot \frac{10^3 \text{ N}}{10^6 \text{ mm}^2} = \boxed{652.08 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

$$\sigma_2 = \frac{R_B}{A_2} = \frac{136.98 \text{ kN}}{400 \text{ mm}^2} = \boxed{-342.45 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}}$$

f11a B2

$$L_1 = 250 \text{ mm}$$

$$A_1 = 200 \text{ mm}^2$$

$$E_1 = 180 \text{ GPa}$$

$$P = 250 \text{ kN}$$

$$L_2 = 200 \text{ mm}$$

$$A_2 = 350 \text{ mm}^2$$

$$E_2 = 100 \text{ GPa}$$

$$\alpha^* = \frac{A_1 E_1}{L_1} \cdot \frac{L_2}{A_2 E_2} = \frac{200 \cdot 180}{250} \cdot \frac{200}{350 \cdot 100} = 0,823$$

$$R_B = P / (1 + 0,823) = 137,14 \text{ kN}$$

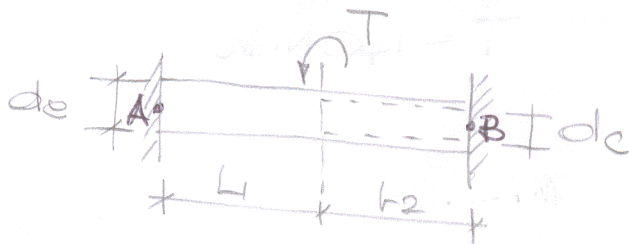
$$R_A = 112,86 \text{ kN}$$

$$\sigma_1 = \frac{R_A}{A_1} = \frac{112,86 \cdot 10^3 \text{ N}}{200 \text{ mm}^2} = 564,3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_2 = \frac{R_B}{A_2} = \frac{137,14 \cdot 10^3 \text{ N}}{350 \text{ mm}^2} = -391,83 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

TORZIONE

filA



materiale omogeneo

Equilibrio

$$T_A + T_B = T$$

Congruenza

$$\text{incastro } \phi = \phi_1 + \phi_2 = 0$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = \frac{T_A L_1}{J_1 G} - \frac{T_B L_2}{J_2 G} = 0 \rightarrow T_B = \frac{L_1 J_2}{L_2 J_1} T_A$$

$$T_B = \alpha^* T_A$$

$$T_A + T_B = T$$

$$T_A (1 + \alpha^*) = T \rightarrow T_A = T / (1 + \alpha^*)$$

$$T_B = T - T_A$$

sostituendo i valori numerici:

filA

$$L_1 = 120 \text{ mm} \quad L_2 = 120 \text{ mm} \quad T = 120 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$d_e = 22 \text{ mm}; \quad d_c = 15.6 \text{ mm}$$

$$J_1 = \frac{\pi}{2} r^4 = \frac{\pi}{2} (11)^4 = 2.30 \text{ cm}^4$$

$$J_2 = \frac{\pi}{2} (11^4 - 7.8^4) = 1.72 \text{ cm}^4$$

$$T_B = \frac{L_1 J_2}{L_2 J_1} = \frac{120 \cdot (2.30)^{-1}}{120 (1.72)} = 0.748$$

$$T_A = T / (1 + 0.748) = 120 \text{ N}\cdot\text{m} / (1.748) = \boxed{68.66 \text{ N}\cdot\text{m}}$$

$$T_B = 120 - 68.66 = \boxed{51.34 \text{ N}\cdot\text{m}}$$

fila A2

$$L_1 = 125 \text{ mm} \quad L_2 = 140 \text{ mm}$$
$$d_e = 60 \text{ mm} \quad d_c = 41 \text{ mm}$$

$$T = 140 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$J_1 = \frac{\pi}{2} 30^4 = 127,23 \text{ cm}^4$$

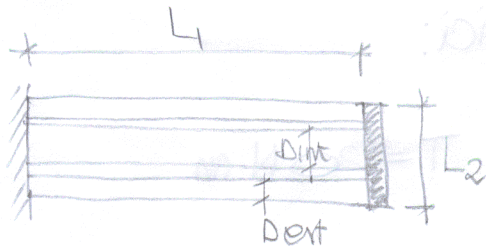
$$J_2 = \frac{\pi}{2} (30^4 - 22^4) = 90,44 \text{ cm}^4$$

$$T_B = \frac{125}{140} \cdot \frac{90,44}{127,23} = 0,635 T_A$$

$$T_A = T / (1 + 0,635) = 140 / (1,635) = 85,64 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$T_B = 54,36 \text{ N}\cdot\text{m}$$

fila B



Equilibrio

$$T_0 = T_1 + T_2$$

Compatibilità

$$\phi_1 = \phi_2$$

$$\phi = \frac{T L}{J G}$$

$$\phi_1 = \phi_2 \Rightarrow \frac{T_1 L}{J_1 G_1} = \frac{T_2 L}{J_2 G_2} \Rightarrow T_2 = \frac{J_2 G_2 T_1 L}{J_1 G_1 L} = \alpha T_1$$

$$\text{Impongo } T_2 = \frac{T_{\text{max}2} \cdot J_2}{C_2} \quad \text{e} \quad T_1 = \frac{T_{\text{max}1} \cdot J_1}{C_1}$$

↓
verificare
 $T_1 < T_{\text{max}1}$

↓
verificare
 $T_2 < T_{\text{max}2}$

$$\rightarrow T_0 = T_1 + T_2$$

fila B1

acciaio: $D_{int} = 50 \text{ mm}$ $G_{acciaio} = 77 \text{ GPa}$ $\tau_{acciaio} = 120 \text{ MPa}$
alluminio: $D_{est} = 8 \text{ mm}$ $G_{all} = 27 \text{ GPa}$ $\tau_{all} = 70 \text{ MPa}$
 $L_1 = 500 \text{ mm}$ $L_2 = 76 \text{ mm}$

$$J_{acciaio} = \frac{\pi}{2} 25^4 = 0.613 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$J_{all} = \frac{\pi}{2} \left(\left(\frac{76}{2} \right)^4 - 30^4 \right) = 2.003 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$\frac{T_2 \cdot (0.5 \text{ m})}{0.613 \cdot 10^{-6} \cdot 77 \text{ GPa} \cdot \text{m}^4} = \frac{T_1 \cdot (0.5 \text{ m})}{2.003 \cdot 10^{-6} \cdot 27 \text{ GPa} \cdot \text{m}^4}$$

$$T_2 = 0.873 T_1$$

hp governa l'alluminio

$$T_1 = \frac{\tau_{all} \cdot J_1}{C_1} = \frac{70 \text{ MPa} \cdot 2.003 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4}{0.038 \text{ m}} = 3689.7 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T_2 = 3221.14 \text{ N} \cdot \text{m} \rightarrow \text{verifica } \tau_{acc,2} = \frac{T_2 \cdot C_2}{J_2} = 131.52 \gg 120$$

NO

→ governa l'acciaio!

$$T_2 = \frac{\tau_{acc} \cdot J_2}{C_2} = \frac{120 \text{ MPa} \cdot 0.613 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4}{0.025 \text{ m}} = 2942.4 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$T_1 = \frac{T_2}{0.873} = 3370.45 \text{ N} \cdot \text{m}$$

(verifica $\tau_{all,1} = 63 < 70 \text{ OK!!}$)

$$T = T_1 + T_2 = 6312.85 \text{ N} \cdot \text{m} \approx 6.3 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

fila B2

acciaio: $D_{int} = 30 \text{ mm}$ $G_{acciaio} = 78 \text{ GPa}$ $\tau_{acciaio} = 105 \text{ MPa}$
ottone: $D_{est} = 6 \text{ mm}$ $G_{ottone} = 39 \text{ GPa}$ $\tau_{ottone} = 56 \text{ MPa}$
 $L_1 = 500 \text{ mm}$ $L_2 = 52 \text{ mm}$

$$J_{acciaio} = \frac{\pi}{2} 15^4 = 0.0795 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$J_{ottone} = \frac{\pi}{2} \left(\left(\frac{52}{2} \right)^4 - 20^4 \right) = 0.466 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$$

$$\frac{T_2 \cdot 0.5}{48 \cdot 0.0795 \cdot 10^{-6}} = \frac{T_1 \cdot 0.5}{39 \cdot 0.466 \cdot 10^{-6}}$$

$$T_2 = 0.341 T_1$$

hp governa l'acciaio

$$T_2 = \frac{T_{acc} \cdot J_{acc}}{C_2} = \frac{105 \cdot 0.0795 \cdot 10^{-6}}{0.015} = 555.5 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$\text{controllo ottone } T_{ott} = \frac{(555.5 / 0.341) \cdot 0.026}{0.466 \cdot 10^{-6}} = 91 \gg 56 \text{ No!!}$$

→ governa l'ottone

$$T_1 = \frac{T_{ott} \cdot J_{ott}}{C_1} = \frac{56 \cdot 0.466 \cdot 10^{-6}}{0.026} = 1003.69$$

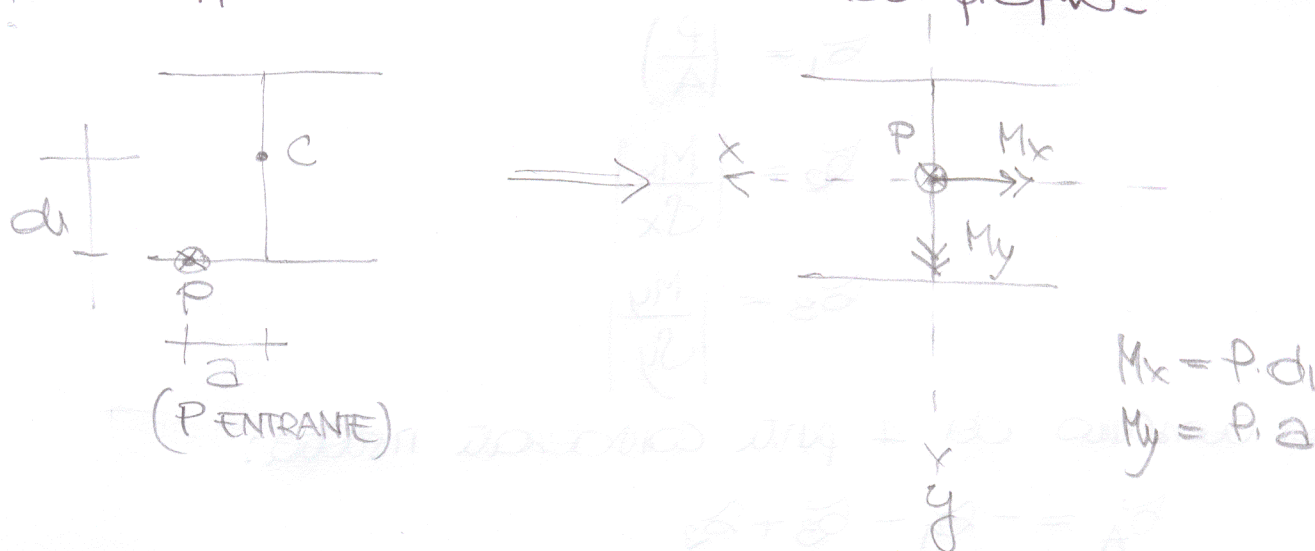
$$(\text{controllo acciaio } T = \frac{(1003.69 \cdot 0.341) \cdot 0.015}{0.0795 \cdot 10^{-6}} = 64 < 105 \text{ ok})$$

$$T = 1003.69 + 1003.69 \cdot 0.341 = 1345.95 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

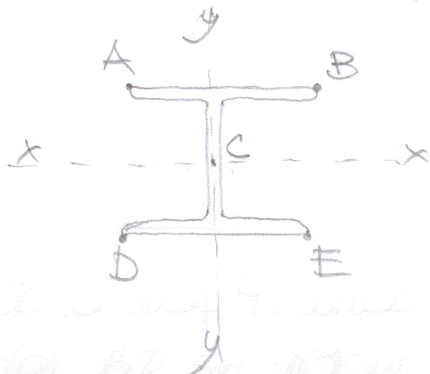
CARICO ASSIALE ECCENTRICO

filà B

In primo luogo si sostituisce P con un sistema equivalente di forze applicato nel baricentro C del profilo.



Il problema proposto richiede di determinare la distanza a (dato il carico P , od in alternativa di determinare il carico P assegnata a , diviso, a) in modo tale che la massima tensione di compressione sia pari ad un dato valore assegnato. La tensione massima si realizzerà in uno dei 4 punti mostrati in figura:



Un modo di procedere è a questo punto quello di calcolare il contributo alla tensione fornito, per ciascun punto, da ciascuna condizione di carico e poi sommarle opportunamente. In valore assoluto, essi sono dati da:

$$\sigma_1 = \left| \frac{P}{A} \right|$$

$$\sigma_2 = \left| \frac{M_x}{J_x} y \right|$$

$$\sigma_3 = \left| \frac{M_y}{J_y} x \right|$$

Si noti che per i punti considerati le grandezze J_x e J_y corrispondono ai momenti statici forniti dagli elenchi profilari, quindi in alternativa in questo caso si potrebbe anche scrivere:

$$\sigma_1 = \left| \frac{P}{A} \right|$$

$$\sigma_2 = \left| \frac{M_x}{S_x} \right|$$

$$\sigma_3 = \left| \frac{M_y}{S_y} \right|$$

Per ciascuno dei 4 punti considerati risulta:

$$\sigma_A = -\sigma_1 - \sigma_3 + \sigma_2$$

$$\sigma_B = -\sigma_1 + \sigma_3 + \sigma_2$$

$$\sigma_D = -\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_2$$

$$\sigma_E = -\sigma_1 + \sigma_3 - \sigma_2$$

Ne consegue che la massima tensione di compressione risulterà in D.

Esempio B1

Profilo W150 x 24

Determinare, assegnato il carico P pari a 50 kN, a t.c., la massima tensione di compressione sia pari a 95 MPa.

Si calcolino i vari contributi alla tensione:

$$\sigma_1 = \left| \frac{P}{A} \right| = \left| \frac{50 \text{ kN}}{3060 \text{ mm}^2} \right| = 16,34 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_2 = \left| \frac{M_x}{J_x} y_1 \right| = \left| \frac{(50 \cdot 10^3 \cdot 75) \cdot 80 \text{ N} \cdot \text{mm}^2}{13,4 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} \right| = 22,32 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

Si noti che:

$$\frac{J_x}{y_1} = \frac{13,4 \cdot 10^6}{80} = 168 \cdot 10^3 \text{ mm}^3 \text{ e proprio pari al valore di } S_x \text{ fornito dal profilario.}$$

$$\sigma_3 = \left| \frac{M_y}{J_y} \right| = \left| \frac{50 \cdot 10^3 \cdot a \text{ N}\cdot\text{mm}}{35,9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} \right| = 1,39 a \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

La massima tensione di compressione è realizzata in D.
Pertanto:

$$-\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 = -95$$

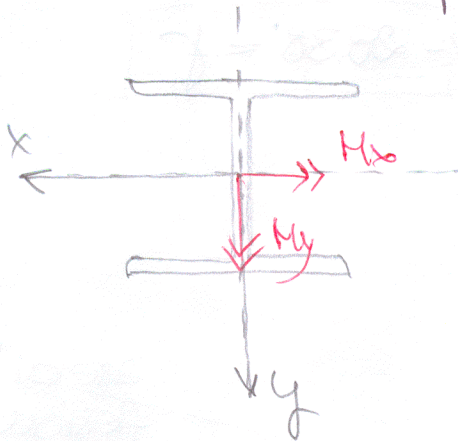
↑
tensione di compressione!

Sostituendo i valori numerici:

$$-16,34 - 22,32 - 1,39 \cdot a = -95$$

$$\rightarrow a \approx 40,5 \text{ mm}$$

Ricaviamo a questo punto l'equazione dell'asse neutro:



L'eq. dell'asse neutro risulta per questa scelta di assi:

$$\frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x = 0$$

$$M_x = -50 \cdot 10^3 \cdot 45 = -3750 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

$$M_y = 50 \cdot 10^3 \cdot 40,5 = 2025 \cdot 10^3 \text{ N}\cdot\text{mm}$$

Ne consegue:

$$-16,34 + \left(\frac{-3750 \cdot 10^3}{134 \cdot 10^6} \right) y - \left(\frac{+2025 \cdot 10^3}{1,83 \cdot 10^6} \right) x = 0$$

ovvero:

$$y = -58,35 - 3,954 x$$

da cui le intersezioni coi gli assi sarebbero:

$$y=0 \quad x \approx -14,75 \text{ mm}$$

$$x=0 \quad y = -58,35 \text{ mm}$$

Ancora, è opportuno che l'asse neutro formi con l'asse x e' dato dalla:

$$\tan \phi = \frac{J_x}{J_y} \frac{M_y}{M_x}$$

Per cui in questo caso si ha:

$$\phi = \arctg(\tan \phi) = \arctg\left(-\frac{3.4 \cdot 10^6}{1.83 \cdot 10^6} \cdot \frac{50 \cdot 10^3 \cdot 40.5}{50 \cdot 10^3 \cdot 45}\right) = \boxed{-75.81^\circ = \phi}$$

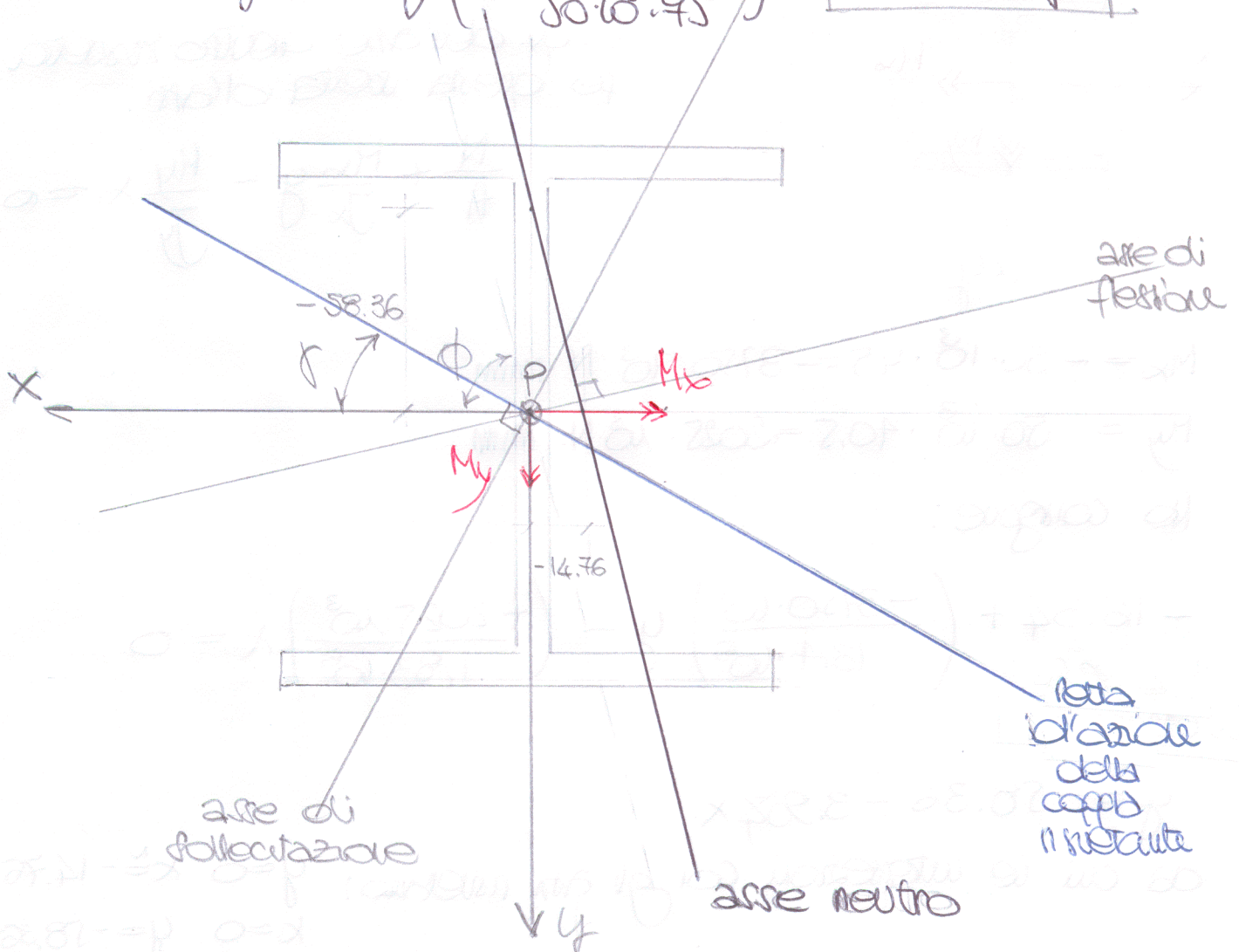
L'asse di flessione risulta perpendicolare all'asse neutro.

Infine riguardando l'asse di sollecitazione, il coppia risultante M forma un angolo γ rispetto all'asse x dato dalla:

$$\tan \gamma = \frac{M_y}{M_x}$$

Da cui:

$$\gamma = \arctg\left(-\frac{50 \cdot 10^3 \cdot 40.53}{50 \cdot 10^3 \cdot 45}\right) = \boxed{-28.38^\circ = \gamma}$$



fila B2

Profilo S250 x 37,8

Determinare, assegnata la posizione del carico P, il carico P t.c. la massima tensione di compressione sia pari a 85 MPa.

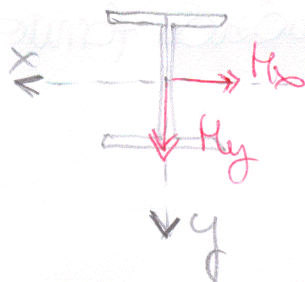
Valendo le considerazioni precedenti fatte per l'esercizio della fila B1, ancora la massima tensione di compressione risulterà in D; dunque:

$$-\frac{P}{A} - \frac{P \cdot 120}{S_x} - \frac{P \cdot 40}{S_y} = -85$$

$$-P \left(\frac{1}{4820} + \frac{120}{402 \cdot 10^3} + \frac{40}{47,5 \cdot 10^3} \right) = -85$$

$$\boxed{P = 63,05 \text{ kN}}$$

Ricaviamo a questo punto l'equazione dell'asse neutro:



L'eq. dell'asse neutro risulterà ancora:

$$\frac{N}{A} + \frac{I_{xy}}{I_x I_y} y - \frac{I_{xy}}{I_y} x = 0$$

$$I_x = -63,05 \cdot 10^3 \cdot 120 = -7566 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

$$I_y = +63,05 \cdot 10^3 \cdot 40 = 2522 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot \text{mm}$$

Ne consegue

$$-\frac{63,05 \cdot 10^3}{4820} + \left(-\frac{7566 \cdot 10^3}{51,1 \cdot 10^6} \right) y - \left(+\frac{2522 \cdot 10^3}{2,86 \cdot 10^5} \right) x = 0$$

$$y = -88,35 - 5,96 x$$

da cui si hanno le intersezioni coi gi assi;

$$y = 0 \quad x \cong -14,83 \text{ mm}$$

$$x = 0 \quad y = -88,35 \text{ mm}$$

L'angolo ϕ che l'asse neutro forma con l'asse x risulta:

$$\phi = \arctg \left(-\frac{51.1 \cdot 10^6}{2.86 \cdot 10^6} \cdot \frac{63.05 \cdot 10^3}{63.05 \cdot 10^3} \cdot \frac{40}{120} \right) \approx \boxed{80.5^\circ = \phi}$$

L'asse di flessione risulta perpendicolare all'asse neutro.

Infine per quanto riguarda l'asse di sollecitazione, la coppia risultante M forma un angolo γ rispetto all'asse x dato dalla:

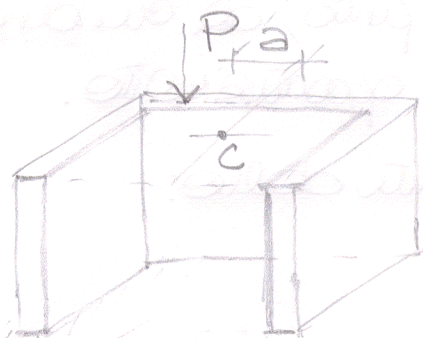
$$\tan \gamma = \frac{M_y}{M_x}$$

$$\gamma = \arctg \left(-\frac{63.05 \cdot 10^3}{63.05 \cdot 10^3} \cdot \frac{40}{120} \right) \approx \boxed{18.4^\circ = \gamma}$$

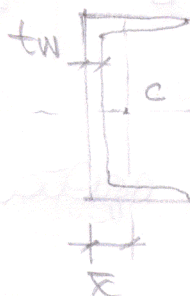
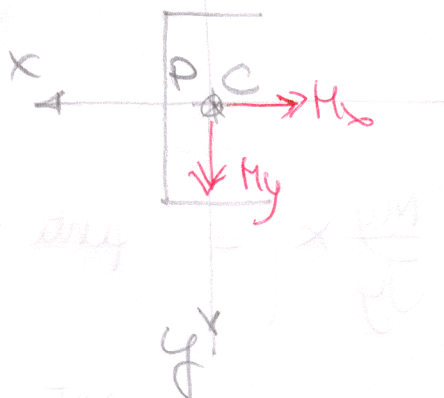
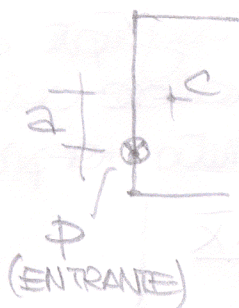
nota: per la rappresentazione grafica si recita quella dell'angolo della fila B1 (tenendo conto delle variazioni fornite dai diversi valori numerici) -

CARICO ASSIALE E ECCENTRICO

F10A



In primo luogo si sostituisce P con un sistema equivalente di forze applicato nel baricentro C del profilo;



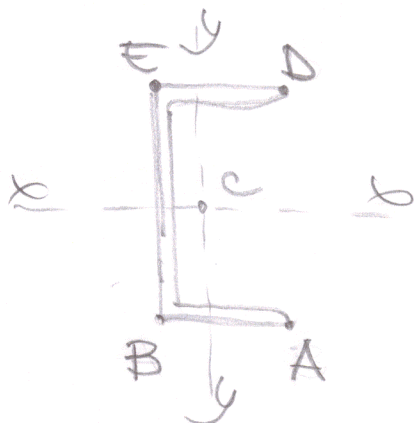
in cui:

$$M_x = P \cdot a$$

$$M_y = P \cdot \left(x - \frac{tw}{2} \right)$$

Il problema proposto richiede di determinare la distanza a (dato il carico P , od in alternativa di determinare il carico P assegnata la distanza a) in modo tale che la massima tensione di compressione sia pari ad un dato valore assegnato.

La tensione massima si realizzerà in uno dei 4 punti mostrati in figura:



È sufficiente dunque a questo punto calcolare le contribuzioni alla tensione fornite, per ciascun punto, da ciascuna condizione di carico e poi sommarle opportunamente.

In valore assoluto essi sono forniti dalle:

$$\sigma_1 = |P/A|$$

$$\sigma_2 = \left| \frac{M_x}{J_x} y \right| = \left| \frac{P a}{J_x} \cdot y \right| = \left| \frac{P a}{S_x} \right|$$

$\frac{J_x}{y}$ per i punti assegnati è dato proprio dal valore del momento statico fornito nel profilo.

$$\sigma_3 = \left| \frac{M_y}{J_y} x \right| = \begin{array}{l} \text{punto B/E} \quad \left| \frac{M_y \cdot \bar{x}}{J_y} \right| \\ \text{punto A/D} \quad \left| \frac{M_y (b_f - \bar{x})}{J_y} \right| \end{array}$$

Per ciascuno dei punti considerati risulta:

$$\sigma_A = -\sigma_1 - \sigma_2 + \sigma_3$$

$$\sigma_B = -\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3$$

$$\sigma_E = -\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3$$

$$\sigma_D = -\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$$

Ne consegue che il massimo valore della tensione di compressione si realizza in B.

fila A1

profilo C 150 x 12,2

Determinare, assegnato il carico P pari a 30 kN, la t.c. la massima tensione di compressione sia pari a 60 MPa.

si calcolino i vari contributi alla tensione:

$$\sigma_1 = \left| \frac{P}{A} \right| = \left| \frac{30 \text{ kN}}{1540 \text{ mm}^2} \right| = 19,48 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_2 = \left| \frac{M_x}{I_x} \right| = \left| \frac{P \cdot a}{I_x} \right| = \left| \frac{30 \text{ kN} \cdot a}{40,4 \cdot 10^3 \text{ mm}^3} \right| = 0,426 \cdot a \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$\sigma_3(B) = \left| \frac{M_y \bar{x}}{I_y} \right| = \left| \frac{304,5 \text{ kN} \cdot \text{mm} \cdot 12,7 \text{ mm}}{0,275 \cdot 10^6 \text{ mm}^4} \right| = 4,01 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$$

$$M_y = P \cdot \left(\bar{x} - \frac{t_w}{2} \right) = 30 \text{ kN} \cdot \left(12,7 - \frac{5,1}{2} \right) = 304,5 \text{ kN} \cdot \text{mm}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{10,15 \text{ mm}}$

La massima tensione di compressione è realizzata nel punto B -
Pertanto

$$-\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 = -60$$

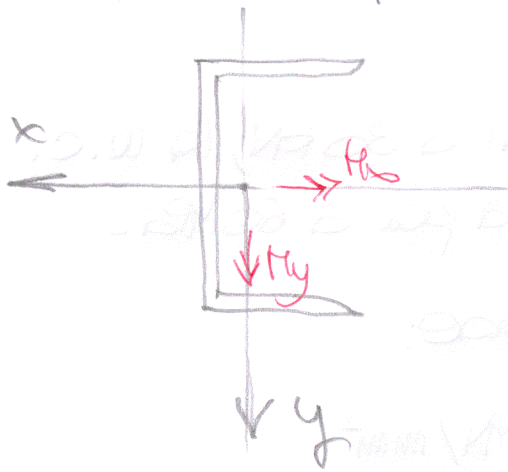
↑
di compressione!

ostituendo i valori numerici:

$$-19,48 - 0,426 \cdot a - 4,01 = -60$$

$$\boxed{a \cong 62,2 \text{ mm}}$$

Ricaviamo a questo punto l'equazione dell'asse neutro;



l'eq. dell'asse neutro risulta:

$$\frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x = 0$$

$$M_x = -P \cdot a = -30 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 62.2 \text{ mm} = 1866 \text{ KN} \cdot \text{mm}$$

$$M_y = P \cdot \left(x - \frac{t_w}{2} \right) = 304.5 \text{ KN} \cdot \text{mm}$$

Ne consegue:

$$-19.48 + \left(-\frac{1866 \cdot 10^3}{5.35 \cdot 10^6} \right) y - \left(\frac{+304.5 \cdot 10^3}{0.276 \cdot 10^6} \right) x = 0$$

$$-19.48 - 0.348y - 1.1x = 0$$

$$\boxed{y = -55.85 - 3.15x}$$

Da cui le intersezioni con gli assi risultano:

$$y=0 \quad x = -17.71 \text{ mm}$$

$$x=0 \quad y = -55.85 \text{ mm}$$

Adesso l'angolo che l'asse neutro forma con l'asse x è dato dalla:

$$\tan \phi = \frac{J_x}{J_y} \frac{M_y}{M_x}$$

Per cui:

$$\phi = \arctg \left(-\frac{5.35 \cdot 10^6}{0.276 \cdot 10^6} \cdot \frac{304.5 \cdot 10^3}{1866 \cdot 10^3} \right) = \boxed{-72.45^\circ = \phi}$$

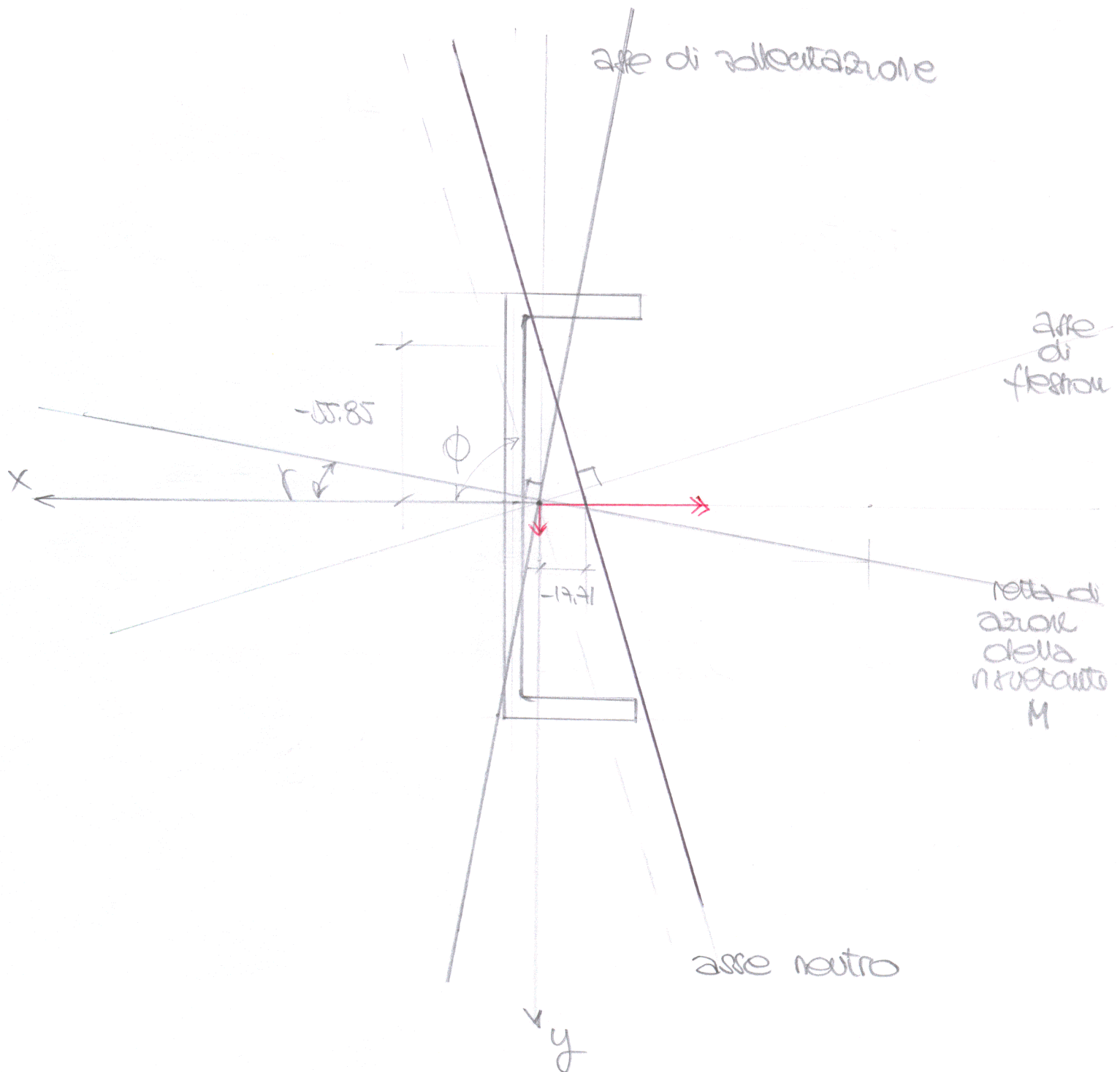
L'asse di flessione ruota perpendicolare all'asse neutro.

Riprendo l'asse di rotazione, la retta d'azione della coppia resistente M forma un angolo γ rispetto all'asse x dato dalla;

$$\tan \gamma = M_y / M_x$$

Da cui;

$$\gamma = \arctg \left(-\frac{304.5}{1866} \right) = \boxed{9.3^\circ = \gamma}$$



Fila A2

Profilo C150 x 19.3

Determinare, assegnata la posizione del carico P , il valore del carico P in modo che la massima tensione di compressione sia pari a 70 MPa.

Valendo le considerazioni precedentemente fatte per l'esercizio della fila A1, ancora la massima tensione di compressione si trova in B.

$$M_x = -P \cdot a = -P \cdot 40$$

$$M_y = +P \cdot \left(\bar{x} - \frac{t_w}{2} \right) = +P \left(12.9 - \frac{11.1}{2} \right) = P \cdot 4.35$$

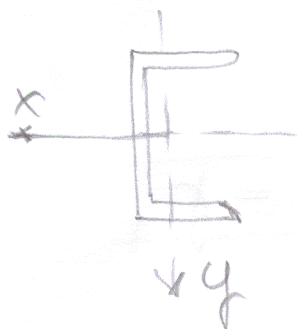
Da cui:

$$-\frac{P}{A} - \frac{P \cdot a}{I_x} - \frac{P \cdot (\bar{x} - t_w/2) \cdot \bar{x}}{I_y} = -70$$

$$-P \left(\frac{1}{2450} + \frac{40}{93.6 \cdot 10^3} + \frac{4.35 \cdot 12.9}{0.42 \cdot 10^6} \right) = -70$$

$$P \approx 65.96 \text{ kN}$$

Ritorniamo a questo punto l'equazione dell'asse neutro.



$$\frac{N}{A} + \frac{M_x}{J_x} y - \frac{M_y}{J_y} x = 0$$

$$M_x = -65.96 \cdot 10^3 \cdot 40 = -2638.4 \text{ kN} \cdot \text{mm}$$

$$M_y = +65.96 \cdot 10^3 \cdot 4.35 = 286.93 \text{ kN} \cdot \text{mm}$$

Ne consegue

$$-\frac{65.96 \cdot 10^3}{2450} + \left(-\frac{2638.4 \cdot 10^3}{4.11 \cdot 10^6}\right)y - \left(\frac{+484.81 \cdot 10^3}{0.42 \cdot 10^6}\right)x = 0$$

$$-26.92 - 0.37y - 1.15x = 0$$

$$\boxed{y = -42.76 - 3.11x}$$

Da cui le intersezioni con gli assi risultano:

$$y = 0$$

$$x = -23.41 \text{ mm}$$

$$x = 0$$

$$y = -42.76 \text{ mm}$$

Ancora l'angolo che l'asse neutro forma con l'asse x è dato dalla:

$$\tan \phi = \frac{J_x}{J_y} \frac{M_y}{M_x}$$

Per cui:

$$\phi = \arctg \left(-\frac{7.11 \cdot 10^6}{0.42 \cdot 10^6} \frac{484.81}{2638.4} \right) = \boxed{-42.14 = \phi}$$

L'asse di flessione risulta perpendicolare all'asse neutro. Essendo l'asse di sollecitazione, la retta d'azione della coppia resistente M forma un angolo φ rispetto all'asse x dato dalla:

$$\tan \varphi = M_y / M_x$$

da cui:

$$\varphi = \arctg(-484.81/2638.4) = \boxed{-10.41 = \varphi}$$

Nota: per la rappresentazione grafica si vede quella dell'esercizio della fila A1 (tenendo conto delle variazioni fornite dai diversi valori numerici)