

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA

SCUOLA POLITECNICA

DIME

Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Energetica,  
Gestionale e dei Trasporti



## TESI DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA - ENERGIA E AERONAUTICA

**Ottimizzazione Aerodinamica dell'ala frontale per una monoposto di  
Formula1 del 2022, utilizzando il metodo dell'aggiunto.**

**Relatore:**

Prof. Ing. Jan Oscar Pralits

**Correlatori:**

Prof. Ing. Joel Enrique Guerrero Rivas

Ing. Marco Giachi

**Allievo:**

Eric Segalerba

Marzo 2021

## Abstract

The purpose of this investigation is to build a CAD model of the Front Wing and Wheel of a 2022 F1 competitor, respecting the regulations imposed by FIA, and to optimize the front wing in order to maximize the downforce coefficient and the total pressure coefficient on the floor intake plane.

To this end, an initial model that resembles the front wing shown in the FIA prototype of the future F1 competitors is built and analysed. A Design of Experiment (DOE) is then performed, choosing the Full Factorial method, in order to explore the space of the parameters that affect the observables (downforce and total pressure coefficient). To conclude, the sensitivity of the wing shape to the observables is evaluated using an adjoint approach, and the geometry is consequently modified to pursue the best combination of parameters while respecting the 2022 FIA regulations.

The numerical results from the DOE show that a more cambered configuration on the tip of the wing brings an improvement in the downforce coefficient of the front wing while slightly affecting the total pressure coefficient on the floor intake area. The sensitivity results from the adjoint analysis indicate, as predicted, the effect of the angle of attack on the downforce. More interestingly, it indicates how to modify the tip of the wing in order to increase the total pressure coefficient, which is far from intuitive. A front wing design is obtained and the optimization is carried out, using both classical procedures for this kind of analysis and new techniques in this field, like the adjoint equation method.

## Sommario

L'obiettivo di questo lavoro è quello di costruire il modello CAD di ala e ruota frontale di una monoposto di F1 del 2022, rispettando il regolamento tecnico della FIA, e di ottimizzare l'ala anteriore per massimizzare il coefficiente di carico verticale e quello di pressione totale in ingresso al fondo.

Per fare questo è stato costruito un modello iniziale che assomigliasse il più possibile all'ala anteriore del prototipo mostrato dalla FIA, e quindi è stata condotta un'analisi su esso. Quindi si è deciso di procedere facendo un *DOE* scegliendo come tecnica il *Full Factorial*, in modo da analizzare lo spazio dei parametri che influenzano gli osservabili (coefficienti di carico verticale e pressione totale).

Per concludere si è stimata la sensitività della forma dell'ala agli osservabili utilizzando la tecnica dell'equazione aggiunta, e la geometria dell'ala è stata modificata di conseguenza in modo da ottenere la migliore combinazione di parametri rispettando il regolamento FIA.

I risultati numerici del DOE mostrano che una configurazione con maggior *camber* porta un aumento nel carico verticale anche se intacca leggermente il coefficiente di pressione totale.

I risultati della sensitività mostrano, come era prevedibile, l'effetto dell'angolo di attacco sul coefficiente di pressione totale. È risultato molto interessante, invece, l'effetto della zona del *tip* dell'ala sul coefficiente di pressione totale, che invece non è molto intuitivo.

In conclusione, il design per un'ala frontale è ottenuto ed il processo di ottimizzazione è stato completato con successo, utilizzando sia procedure classiche che nuove tecniche in questo campo, come l'utilizzo del metodo dell'equazione aggiunta.

## **Ringraziamenti**

...

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1	Descrizione dell'indice della tesi . . . . .	1
1.2	Lo sviluppo degli alettoni . . . . .	2
1.3	Effetto suolo e vetture ala . . . . .	4
1.4	Motivazione e obiettivo della tesi . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Regolamento tecnico F1 2022</b>	<b>7</b>
2.1	Piani, Coordinate, Superfici e Volumi regolamentari . . . . .	7
2.1.1	Piani Geometrici . . . . .	7
2.1.2	Sistema di coordinate e riferimento . . . . .	7
2.1.3	Volume di Riferimento dell'Ala Anteriore . . . . .	8
2.2	Norme progettuali dell'ala anteriore . . . . .	10
2.3	Norme progettuali della ruota . . . . .	11
<b>3</b>	<b>Equazioni Governanti</b>	<b>12</b>
3.1	Equazione di Navier-Stokes . . . . .	12
3.2	Modellazione della Turbolenza . . . . .	13
3.3	Equazioni di Navier-Stokes mediate . . . . .	15
3.4	Strato limite, $y^+$ e $u^+$ . . . . .	16
3.5	Modello $k - \omega$ SST . . . . .	18
<b>4</b>	<b>Metodo dell'Aggiunto</b>	<b>21</b>
4.1	Introduzione al metodo dell'Aggiunto ( <i>Adjoint</i> ) . . . . .	21
4.2	<i>Workflow</i> . . . . .	21
4.3	Modello matematico del <i>Adjoint</i> . . . . .	21
4.4	Solutore aggiunto . . . . .	23
<b>5</b>	<b>Progettazione</b>	<b>24</b>
5.1	OnShape CAD . . . . .	24
5.2	Iter costruttivo dell'ala anteriore e progetto preliminare . . . . .	24
5.2.1	Progetto preliminare ala anteriore . . . . .	25
5.3	Iter costruttivo della ruota . . . . .	28
5.3.1	Progetto ruota . . . . .	29
<b>6</b>	<b>Simulazioni</b>	<b>31</b>
6.1	Generazione della Mesh . . . . .	31
6.2	Setup del calcolo . . . . .	35

6.2.1	Grandezze misurate . . . . .	36
6.3	Risultati del calcolo preliminare . . . . .	36
6.3.1	Risultati ala anteriore . . . . .	37
6.3.2	Risultati Ruota . . . . .	39
6.3.3	Risultati della geometria completa Ruota e Ala . . . . .	46
<b>7</b>	<b>Studio parametrico dell'ala anteriore</b>	<b>55</b>
7.1	Definizione del <i>DOE</i> mediante la tecnica <i>Full Factorial</i> . . . . .	55
7.2	Simulazioni per il <i>DOE</i> e risultati . . . . .	56
<b>8</b>	<b>Ottimizzazione con il Metodo dell'equazione Aggiunta</b>	<b>62</b>
8.1	Setup del solutore . . . . .	62
8.2	Calcolo preliminare su sola ala . . . . .	63
8.3	Risultati per il caso completo, ala e ruota . . . . .	64
8.4	Risultati secondo calcolo con aggiunto . . . . .	67
<b>9</b>	<b>Transizione da laminare a turbolento</b>	<b>71</b>
9.1	Transizione sull'ala anteriore . . . . .	72
9.2	Risultati del calcolo con la transizione . . . . .	73
<b>10</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>74</b>

## Elenco delle figure

1.1	McLaren M2B. . . . .	2
1.2	Lotus 49, una delle prime monoposto a sfruttare l'aerodinamica per gestire l'aumento di potenza dei motori. . . . .	3
1.3	Ala aeronautica con ipersostentatori estesi. . . . .	3
1.4	Ala frontale automobilistica. . . . .	3
1.5	Prototipo FIA delle monoposto 2021. . . . .	4
1.6	Lotus 79, la prima vettura ad effetto suolo della storia della Formula1. . . . .	5
2.1	Dominio di riferimento dell'ala frontale; tutte le componenti di questa appendice aerodinamica devono giacere all'interno del volume descritto. . . . .	10
3.1	Suddivisione dello strato limite nelle tre regione definite sopra, al variare della distanza da parete adimensionalizzata $y^+$ . . . . .	17
3.2	Profili di velocità adimensionali $u^+$ in funzione di $y^+$ per flusso in un tubo con differenti numeri di Reynolds[1]. . . . .	17
3.3	$u^+$ vs $y^+$ vicino a parete con le relative espressioni analitiche. . . . .	18
3.4	Il modello di turbolenza $k - \omega$ è definito $y^+$ <i>insensitive</i> , ossia è possibile posizionare la prima cella sia nel sottostrato viscoso per ottenere una soluzione fino a parete, sia nello strato inerziale che porta ad avere una modellazione dello strato limite a parete. . . . .	20
5.1	Profilo Althaus AH79-100 A costituente il <i>main</i> dell'ala anteriore. . . . .	26
5.2	Profilo Althaus AH-6-40-7 costituente il <i>flap</i> dell'ala anteriore. . . . .	26
5.3	Profilo Eppler E216 costituente la parte interna del <i>vane</i> dell'ala anteriore, ossia dal piano di simmetria fino al quarto profilo di controllo. . . . .	26
5.4	Profilo Selig S4083 costituente la parte esterna del <i>vane</i> dell'ala anteriore. . . . .	26
5.5	Vista dell'ala anteriore il cui progetto è stato sviluppato restando più fedeli alla forma di ala vista nel prototipo, quindi con una forma arrotondata e ben raccordata dei profili con l'endplate. . . . .	27
5.6	Parte del codice dove avviene l'inserimento dei parametri costruttivi della sezione di controllo. . . . .	27
5.7	<i>Output</i> del codice: messaggi sulla validità (o meno) della configurazione scelta e rappresentazione bidimensionale dei profili con i parametri scelti. . . . .	28
5.8	Fotografia scattata durante la presentazione del prototipo 2022 delle monoposto. Da questa è possibile vedere la forma che avranno le ruote e tutti i componenti ad essa accoppiati. . . . .	30
5.9	Ricostruzione al CAD della ruota anteriore destra munita di copricerchione e deflettore. . . . .	30
5.10	Soluzione CAD iniziale più fedele al prototipo. . . . .	30
5.11	Soluzione CAD semplificata. . . . .	30

6.1	Vista laterale del dominio di misura. Si può notare l'assenza di inclinazione dell'ala anteriore. . . . .	32
6.2	Vista Isometrica del volume di misura. In blu l'intero dominio di misura, in grigio il <i>body of influence</i> . . . . .	32
6.3	Vista isometrica di un "cut" della mesh. . . . .	34
6.4	Vista isometrica del focus sulla zona di ruota ed ala. . . . .	35
6.5	Proiezione dell'ala anteriore sulla base del dominio . . . . .	36
6.6	Mesh superficiale del caso "sola ala anteriore" . . . . .	37
6.7	Vista, nella sezione di maggiore incidenza del flap, dei vettori velocità. . . . .	38
6.8	Stessa vista con Zoom sul flap. Si vede che non si ha ricircolazione prima della fine del profilo; solo una piccola zona è presente dopo a causa del bordo d'uscita tagliato. . . . .	38
6.9	$C_p$ negativo dell'ala con vista "da sotto". . . . .	38
6.10	$C_p$ positivo dell'ala con vista "da sotto". . . . .	38
6.11	$C_p$ negativo dell'ala con vista "da sopra". . . . .	39
6.12	$C_p$ positivo dell'ala con vista "da sopra". . . . .	39
6.13	Linee di corrente sull'ala, vista da sopra. Colorate in funzione della velocità. . . . .	39
6.14	Mesh di superficie del caso di singola ruota semplice. . . . .	40
6.15	Mesh di superficie del caso di singola ruota completa di aletta. . . . .	40
6.16	Vista posteriore della ruota semplice. Sul piano è possibile visualizzare la vorticità calcolata lungo x ed i vettori velocità. . . . .	41
6.17	Vista posteriore della ruota completa di aletta. Sul piano è possibile visualizzare la vorticità calcolata lungo x ed i vettori velocità. . . . .	41
6.18	Linee di corrente passanti per la mezzeria della ruota e colorate con il modulo della velocità; a sinistra è mostrato il caso di sola ruota mentre in figura a destra il caso completo di aletta. Come si può vedere si ha una differenza per quello che riguarda il punto in cui avviene la separazione che, nel caso di destra, è mpiù arretrato rispetto alla configurazione semplice. . . . .	42
6.19	Vista <i>top</i> delle linee di corrente dei vortici controrotanti generati dalla ruota in configurazione di geometria semplice. . . . .	42
6.20	Vista <i>top</i> delle linee di corrente dei vortici controrotanti generati dalla ruota in configurazione di geometria completa di ala. . . . .	43
6.21	$C_p$ in funzione di $\theta$ per i casi di ruota semplice e ruota con aletta. . . . .	43
6.22	$C_p$ della ruota, valutato sulla sua mezzeria, ottenuto sperimentalmente da Fackrell. . . . .	44
6.23	Vettori velocità su di un piano passante per la mezzeria della ruota nel caso semplice. . . . .	45
6.24	Vettori velocità su di un piano passante per la mezzeria della ruota nel caso completo di aletta. . . . .	45
6.25	Vettori velocità su di un piano passante per la mezzeria della ruota nel caso semplice. Focus sulla zona di separazione. . . . .	45
6.26	Vettori velocità su di un piano passante per la mezzeria della ruota nel caso completo di aletta. Focus sulla zona di separazione. . . . .	45
6.27	Punto di separazione tra i 280° ed i 300° sul <i>top</i> della ruota. . . . .	46
6.28	Nomenclatura assegnata a profili e sezioni di riferimento, dalla cui intersezione è possibile risalire a ciascun profilo di controllo. . . . .	47
6.29	$C_p$ negativo della geometria completa con vista "da sotto". . . . .	49
6.30	$C_p$ positivo della geometria completa con vista "da sotto". . . . .	49
6.31	$C_p$ negativo della geometria completa con vista "da sopra". . . . .	49

6.32	$C_p$ positivo della geometria completa con vista "da sopra". . . . .	49
6.33	<i>Iso-surface</i> a pressione costante e positiva. Si può vedere nella zona del <i>wing tip</i> l'interazione tra la "bolla" di pressione e l'ala anteriore. . . . .	50
6.34	Linee di corrente sull'ala, vista da sopra. Colorate in funzione della velocità. Caso geometria completa . . . . .	51
6.35	Linee di corrente e vettori velocità su $A_{ingresso-fondo}$ . . . . .	52
6.36	Zoom sui vettori velocità su $A_{ingresso-fondo}$ . . . . .	52
6.37	Vista da sopra delle linee di corrente che costituiscono i vortici a valle della ruota, nel caso di geometria completa. . . . .	53
6.38	Vista di profilo delle linee di corrente che costituiscono i vortici a valle della ruota, nel caso di geometria completa. . . . .	53
6.39	Vista di profilo delle linee di corrente costituenti i vortici generati dalla ruota semplice. . . . .	54
6.40	Vista di profilo delle linee di corrente costituenti i vortici generati dalla ruota dotata di aletta. . . . .	54
6.41	Seguendo l'andamento della linea di corrente identificata con il colore arancione è possibile vedere l'andamento descritto sopra. . . . .	54
7.1	Rappresentazione grafica di come è costituito il <i>Full Factorial</i> ; ciascuno dei punti visibili in figura rappresenta uno dei casi esaminati. . . . .	56
7.2	Tutte le possibili combinazioni degli angoli di incidenza, in gradi [°], costituenti lo studio di parametri. . . . .	56
7.3	Variazione percentuale di $C_z$ e $C_x$ delle diverse configurazioni rispetto al caso base. . . . .	58
7.4	Profilo di velocità adimensionalizzato per la <i>Suction Side</i> del <i>Main</i> . . . . .	58
7.5	Profilo di velocità adimensionalizzato per la <i>Pressure Side</i> del <i>Main</i> . . . . .	58
7.6	Profilo di velocità adimensionalizzato per la <i>Suction Side</i> del <i>Vane</i> . . . . .	59
7.7	Profilo di velocità adimensionalizzato per la <i>Pressure Side</i> del <i>Vane</i> . . . . .	59
7.8	Profilo di velocità adimensionalizzato per la <i>Suction Side</i> del <i>Flap</i> . . . . .	59
7.9	Profilo di velocità adimensionalizzato per la <i>Pressure Side</i> del <i>Flap</i> . . . . .	59
7.10	Variazione percentuale rispetto alla <i>baseline</i> della $p_{totale}$ in ingresso al fondo. . . . .	60
7.11	Visualizzazione della variazione del $\Delta C_{p_{tot}}$ in funzione del $\Delta C_x$ . L'origine degli assi è di nuovo rappresentato dal caso iniziale 0, rispetto al quale sono calcolate le variazioni del coefficiente di resistenza aerodinamica e di pressione totale. Il caso 24 non rappresenta la configurazione migliore per massimizzare la pressione totale in ingresso al fondo, sebbene ne garantisca comunque l'aumento. . . . .	61
8.1	<i>Normal Shape Sensitivity</i> sotto forma di vettori. . . . .	63
8.2	Dettaglio dei vettori <i>Normal Shape Sensitivity</i> con vista sulla <i>pressure side</i> . . . . .	64
8.3	Dettaglio dei vettori <i>Normal Shape Sensitivity</i> con vista sulla <i>suction side</i> . . . . .	64
8.4	<i>Normal Optimal Displacement</i> per l'aggiunto il cui osservabile è la riduzione dell'1% della portanza dell'ala. . . . .	65
8.5	<i>Normal Optimal Displacement</i> per l'aggiunto il cui osservabile è l'aumento del 6% della pressione totale in ingresso al fondo. . . . .	65
8.6	Caso 24 dopo aver effettuato le deformazioni "suggerite" dalla mappa del <i>Normal Optimal Displacement</i> . . . . .	66
8.7	Caso 24 originale. . . . .	66
8.8	Confronto dei vettori dell' <i>Normal Optimal Displacement</i> per i due osservabili. . . . .	67

8.9	Confronto dei vettori dell' <i>Normal Optimal Displacement</i> per i due osservabili, per il secondo calcolo con l'aggiunto. . . . .	68
8.10	Caso 24 dopo aver effettuato le ulteriori deformazioni "suggerite" dalla nuova mappa del <i>Normal Optimal Displacement</i> . . . . .	68
8.11	Traccia della scia della ruota visualizzata valutando la pressione totale (che scende in una scia), e visualizzazione della direzione media del flusso uscente dal <i>tip</i> . . . . .	69
8.12	Iso-Superficie di <i>Q-Criterion</i> . É visibile il vortice rilasciato dalla ruota e la sua interazione con il fondo della monoposto, evidenziato in grigio. . . . .	70
9.1	Valori di $\Delta x^+$ calcolati sull'ala; a sinistra sull'intradosso dell'ala e a destra dell'intradosso. . . . .	73
10.1	Nella figura di sinistra è mostrato il primo caso analizzato mentre a destra il caso ottenuto dopo il processo di studio parametrico ed ottimizzazione. Nei due casi è mostrato anche il volume di riferimento dell'ala anteriore che permette di apprezzare meglio le differenze tra i due casi. . . . .	75
10.2	Confronto del $C_p$ all'estradosso delle ali appartenenti al caso 0 (iniziale) ed al caso 24 ottimizzato (finale). La zona evidenziata in blu rappresenta la superficie dell'ala in cui il coefficiente di pressione assume segno positivo pur essendo la zona che dovrebbe avere segno negativo. . . . .	76
10.3	Grafico $\Delta C_x - \Delta C_z$ . I casi 41 e 43 rappresentano rispettivamente i due step di ottimizzazione con il metodo dell'equazione aggiunta. . . . .	77
10.4	Grafico $\Delta C_x - \Delta C_{p_{tot}}$ . I casi 41 e 43 rappresentano rispettivamente i due step di ottimizzazione con il metodo dell'equazione aggiunta. . . . .	77
10.5	Variazione delle grandezze di interesse nel processo di ottimizzazione. . . . .	79
10.6	In figura è possibile vedere con differenti colori i carichi alari calcolati per le diverse configurazioni di ala anteriore. La curva in magenta rappresenta il carico alare ellittico che rappresenta la condizione di minore resistenza all'avanzamento. . . . .	79
10.7	In figura è possibile visualizzare i segmenti che suddividono l'ala anteriore in 10 elementi, i quali sono stati poi utilizzati per valutare la distribuzione di carico nella direzione y di estensione dell'ala. . . . .	80

## Elenco delle tabelle

6.1	Parametri costruttivi del dominio di misura. . . . .	34
6.2	Scomposizione delle forze agenti nel caso di ala singola . . . . .	37
6.3	Confronto dei risultati delle ruote con e senza aletta. . . . .	40
6.4	Confronto dei risultati ala semplice e geometria completa. . . . .	47
6.5	Parametri geometrici costruttivi del caso esaminato in questa sezione. . . . .	48

## Nomenclature

$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$	Velocità mediata
$\delta_{ij}$	Delta di Kronecker
$\epsilon$	Tasso di dissipazione della turbolenza
$\eta$	scala della Lunghezza per i vortici di Kolmogorov
$\kappa$	Costante di Von Karman
$\lambda$	Secondo coefficiente viscoso o <i>Bulk viscosity</i>
$\tau$	Tensore degli attriti viscosi
$\mathbf{D}^R$	Tensore del tasso di variazione ( <i>Strain-rate tensor</i> mediato con Reynolds)
$\mathbf{I}$	Matrice identità
$\mathbf{u}', \mathbf{v}', \mathbf{w}'$	Fluttuazione di velocità
$\mathcal{F}$	Equazioni di N-S
$\mathcal{L}$	Lagrangiana
$\mu$	Viscosità dinamica
$\mu_T$	Viscosità dinamica turbolenta
$\nabla$	Nabla
$\nu$	Viscosità cinematica
$\nu_T$	Viscosità cinematica turbolenta
$\omega$	Tasso di dissipazione specifico della turbolenza
$\rho$	Densità
$\sigma_w, \sigma_{w2}, \beta, P, F_1, D, \Omega$	Coefficienti del modello di turbolenza $k-\omega$
$\tau$	Attrito viscoso ( <i>Viscous stress</i> )
$\tau^R$	Tensore degli sforzi di Reynolds
$\tau_\eta$	scala del tempo per i vortici di Kolmogorov
$\tau_W$	Attrito viscoso a parete
$C^+$	Costante della legge logaritmica dello strato limite

$C_Z$	Coefficiente di spinta verticale
$C_{P_{tot}}$	Coefficiente di pressione totale applicato all'ingresso del fondo della monoposto
$J$	Funzione obiettivo
$k$	Energia cinetica turbolenta
$l_0$	Dimensione caratteristica dei vortici di dimensione massima
$p$	Pressione
$q$	Flusso termico
$Re_T$	Numero di Reynolds turbolento
$S_u, S_e$	Termini sorgente
$T$	Temperatura
$t$	Tempo
$u, v, w$	Velocità lungo gli assi x,y e z
$u^+$	Velocità adimensionalizzata
$U_\tau$	<i>Shear velocity</i>
$v_\eta$	Scala della velocità per i vortici di Kolmogorov
$y^+$	Altezza di cella adimensionalizzata

# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Descrizione dell'indice della tesi

I capitoli di questo elaborato sono così strutturati:

1. il primo capitolo presenta un'introduzione storica sulla Formula 1 ed in particolare alle ragioni che hanno portato alla progressiva introduzione di profili alari sulle vetture da competizione. Inoltre vi è un accenno alle "vetture ala" del passato, tecnologia che ritornerà nella stagione 2022;
2. il secondo capitolo descrive le sezioni di interesse per questo elaborato del nuovo regolamento di Formula 1, scritto dalla FIA, che entrerà in vigore a partire dall'anno 2022;
3. il terzo capitolo descrive la teoria grazie alla quale è possibile effettuare delle simulazioni numeriche CFD e le tecniche di modellazione della turbolenza che rendono accessibile la risoluzione di questo tipo di problemi;
4. il quarto capitolo descrive la teoria dell'aggiunto, ossia il metodo matematico che permette di ottenere una mappa della sensitività (gradienti) della geometria rispetto ad una variabile di interesse, così da determinare e verificare gli elementi di maggior rilievo per l'ottimizzazione;
5. il quinto capitolo descrive il processo che è stato seguito per la progettazione, attraverso il CAD, dell'ala anteriore e della ruota;
6. nel sesto capitolo sono dapprima descritti i passaggi necessari per passare dal modello CAD ad una griglia utilizzabile per il calcolo (*mesh*) ed il suo setup, in seguito vengono mostrati i risultati ottenuti da questo calcolo, effettuandone un'analisi più dettagliata;
7. nel settimo capitolo è descritto lo studio dei parametri dell'ala e l'analisi della loro influenza sulle diverse grandezze di interesse;
8. nell'ottavo capitolo è descritto il processo di ottimizzazione mediante l'aggiunto, la creazione della mappa di sensitività e la seguente deformazione della geometria;
9. nel nono capitolo sono riportati i confronti tra la geometria iniziale e quella a fine ottimizzazione e le conclusioni.

## 1.2 Lo sviluppo degli alettoni

L'aerodinamica in un'automobile si associa solitamente alla resistenza all'avanzamento e, negli anni iniziali delle competizioni motoristiche, l'unica forma di ricerca aerodinamica consisteva nella riduzione al minimo delle aree frontali delle vetture, minimizzando dunque la resistenza aerodinamica prodotto.

La comparsa degli alettoni in Formula 1 durante il 1966 rappresenta una pietra miliare: prima di allora, il regolamento prevedeva dei motori di  $1500\text{ cm}^3$  di cilindrata in grado di erogare circa 210/215 cavalli. In quell'anno il regolamento cambiò e la cilindrata venne raddoppiata, da 1500 a  $3000\text{ cm}^3$  con un aumento della potenza erogata fino a 380 cavalli.

Fino a quando le potenze in gioco sono state modeste, la ricerca aerodinamica non si è sviluppata, anche perchè le coperture allora disponibili erano già abbondantemente sollecitate dal peso della vettura stessa e dalle, seppur non elevatissime, spinte laterali in curva, rendendo impossibile l'aggiunta di ulteriori carichi da sostenere (figura 1.1)



Figura 1.1: McLaren M2B.

Dopo il '66, l'aumento di potenza causò dei seri problemi di tenuta di strada e la ricerca del carico verticale divenne a quel punto cruciale. I primi esperimenti consistevano in delle ali montate sottosopra rispetto ad un aeroplano, fissate appena sopra al motore; tuttavia, in un primo momento risultarono poco efficienti (figura 1.2).



Figura 1.2: Lotus 49, una delle prime monoposto a sfruttare l'aerodinamica per gestire l'aumento di potenza dei motori.

Dall'esperienza aeronautica vennero poi importati nel mondo delle corse i profili multielemento, ossia con un'ala principale e dei flap, come quelli adottati dagli aerei nelle manovre di decollo ed atterraggio; questa scelta permise un aumento dell'efficienza e della spinta verticale prodotta.

Il vantaggio di adottare un profilo multi elemento, rispetto ad un profilo semplice, consiste nella possibilità di sfruttare dei soffiaggi che si vengono a creare "naturalmente" tra intradosso ed estradosso, grazie alla differenza di pressione che si sviluppa. Questi servono per compensare l'effetto negativo che si sviluppa all'estradosso dell'ala a causa del gradiente di pressione avverso che si sviluppa e provoca un accrescimento dello strato limite; tale fenomeno può portare poi alla separazione dello strato limite stesso, provocando lo stallo dell'ala e la riduzione delle sue *performance*; i soffiaggi permettono invece di "rinvigorire" ed assotigliare lo strato limite in questa porzione dell'ala.

Tale rinvigorimento permette di prevenire la separazione dello strato limite e quindi di evitare lo stallo del profilo, con la conseguenza di poter applicare angoli di attacco di gran lunga superiori, ottenendo una spinta molto maggiore di quella che si potrebbe ottenere con un profilo singolo.

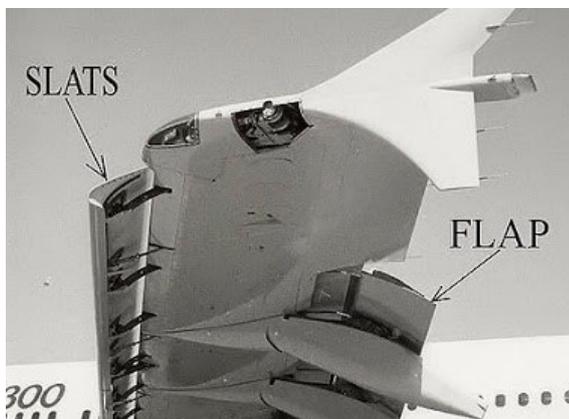


Figura 1.3: Ala aeronautica con ipersostentatori estesi.



Figura 1.4: Ala frontale automobilistica.

I profili multielemento per applicazioni automobilistiche (Figura 1.4) si distinguono da quelli per applicazioni aeronautiche (Figura 1.3) per la differente dimensione degli elementi che li costituiscono: infatti, se per un aereo si ha una sezione principale dalle dimensioni maggiori e due appendici rispettivamente al *leading edge* e *trailing edge* (chiamate *slat* e *flap*), in un'ala per automobile i tre profili sono di dimensione paragonabile.

Questo è dovuto al fatto che, mentre gli aerei utilizzano tali strumenti per aumentare la portanza (ipersostentatori) in fasi molto limitate del volo, nel caso delle automobili essi sono fissi e pertanto vanno ottimizzati; il procedimento di ottimizzazione non è dunque necessario nel settore aeronautico, in quanto essi non sono estesi costantemente.

Le nuove monoposto di Formula 1 dovranno rispettare un regolamento molto più stringente per quanto riguarda le forme dei profili anteriori.

Tra le regole più rilevanti, per esempio, non sarà più possibile generare il vortice Y250, utilizzato dagli albori della F1 per controllare i vortici nella scia della ruota, al fine di allontanarli il più possibile dalla stessa, poichè i profili dovranno essere raccordati con il muso della monoposto; inoltre sarà limitato anche il numero di elementi che costituiscono l'ala anteriore passando da 5 ad un massimo di 4 (Figura 1.5).



Figura 1.5: Prototipo FIA delle monoposto 2021.

### 1.3 Effetto suolo e vetture ala

Un'ulteriore rivoluzione delle nuove monoposto sarà quella di riportare la configurazione delle "vetture ala".

Tale tecnologia è già stata utilizzata in passato, negli anni '80, per poi essere proibita e riportata ora di nuovo alla luce.

Le vetture ala sono nate dopo l'avvento degli alettoni, precisamente in Inghilterra nel 1978; la Lotus 79 (Figura 1.6) era caratterizzata da una carrozzeria molto larga con il fondo sagomato secondo la linea di un'ala rovesciata. Con questa introduzione tecnologica è stato possibile aumentare di uno, e fino a due in alcuni casi, ordini di grandezza il carico aerodinamico prodotto dalle monoposto: infatti, la

pressione al di sotto delle vetture risultava essere estremamente bassa, a causa dell'elevata velocità a cui l'aria era costretta a muoversi, essendo all'interno di un condotto con sezione inferiore a quella di ingresso, con la conseguenza di "risucchiare" le auto verso il terreno. Per poter funzionare correttamente, era necessario sigillare il fondo utilizzando delle strisce in plastica che sfioravano il terreno, impedendo all'aria esterna di entrare nel fondo compromettendone la bassa pressione.[2]



Figura 1.6: Lotus 79, la prima vettura ad effetto suolo della storia della Formula 1.

Una grandezza importante per poter massimizzare le prestazioni del fondo della monoposto è la pressione totale (in particolare la componente dinamica della stessa) in ingresso al fondo, nonché l'orientazione del flusso. Di tali grandezze, in particolare della pressione, verrà tenuto conto nel corso dello studio effettuato in questo lavoro.

### 1.4 Motivazione e obiettivo della tesi

Questo lavoro si prefigge l'obiettivo di interpretare i regolamenti delle nuove monoposto di Formula 1 al fine di costruire al CAD un prototipo di ala anteriore, conforme alle normative del 2021, e di studiarne l'interazione aerodinamica con la ruota anteriore per ottimizzare la geometria e massimizzare:

- la deportanza prodotta dall'ala anteriore (o massimizzare il  $C_z$ );
- la pressione totale all'ingresso del fondo, anch'essa necessaria per ottimizzare la deportanza prodotta del fondo della macchina.

Infine, si è provato a valutare la transizione da flusso laminare a turbolento sull'ala; questo necessita di avere una mesh estremamente fine, nonché di aumentare ulteriormente il costo computazionale al calcolatore essendoci almeno un'equazione di trasporto in più da risolvere (il numero dipende dal modello di transizione).

Purtroppo non sono state raggiunte le condizioni necessarie per poter stimare correttamente il fenomeno, infatti la mesh più fine che è stato possibile creare, restando all'interno dei limiti imposti dal calcolatore, non era sufficiente a rispettare le condizioni necessarie a risolvere correttamente la transizione.

# Capitolo 2

## Regolamento tecnico F1 2022

Il nuovo regolamento tecnico [3], che entrerà in vigore a partire dal 2022, rappresenta una rottura con il passato, nel quale vengono introdotte forme completamente nuove che riguardano l'intero corpo vettura.

In questo capitolo sono:

- riportati e descritti tutti i piani ed i sistemi di coordinate necessari per identificare le regioni di spazio in cui sono descritti i volumi entro cui devono essere contenute le diverse componenti di ala e ruota;
- selezionate e riportate solo le normative tecniche costruttive riguardanti gli elementi interessati da questo studio, quindi ala e ruota anteriore.

### 2.1 Piani, Coordinate, Superfici e Volumi regolamentari

#### 2.1.1 Piani Geometrici

- Piano di riferimento - *Reference Plane*: il piano di riferimento è definito come quel piano orizzontale che giace alla base della parte sospesa della macchina;
- Piano di simmetria - *Centre plane*: il piano di simmetria è un piano ortogonale al piano di riferimento e allineato con la direzione di movimento dell'auto. Rappresenta quel piano rispetto al quale l'automobile è simmetrica.

#### 2.1.2 Sistema di coordinate e riferimento

Il sistema di riferimento degli assi adottato è quello Cartesiano destrorso (X,Y,Z) definito come segue:

- l'asse X punta in direzione opposta al moto, ed è parallelo alla retta che si forma dall'intersezione dei piani di riferimento e simmetria dell'auto; a seconda dell'elemento analizzato, ha origine in posizioni differenti, ciascuna delle quali è identificata da un pedice che segue la lettera X, ad esempio:

$$X_F = 0 \text{ [mm]} \text{ e } X_R = 0 \text{ [mm]}$$

identificano l'origine dell'asse X relativo al sistema di coordinate delle ruote anteriori (*Front*) e posteriori (*Rear*), per i quali l'asse X attraversa la loro origine e lì assume il valore 0;

- l'asse Y è normale all'asse X, è parallelo al piano di riferimento e punta verso il lato destro dell'auto.  $Y=0$  [mm] è definito in modo da giacere sul piano di simmetria;
- l'asse Z è ortogonale al piano di riferimento, punta verso l'alto e  $Z=0$  [mm] è definito in modo da giacere sul piano stesso.

Un sistema di coordinate Cartesiane ( $X_W, Y_W, Z_W$ ) viene utilizzato per ciascuna ruota ed è definito come segue:

- l'asse  $X_W$  giace sul piano "interno"<sup>1</sup> del cerchione della ruota, passa attraverso il suo asse di rotazione ed ha verso opposto a quello di avanzamento. Questo asse è parallelo all'asse X come definito sopra.  $X_W = 0$  mm è definito in modo tale da coincidere con l'asse di rotazione della ruota;
- l'asse  $Y_W$  è normale al piano interno del cerchione della ruota e punta verso il piano di simmetria della monoposto.  $Y_W = 0$  [mm] è definito in modo tale da giacere sul piano interno del cerchione della ruota;
- l'asse  $Z_W$  è normale a  $X_W$  e  $Y_W$  e punta verso l'alto.  $Z_W = 0$  mm è definito in modo tale da coincidere con l'asse di rotazione della ruota.

Definito il sistema di riferimento della ruota, esso manterrà un orientamento fisso rispetto al montante della sospensione, e questo varrà per tutte le altre ruote.

### 2.1.3 Volume di Riferimento dell'Ala Anteriore

L'ala anteriore deve giacere all'interno del Volume di Riferimento a lei associata. Questo volume è costruito come segue:

1. sul piano che giace su  $X_F = -1350$  [mm] è definita una superficie racchiusa tra i seguenti elementi (il primo numero in parentesi è riferito alla y, il secondo alla z e sono entrambi in [mm]):
  - una linea tra [0, 135], [0, 280];
  - una linea tra [0, 280], [250, 315];
  - una linea tra [250, 315], [650, 315];
  - una linea tra [650, 315], [900, 200];
  - una linea tra [900, 200], [900, 475];
  - una linea tra [900, 475], [975, 475];
  - una linea tra [975, 475], [975, 100];
  - una linea tra [975, 100], [900, 100];
  - una linea tra [900, 100], [125, 135];
  - una linea tra [125, 135], [0, 135].

<sup>1</sup>Con Interno ed Esterno si ci riferisce, rispettivamente, alla parte più vicina o lontana dal piano di simmetria di una stessa parte.

2. una volta che la superficie descritta sopra è completata, viene estrusa fino alla coordinata  $X_F = -450$  [mm];
3. sul piano  $Z=0$  [mm] (quindi sul piano di riferimento), una superficie aperta è costruita come segue:
  - una linea tra  $[X_F = -1350, 0]$ ,  $[X_F = -975, 975]$ ;
  - una linea tra  $[X_F = -975, 975]$ ,  $[X_F = -475, 975]$ ;
  - una linea tra  $[X_F = -475, 975]$ ,  $[X_F = -475, 900]$ ;
  - una linea tra  $[X_F = -475, 900]$ ,  $[X_F = -550, 350]$ ;
  - una linea tra  $[X_F = -550, 350]$ ,  $[X_F = -800, 0]$ .
4. una volta costruita questa superficie, essa viene estrusa da  $Z=0$  mm fino a  $Z=500$  mm;
5. di questi due volumi si terrà solo quanto risulta dalla loro intersezione;
6. è definito un piano passante attraverso i tre punti:
  - $X_F = -825, 975, 100$ ;
  - $X_F = -475, 975, 125$ ;
  - $X_F = -475, 350, 160$ .

Tutto ciò che risulta essere al di sotto di questo piano viene eliminato.

7. costruito il volume, esso è suddiviso ulteriormente come segue:
  - RV-FW-PROFILES si riferisce a tutto ciò che sta all'interno di  $Y=900$  mm;
  - RV-FW-EP si riferisce ad una sotto parte del volume all'esterno di  $Y=900$  mm, e precisamente al volume sopra a  $Z=200$  mm;
  - RV-FW-TIP si riferisce a quella parte di volume non ancora esplicitamente definita.
8. RV-FW-EP è ulteriormente rifinito: tutto ciò che sta davanti (quindi ad  $X$  minore) al piano definito dai seguenti punti:
  - $X_F = -975, 975, 200$ ;
  - $X_F = -975, 900, 200$ ;
  - $X_F = -825, 975, 475$ ,

è cancellato.

9. il volume dell'ala anteriore è così definito e rimane solo da definire il volume di riferimento del Diveplane; esso deve giacere in un parallelepipedo i cui punti estremi sono:
  - $X_F = -960, 900, 200$ ;
  - $X_F = -475, 1000, 350$ .

Una volta definito questo volume, anch'esso a sua volta deve essere rifinito dal piano descritto nel punto 8.

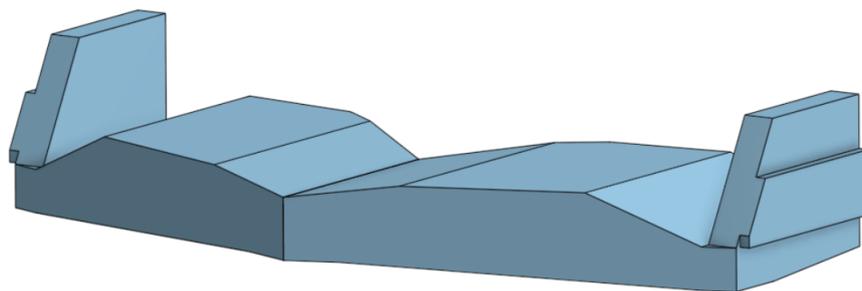


Figura 2.1: Dominio di riferimento dell'ala frontale; tutte le componenti di questa appendice aerodinamica devono giacere all'interno del volume descritto.

## 2.2 Norme progettuali dell'ala anteriore

Le regole imposte dalla FIA<sup>2</sup> per la progettazione dell'ala anteriore sono riportate in seguito. Per ciascun piano Y, devono essere rispettate le seguenti direttive:

1. non devono esserci più di quattro sezioni chiuse;
2. nessuna sezione chiusa deve contenere un raggio di curvatura minore di 50 mm;
3. la distanza tra sezioni adiacenti deve essere compresa tra 5 mm e 15 mm nel loro punto di minima distanza;
4. il punto più arretrato di ciascuna sezione deve essere visibile quando osservato da sotto l'auto;
5. con eccezione della sezione più arretrata, il punto più arretrato di ciascuna sezione non deve essere visibile quando si osserva dall'alto l'ala anteriore;
6. considerando ciascuna sezione indipendentemente, ogni parte di una qualsiasi sezione chiusa, se vista da sotto, deve contenere un raggio di curvatura concavo. Inoltre, entro 40 mm dal punto più arretrato di ciascuna sezione, una linea tangente a qualsiasi punto del profilo, quando vista da sotto, deve avere tangente positiva, tangenza che verrà valutata in riferimento al piano Y;
7. entro 40 mm dal punto più arretrato di ciascuna sezione, alcuna parte della sezione visibile da sopra può distare più di 8 mm dalla sezione visibile da sotto, se ci si trova oltre  $Y=500\text{mm}$ , oppure 15 mm se ci si trova entro  $Y=500\text{mm}$ ;
8. entro  $Y=400\text{mm}$ , le due sezioni più avanti (quindi con  $X_F$  minore) devono avere uno spessore massimo di almeno 25 mm, quando misurato in direzione Z.

Inoltre, quando si considerano gli interi profili, devono essere rispettate le seguenti condizioni:

1. la normale ad una qualsiasi porzione di superficie del profilo non deve sottendere un angolo più grande di  $25^\circ$  rispetto ad un piano (verticale) ortogonale ai piani di riferimento e simmetria;

<sup>2</sup>Federation Internationale de l'Automobile

2. il punto più arretrato di ciascuna sezione, quando proiettato sul piano di riferimento, deve produrre una singola curva senza raggi di curvatura inferiori a 200 mm.

Quando l'intera ala è completata, è possibile inserire un *flap di Gurney* sull'intradosso del *flap* ossia sul terzo elemento dell'ala. Il flap di Gurney è una piccola appendice aerodinamica applicata al *trailing edge* o bordo d'uscita; il suo effetto è quello di aumentare il camber del profilo, nonché di rallentare il flusso d'aria che scorre all'intradosso, con la conseguenza di accrescere la pressione al di sotto del profilo stesso. Questo comporta un aumento della portanza del profilo senza causare un aumento eccessivo della resistenza aerodinamica.

### 2.3 Norme progettuali della ruota

Il cerchione della ruota anteriore deve avere un diametro di 335.3 [mm]  $\pm$  0.5 [mm]. La larghezza degli pneumatici anteriori deve essere compresa nell'intervallo tra 345 [mm] e 375 [mm] ed il diametro esterno deve essere al massimo 725 [mm] per una ruota da asciutto (questo coincide con il caso in esame).

Molti altri dettagli riguardanti la cover della ruota, la forma dei cerchioni, l'altezza dello pneumatico ed il circuito di scarico dell'aria dei freni, non sono stati resi disponibili al momento della scrittura e dell'analisi presa in esame per questo lavoro, perciò per costruire un modello si è fatto riferimento puramente alle foto del prototipo e ad alcune considerazioni ed ipotesi.

Il regolamento tecnico impone anche il posizionamento della ruota anteriore, infatti l'asse centrale della ruota anteriore (denominato  $X_F = 0$ ) deve trovarsi al limite ad  $X_A = 200$ .

## Capitolo 3

### Equazioni Governanti

[4] In questo capitolo sono:

- riportate le equazioni governanti della fluidodinamica (equazioni di Navier-Stokes) necessarie per effettuare le analisi sui corpi in esame;
- descritte le scale della turbolenza e spiegata la necessità di modellare certi fenomeni;
- descritte le manipolazioni eseguite su queste equazioni necessarie per renderle risolvibili (e non troppo esose dal punto di vista computazionale);
- spiegata l'interazione tra il fluido e le pareti solide, e riportate le relative correlazioni;
- enunciati i modelli matematici utilizzati per modellare la turbolenza.

#### 3.1 Equazione di Navier-Stokes

Le equazioni di Navier-Stokes permettono di descrivere come velocità, pressione, temperatura e densità di un fluido in moto sono in relazione tra loro. Queste equazioni sono costituite da un set di equazioni differenziali che risultano essere troppo difficili da risolvere analiticamente, ma non numericamente. Come ogni soluzione non analitica, però, il risultato trovato è affetto da un errore dovuto all'approssimazione del processo numerico.

Le equazioni di Navier-Stokes sono:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0, \\ \frac{\partial (\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{S}_u, \\ \frac{\partial (\rho e_t)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho e_t \mathbf{u}) = \nabla \cdot \mathbf{q} - \nabla \cdot (p \mathbf{u}) + \boldsymbol{\tau} : \nabla \mathbf{u} + \mathbf{S}_e. \end{cases} \quad (3.1)$$

I flussi di calore possono essere calcolati utilizzando la legge di Fourier della conduzione come segue:

$$\begin{cases} q_x = -k \frac{\partial T}{\partial x}, \\ q_y = -k \frac{\partial T}{\partial y}, \\ q_z = -k \frac{\partial T}{\partial z}. \end{cases} \quad (3.2)$$

Se assumiamo che il fluido in esame è Newtoniano, gli sforzi viscosi possono essere calcolati come segue:

$$\begin{cases} \tau_{xx} = \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u}) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2}{3}\mu \left( 2\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right), & \tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{yy} = \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u}) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{2}{3}\mu \left( 2\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right), & \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ \tau_{zz} = \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u}) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{2}{3}\mu \left( 2\frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right), & \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (3.3)$$

Nelle espressioni dell'attrito viscoso normale  $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}$ , la variabile  $\lambda$  prende il nome di secondo coefficiente di viscosità. Se si utilizza l'ipotesi di Stokes<sup>1</sup> esso si può approssimare come segue:

$$\lambda = -\frac{2}{3}\mu \quad (3.4)$$

Fino a questo punto ci sono 5 equazioni e 7 variabili. Per chiudere il sistema è necessario trovare altre 2 incognite, determinando la relazione che esiste tra quelle termodinamiche ( $p, \rho, T, e_t$ ); questa relazione si trova scegliendo l'energia interna  $e_i$  e la densità  $\rho$  come due variabili termodinamiche indipendenti, ottenendo quindi:

$$p = p(e_i, \rho), \quad T = T(e_i, \rho). \quad (3.5)$$

Aggiungendo queste due ulteriori relazioni il sistema di equazioni è chiuso, avendo 7 equazioni e 7 variabili.

Le equazioni scritte fin'ora, unite con le appropriate condizioni al contorno e iniziali, governano il moto di un fluido viscoso Newtoniano comprimibile.

Le equazioni così scritte, se risolvibili analiticamente, permettono di descrivere tutte le scale della turbolenza sia nello spazio che nel tempo; l'obiettivo ora è quello di aggiungere dei modelli di turbolenza in modo da evitare tale soluzione. Ciò si vuole fare per rendere la soluzione meno costosa computazionalmente.

Un'ulteriore semplificazione può essere aggiunta considerando che, se un gas ha un numero di Mach inferiore a 0.3, si può assumere che la densità  $\rho$  sia costante (ipotesi di flusso incomprimibile), ottenendo quindi:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\mathbf{u}) = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = \frac{-\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u}. \end{cases} \quad (3.6)$$

Nonostante le semplificazioni, da un punto di vista matematico la complessità è la stessa, ma eliminando alcune variabili si ottiene un risparmio di memoria

## 3.2 Modellazione della Turbolenza

La maggior parte delle applicazioni fluidodinamiche devono confrontarsi con flussi turbolenti, tuttavia una loro definizione precisa è difficile ed è invece più semplice descriverli elencando alcune caratteristiche distintive tipo l'irregolarità e la casualità. Queste caratteristiche rendono complicato seguire un approccio deterministico per risolvere i problemi turbolenti. Un'altra caratteristica distintiva di questo tipo di flussi è la diffusività che porta ad un rapido miscelamento quindi ad un rapido trasporto di

<sup>1</sup>Questa ipotesi è sempre valida eccetto che nel caso di temperature e pressioni estremamente alte.

quantità di moto, calore e massa. I flussi turbolenti solitamente si hanno ad elevati numeri di Reynolds, come ad esempio quello del caso in esame.

Tutti i flussi turbolenti sono intrinsecamente dissipativi e questo processo si può osservare se si prende in considerazione la cascata energetica di Kolmogorov: questa ci permette di osservare il processo che porta al trasferimento dell'energia cinetica dai vortici di grande scala verso quelli di scala via via decrescente ed infine, una volta che si è giunti alla scala più piccola (quella dei vortici di Kolmogorov), alla dissipazione in calore a causa della viscosità molecolare.

È possibile stimare le dimensioni dei vortici di scala minore attraverso l'analisi dimensionale.

Dalle ipotesi di Kolmogorov si può riassumere che il moto dei vortici di dimensione più piccola dipende da 2 grandezze:

- il tasso a cui i vortici di dimensione maggiore forniscono energia

$$\epsilon = -\frac{dk}{dt},$$

- la viscosità cinematica  $\nu$ .

Una volta stabilito che  $\epsilon$  ha  $L^2T^{-3}$  come unità di grandezza, e  $\nu$  ha  $L^2T^{-1}$ , è possibile derivare la scala di Kolmogorov:

1.  $\eta \rightarrow$  scala di Lunghezza;
2.  $\tau \rightarrow$  scala del Tempo;
3.  $v \rightarrow$  scala della Velocità.

Utilizzando l'analisi dimensionale si può risalire alle relazioni che determinano le scale dei vortici di Kolmogorov:

1.  $\eta = \left(\frac{\nu^3}{\epsilon}\right)^{1/4}$  ;
2.  $\tau_\eta = \left(\frac{\nu}{\epsilon}\right)^{1/2}$  ;
3.  $v_\eta = (\nu\epsilon)^{1/4}$ .

Queste sono indicativamente le scale più piccole della turbolenza, alla quale l'energia è dissipata. Sempre attraverso l'analisi dimensionale è possibile correlare il tasso di dissipazione  $\epsilon$  con l'energia cinetica turbolenta  $k^2$  attraverso:

$$\epsilon \sim \frac{k^{3/2}}{l_0}, \quad (3.7)$$

dove  $l_0$  è la dimensione caratteristica dei vortici di dimensione maggiore; infine il rapporto tra le scale di lunghezza massima e minima può essere espresso come:

$$\frac{l_0}{\eta} = \frac{k^2}{\epsilon\nu} = Re_T^{3/4}. \quad (3.8)$$

È quindi chiaro che per risolvere correttamente tutte le scale della turbolenza è necessario un dominio di calcolo molto fitto e quindi con un costo computazionale estremamente elevato. Questo prende il

---

<sup>2</sup>L'energia cinetica turbolenta è definita come:  $k = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})$ .

nome di DNS (*Direct Numerical Simulation*), un approccio che non viene preso nelle applicazioni industriali poichè richiede grandi risorse e molto tempo.

Quindi è necessario trovare un modello matematico che sia in grado di prevedere la turbolenza con un certo grado di accuratezza. Un approccio consiste nel mediare le equazioni di Reynolds, ossia di scomporle in una parte media ed una fluttuante. Procedere in questo modo permette di risolvere solo l'andamento medio del flusso e quindi delle equazioni di Navier-Stokes, mentre la parte fluttuante del flusso, ossia quella che descrive la turbolenza viene mediata e risolta utilizzando dei modelli di turbolenza.

### 3.3 Equazioni di Navier-Stokes mediate

I flussi turbolenti sono caratterizzati da fluttuazioni istantanee di velocità, pressione e delle quantità trasportate; nella maggior parte delle applicazioni ingegneristiche, però, non c'è interesse nel risolvere le fluttuazioni istantanee. Per evitare di risolvere le fluttuazioni istantanee (o piccole scale della turbolenza), si possono utilizzare due metodi:

- mediazione di Reynolds (*RANS Reynolds Averaged Navier Stokes*):
  - tutte le scale della turbolenza sono modellate;
  - può essere 2D e 3D;
  - può essere stazionario o instazionario;
- filtrazione:
  - risolve i vortici di grande scala e modella quelli di piccola scala;
  - intrinsecamente 3D e instazionario.

Entrambi questi metodi introducono dei termini addizionali nelle equazioni governanti, i quali devono essere modellati; l'obiettivo finale della modellazione di turbolenza è quello di trovare le equazioni di chiusura per modellare questi termini addizionali.

Le equazioni dei modelli di turbolenza contengono sempre una parte di empiricismo e risulta necessario calibrarli osservando la soluzione fisica.

Nell'equazione 3.9 si possono vedere da sinistra a destra rispettivamente: le equazioni di Navier-Stokes e le equazioni governanti che si ottengono dalla mediazione di Reynolds e che si utilizzano nel caso dei modelli di turbolenza RANS.

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot (\mathbf{u}) = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = \frac{-\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} \end{array} \right. , \left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}) = 0 \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = \frac{-\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} - \nabla \cdot (\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'}) \end{array} \right. \quad (3.9)$$

Le equazioni RANS possono essere riscritte come segue:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}) = 0 \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = \frac{-\nabla p}{\rho} + \nu \nabla^2 \bar{\mathbf{u}} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \tau^R \end{array} \right. \quad (3.10)$$

<sup>2</sup>Questo termine è diverso da zero nel caso delle URANS, mentre è zero per le RANS.

<sup>3</sup>Questo termine è il tensore degli stress di Reynolds ed è il termine che deve essere modellato.

Dove  $\tau^R$  è il tensore degli sforzi viscosi di Reynolds (*Reynolds Stress Tensor*) e può essere scritto come:

$$\tau^R = -\rho (\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'}) = \begin{pmatrix} \overline{\rho u' u'} & \overline{\rho u' v'} & \overline{\rho u' w'} \\ \overline{\rho v' u'} & \overline{\rho v' v'} & \overline{\rho v' w'} \\ \overline{\rho w' u'} & \overline{\rho w' v'} & \overline{\rho w' w'} \end{pmatrix} \quad (3.11)$$

Il tensore di Reynolds serve per correlare le fluttuazioni di velocità; nella CFD (*Computational Fluid Dynamics*), però, non si vogliono risolvere le fluttuazioni di velocità poiché questo implica delle mesh<sup>5</sup> molto fini e dei piccoli time-step (avanzamenti di tempo); l'approccio di RANS e URANS è quello di modellare nel modo appropriato questo termine, mentre il resto dei termini che compaiono nelle equazioni governanti possono essere ricavati dal flusso medio.

Per modellare il tensore di Reynolds (RSM), l'approccio più largamente impiegato consiste nell'utilizzare l'ipotesi di Boussinesq (eq. 3.12); questa ipotesi afferma che il tensore di Reynolds è proporzionale al tensore medio degli sforzi viscosi moltiplicato per una costante (che prenderà il nome di viscosità turbolenta). Questa ipotesi, quindi, semplifica il processo di modellazione dal trovare i sei valori matrice dell'RSM, al determinare un valore appropriato della viscosità turbolenta  $\mu_T$ .

$$\tau^R = -\rho (\overline{\mathbf{u}'\mathbf{u}'}) = 2\mu_T \overline{\mathbf{D}}^R - \frac{2}{3}\rho k \mathbf{I} = \mu_T [\nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}}^T)] - \frac{2}{3}\rho k \mathbf{I} \quad (3.12)$$

dove  $\overline{\mathbf{D}}^R$  è il tensore mediato degli sforzi viscosi,  $\mathbf{I}$  è la matrice identità,  $k$  è l'energia cinetica turbolenta ed infine  $\mu_T$  è viscosità turbolenta.

Richiamiamo ora l'espressione delle RANS (eq.3.10) e sostituiamo al suo interno la relazione che si ottiene dall'ipotesi di Boussinesq (eq.3.12); si ottiene quanto segue:

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}) = 0 \\ \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\mathbf{u}}\bar{\mathbf{u}}) = -\frac{1}{\rho} \left( \nabla \bar{p} + \frac{2}{3}\rho \nabla k \right) + \nabla \cdot \left[ \frac{1}{\rho} (\mu + \mu_t) \nabla \bar{\mathbf{u}} \right] \end{cases} \quad (3.13)$$

Il problema ora consiste nel calcolare la viscosità turbolenta  $\mu_t$  nell'equazione della quantità di moto (seconda equazione nel sistema di eq.3.13); questo si può fare utilizzando diversi modelli e nel caso in esame verrà utilizzato il modello  $k - \omega$  SST.

### 3.4 Strato limite, $y^+$ e $u^+$

Su ciascuna parete solida, a causa della viscosità dei fluidi, si sviluppa uno strato limite, e questo si può suddividere in tre regioni distinte:

- sottostrato laminare, o *viscous sublayer*, dominato dagli effetti viscosi;
- strato di *buffer* dove gli effetti viscosi ed inerziali sono equamente importanti;
- strato inerziale, o *log-law layer*, dove sono gli effetti inerziali a dominare.

L'appartenenza ad una regione piuttosto che un'altra dipende, e viene identificata, dal valore di una grandezza chiamata  $y^+$  che rappresenta una distanza normale dalla parete, adimensionalizzata. La sua espressione è:

$$y^+ = \frac{y \cdot u_\tau}{\nu}, \quad (3.14)$$

<sup>5</sup>Le mesh consistono in delle discretizzazioni dello spazio, necessarie in quanto, come già accenato, la soluzione delle equazioni di Navier-Stokes è numerica e necessita dunque di volumi discreti in cui calcolare la soluzione.

### 3.4. STRATO LIMITE, $Y^+$ E $U^+$

dove  $u_\tau$  ha la seguente espressione:

$$u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho}. \quad (3.15)$$

La suddivisione dello strato limite può essere visualizzata nella figura 3.1.

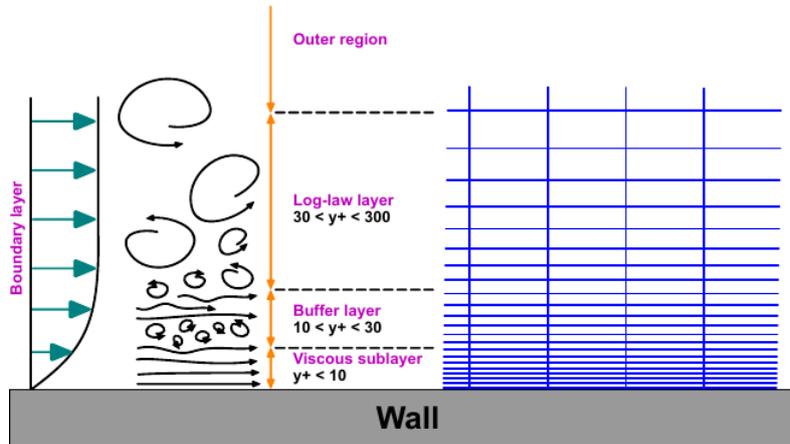


Figura 3.1: Suddivisione dello strato limite nelle tre regione definite sopra, al variare della distanza da parete adimensionalizzata  $y^+$ .

Vicino alla parete è valida una correlazione empirica che lega due grandezze: la distanza  $y^+$  già descritta, e  $u^+$  ossia la velocità adimensionalizzata. Infatti sperimentalmente si trova che se vengono effettuate misure di velocità a diverse distanze dalla parete e queste vengono adimensionalizzate per ottenere rispettivamente  $y^+$  e  $u^+$ , i punti ricadranno sempre sulla curva empirica detta "legge di parete".

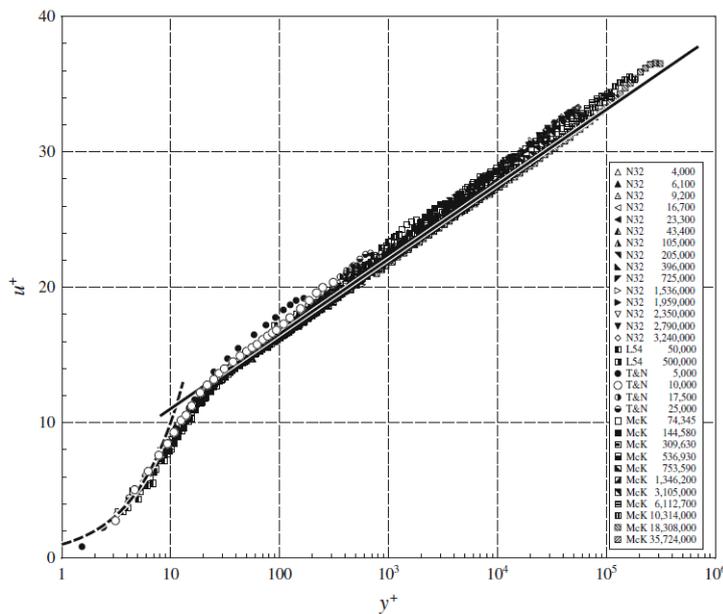


Figura 3.2: Profili di velocità adimensionali  $u^+$  in funzione di  $y^+$  per flusso in un tubo con differenti numeri di Reynolds[1].

Nello strato viscoso ed in quello inerziale esistono due espressioni che interpolano bene i punti sperimentali; le due espressioni sono:

$$\begin{aligned} u^+ &= y^+, \\ u^+ &= \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C^+, \end{aligned} \quad (3.16)$$

in cui la prima espressione è valida nello strato viscoso e la seconda in quello inerziale. Nello strato di buffer, invece, non esiste una correlazione che interpoli perfettamente quanto si vede dalla legge di parete e quindi, se la prima cella si trovasse proprio in quella posizione, si potrebbero ricostruire delle leggi di parete errate causando un errore nella valutazione della velocità vicino alla parete.

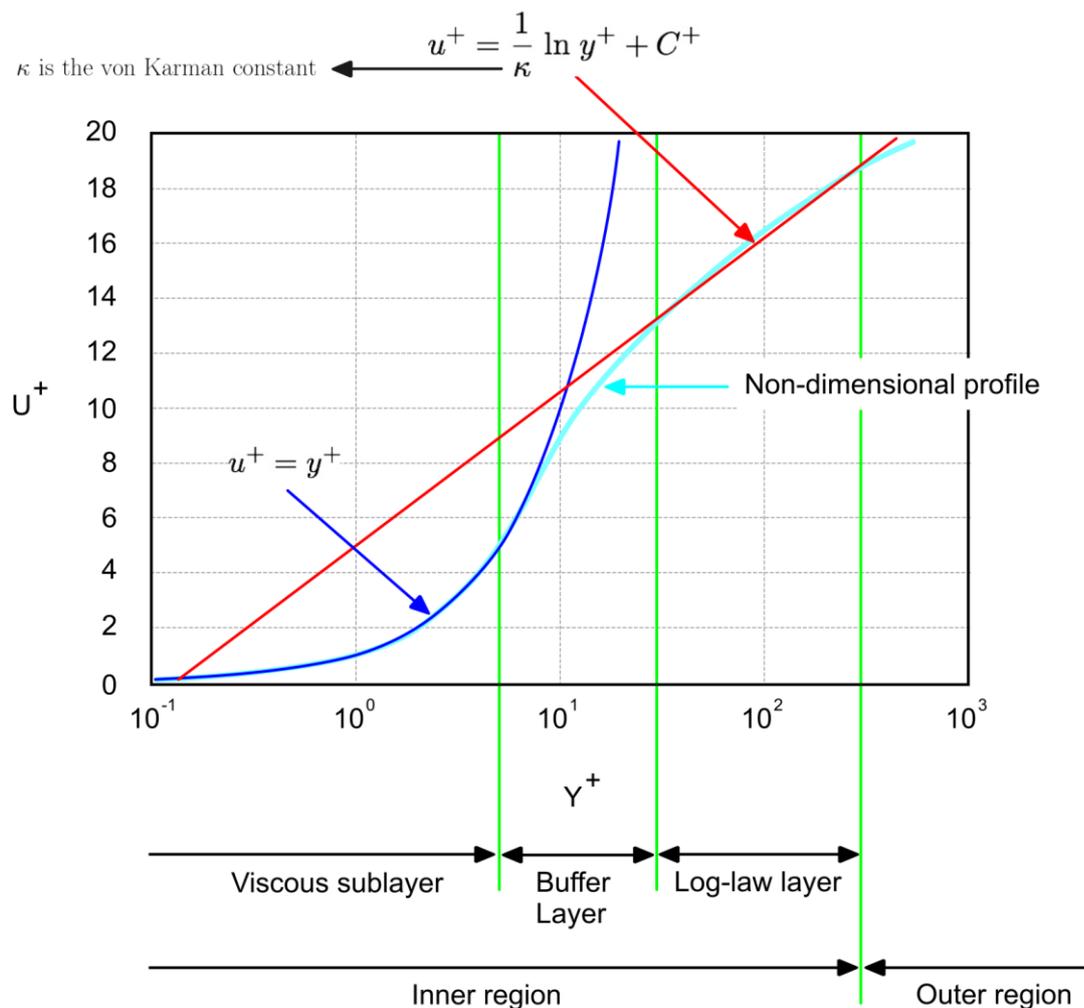


Figura 3.3:  $u^+$  vs  $y^+$  vicino a parete con le relative espressioni analitiche.

Solitamente, quindi, si evita questa regione posizionando la prima cella della mesh possibilmente al di sotto (sottostrato laminare) o al di sopra (strato inerziale).

### 3.5 Modello $k - \omega$ SST

Il modello di Turbolenza  $k - \omega$  prende questo nome poichè, alle equazioni RANS, si aggiungono due ulteriori equazioni: l'equazione dell'energia cinetica turbolenta  $k$  e del tasso di dissipazione specifico

della turbolenza  $\omega$ . Il modello applicato nel caso in esame è il  $k - \omega$  SST [5] e le equazioni costitutive di  $k$  e  $\omega$  sono:

$$\begin{cases} \frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = P - \beta^* \rho \omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \\ \frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j \omega)}{\partial x_j} = \frac{\gamma}{\nu_t} P - \beta^* \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \end{cases} \quad (3.17)$$

dove:

$$\begin{aligned} P &= \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \\ \tau_{ij} &= \mu_t \left( 2S_{ij} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \\ S_{ij} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{aligned}$$

La viscosità turbolenta si calcola come:

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega, \Omega F_2)} \quad (3.18)$$

Le relazioni finali per completare il modello sono:

$$\begin{aligned} F_1 &= \tanh(\arg_1^4) \\ \arg_1 &= \min \left[ \max \left( \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \\ CD_{k\omega} &= \max \left( 2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_j} \frac{\partial \omega}{\partial x_j}, 10^{-20} \right) \\ F_2 &= \tanh(\arg_2^2) \\ \arg_2 &= \max \left( 2 \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right) \end{aligned}$$

ed il valore assoluto della vorticità:

$$\Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}, \quad W_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Infine le costanti valgono:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\beta_1}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 1} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} & \gamma_2 &= \frac{\beta_2}{\beta^*} - \frac{\sigma_{\omega 2} \kappa^2}{\sqrt{\beta^*}} \\ \sigma_{k1} &= 0.85 & \sigma_{\omega 1} &= 0.5 & \beta_1 &= 0.075 \\ \sigma_{k2} &= 1.0 & \sigma_{\omega 2} &= 0.856 & \beta_2 &= 0.0828 \\ \beta^* &= 0.09 & \kappa &= 0.41 & a_1 &= 0.31 \end{aligned}$$

Il modello di turbolenza descritto sopra risulta essere insensibile al valore di  $y^+$  che si ha, ossia funziona sia se la prima cella è posizionata nel substrato viscoso, sia se è nello strato inerziale (fig.3.4).

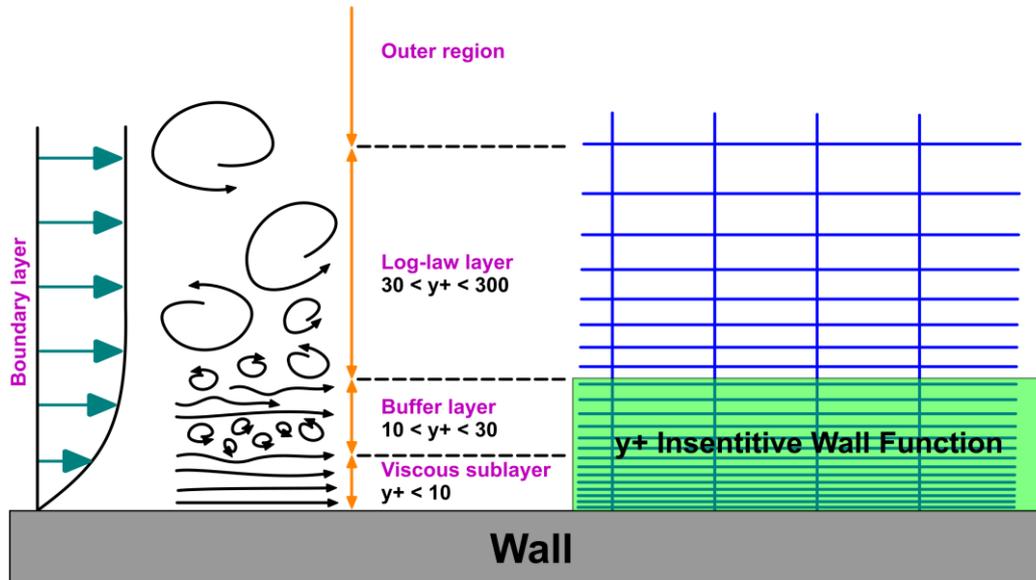


Figura 3.4: Il modello di turbolenza  $k - \omega$  è definito  $y^+$  insensitive, ossia è possibile posizionare la prima cella sia nel sottostrato viscoso per ottenere una soluzione fino a parete, sia nello strato inerziale che porta ad avere una modellazione dello strato limite a parete.

## Capitolo 4

### Metodo dell'Aggiunto

#### 4.1 Introduzione al metodo dell'Aggiunto (*Adjoint*)

Il metodo dell'aggiunto è utilizzato per ottenere la forma ottimale per determinate condizioni operative. Si può ottenere una forma ottimale per un fine che deve essere precisato all'inizio con un costo computazionale molto inferiore rispetto ad una soluzione mediante RSM e poi ottimizzazione basata su gradiente.

Il solutore che sfrutta questo approccio è utilizzato per calcolare una mappa delle aree, di una geometria, che hanno un impatto nella variazione di una determinata grandezza (o insieme di esse). Questo permette di avere una migliore comprensione su dove e come cambiare la geometria per raggiungere l'obiettivo imposto.

#### 4.2 *Workflow*

Il flusso di lavoro (o *workflow*) può essere suddiviso in quattro step:

1. calcolo CFD. Si effettua un primo calcolo CFD con la geometria di partenza che si vuole ottimizzare;
2. mediante il metodo dell'aggiunto si calcolano i gradienti, ossia la risposta dell'osservabile scelto alle variazioni della geometria;
3. si costruisce quindi la mappa di sensitività;
4. si aggiorna la mesh (quindi la geometria) sulla base dei dati di sensitività e di eventuali limiti imponibili nella fase di impostazione del calcolo.

Tale processo può essere ripetuto più volte al fine di ottenere un design ottimale.

#### 4.3 Modello matematico del *Adjoint*

Per spiegare il modello matematico dell'aggiunto si deve partire riscrivendo le equazioni mediate di Reynolds nella loro forma stazionaria e rielaborando il termine legato agli sforzi viscosi, ottenendo:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \\ (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \nabla \cdot (2\nu_e \mathbb{D}) \end{cases} \quad (4.1)$$

con  $\nu_e = \nu + \nu_t$ .

Il problema di ottimizzazione può essere definito in termini di minimizzazione di una funzione obiettivo discreta; si definisce quindi la funzione obiettivo  $J = J(\beta, \mathbf{u}, p)$  dove  $\beta$  è la variabile di design mentre  $(\mathbf{u}, p)$  sono variabili dirette ossia velocità e pressione.

Il problema è quindi quello di minimizzare la funzione costo  $J$  soggetta ai vincoli imposti da  $\mathcal{F}$ :

$$\begin{aligned} &\text{minimizzare } J = J(\beta, \mathbf{u}, p) \\ &\text{vincolato da } \mathcal{F}(\beta, \mathbf{u}, p) = 0 \end{aligned}$$

Il vincolo  $\mathcal{F}$  corrisponde alle equazioni che devono essere rispettate, ossia le equazioni di Navier-Stokes mediate.

Per l'applicazione del vincolo alla funzione obiettivo si definisce la *Lagrangiana* come segue:

$$\mathcal{L} = J + \int_{\Omega} (\mathbf{v}, q) \mathcal{F}, \quad (4.2)$$

dove  $\Omega$  indica il dominio considerato, mentre  $(\mathbf{v}, q)$  è il vettore dei moltiplicatori di Lagrange. Bisogna quindi valutare la variazione della lagrangiana:  $\delta\mathcal{L} = \delta_{\beta}\mathcal{L} + \delta_{\mathbf{u}}\mathcal{L} + \delta_p\mathcal{L}$ . Tra tutte le possibili soluzioni, imponiamo che i moltiplicatori di Lagrange siano scelti in modo da annullare  $\delta_{\mathbf{u}}\mathcal{L} + \delta_p\mathcal{L}$ ; dall'imposizione di questa condizione si ricavano le equazioni aggiunte.

Si sviluppa quindi la condizione imposta ottenendo:

$$\delta_{\mathbf{u}}\mathcal{L} + \delta_p\mathcal{L} = \delta_{\mathbf{u}}J + \delta_pJ + \int_{\Omega} (\mathbf{v}, q) \delta_{\mathbf{u}}\mathcal{F} + \int_{\Omega} (\mathbf{v}, q) \delta_p\mathcal{F} = 0 \quad (4.3)$$

Si impone quindi che la variazione della viscosità  $\delta\nu_e$  sia pari a zero, condizione a rigore vera per un flusso laminare ove  $\nu_t = 0$ , mentre nel caso di flusso turbolento è un'approssimazione che prende il nome di *frozen turbulence* e che permette di ridurre il costo computazionale della simulazione "aggiunta". La sensitività calcolata con tale ipotesi mostra un andamento molto vicino a quello ricavato senza questa ipotesi semplificativa, pertanto si può adottare questa ipotesi con lo svantaggio di avere un processo di ottimizzazione un po' più lento. Esplicitando le variazioni dei diversi termini nell'equazione 4.3 si ottiene:

$$\delta_{\mathbf{u}}J + \delta_pJ + \int_{\Omega} \mathbf{v} \cdot ((\delta\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \delta\mathbf{u} - \nabla(2\nu_e\mathbb{D}(\delta\mathbf{u}))) - \int_{\Omega} q \nabla \cdot \delta\mathbf{u} + \int_{\Omega} \mathbf{u} \cdot \nabla \delta p = 0 \quad (4.4)$$

Si può quindi suddividere la funzione obiettivo in due parti: una legata solo al contorno ed una al volume, ottenendo:

$$J = \int_{\Gamma} J_{\Gamma} + \int_{\Omega} J_{\Omega} \quad (4.5)$$

Utilizzando l'integrazione per parti ed il teorema della divergenza è possibile ottenere la forma finale delle equazioni aggiunte:

$$\begin{cases} -2\mathbb{D}(\mathbf{v}) \mathbf{u} = \nabla \cdot (2\nu_e\mathbb{D}(\mathbf{v})) - \nabla q - \frac{\partial J_{\Omega}}{\partial \mathbf{u}} \\ \nabla \cdot \mathbf{v} = \frac{\partial J_{\Omega}}{\partial p} \end{cases} \quad (4.6)$$

Le condizioni al contorno varranno invece:

$$\begin{cases} \int_{\Gamma} \left( \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{v} \cdot \mathbf{u}) + \mathbf{v}(\mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}}) + 2\nu_e \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbb{D}(\mathbf{v}) - q\hat{\mathbf{n}} + \frac{\partial J_{\Gamma}}{\partial \mathbf{u}} \right) \cdot \delta\mathbf{u} - \int_{\Gamma} 2\nu_e \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbb{D}(\delta\mathbf{u}) \cdot \mathbf{v} = 0 \\ \int_{\Gamma} \left( \mathbf{v} \cdot \hat{\mathbf{n}} + \frac{\partial J_{\Gamma}}{\partial p} \right) \delta p = 0 \end{cases}$$

Si può constatare che le equazioni aggiunte presentano una forma simile a quelle di Navier-Stokes, dalle quali derivano, differendo però, per cominciare, dal fatto che sono lineari, in quanto esse vengono risolte solo dopo aver ottenuto la soluzione per il flusso diretto; poi in queste equazioni il termine convettivo agisce in direzione opposta rispetto alle equazioni dirette (si nota dal fatto che il termine convettivo ha segno opposto alle equazioni dirette) ed infine in queste equazioni compare solamente il termine di volume della funzione obiettivo, mentre il termine legato al contorno compare nelle condizioni al contorno.

Le equazioni che verranno utilizzate nel caso in esame sono analoghe a quelle espresse in 4.6 con la differenza che è assente il termine di funzione costo legato al volume. Le equazioni sono quindi:

$$\begin{cases} -\nabla \mathbf{v} \cdot \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla \cdot (2\nu_e \mathbb{D}(\mathbf{v})) - \nabla q \\ \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

#### 4.4 Solutore aggiunto

Il problema di ottimizzazione richiede la soluzione delle equazioni aggiunte per poter ricavare la sensitività della geometria rispetto alla funzione obiettivo e poter deformare di conseguenza nel modo ottimale. La risoluzione di queste equazioni deve avvenire in seguito alla soluzione di quelle dirette in quanto la conoscenza di quella soluzione è necessaria per poter procedere.

Tale solutore calcolerà la sensitività sugli input imposti a priori nel *setup*. Tali input possono essere una qualsiasi condizione al contorno, parametro della mesh, proprietà dei materiali, etc... Nel caso in esame questa condizione al contorno è la forma stessa dell'ala. Il solutore aggiunto quindi calcolerà la sensitività della geometria dell'ala agli osservabili imposti.

Il metodo dell'aggiunto richiede che la soluzione raggiunga un elevato livello di convergenza; questo è necessario per avere una stima corretta della sensitività e, quindi, per garantire delle modifiche corrette e che raggiungano gli obiettivi che si fissano nella fase di setup del calcolo. Infatti durante il processo è richiesto di inserire un valore obiettivo di cui si vuole modificare l'osservabile e per avere una modifica che comporti un risultato quanto più "vicino" a quello imposto è necessario raggiungere tale livello di convergenza della soluzione.

# Capitolo 5

## Progettazione

In questo capitolo si tratta di:

- descrivere il software CAD utilizzato per la costruzione delle geometrie di ala e ruota anteriore, nonché del dominio di misura;
- riportare l'iter seguito sul CAD per la costruzione della geometria dell'ala e della ruota;
- descrivere e mostrare il risultato del progetto preliminare di queste due componenti con un confronto con le immagini ottenute dalla presentazione del prototipo delle monoposto 2022.

### 5.1 OnShape CAD

*OnShape* è un software CAD (*Computer Aided Design*). Consiste in una piattaforma web e permette di effettuare modellazioni 3D in modo gratuito ed accessibile da qualsiasi computer dotato di connessione internet. Questo software permette anche una completa parametrizzazione delle geometrie che offre quindi un valido supporto per il DOE (*Design Of Experiment*).

In questo lavoro di tesi è stato utilizzato questo CAD per costruire le geometrie di ala e ruota anteriore e per il dominio di analisi.

### 5.2 Iter costruttivo dell'ala anteriore e progetto preliminare

La geometria dell'ala anteriore è stata costruita utilizzando la seguente procedura:

1. è stato posizionato un nuovo piano sul lato interno (ossia quello di simmetria) del dominio di riferimento dell'ala anteriore;
2. su di lui è stato prodotto uno *sketch* che consiste in tre linee, rappresentanti le corde di ciascun profilo, e ciascuna di queste linee è completamente parametrizzata in modo da poterne variare:
  - l'altezza del *leading edge* del primo profilo rispetto al fondo del volume del riferimento;
  - l'angolo di attacco del primo profilo;
  - la corda del primo profilo;
  - la distanza verticale (lungo l'asse z) tra il *trailing edge* del primo profilo ed il *leading edge* del secondo profilo;

- la distanza orizzontale (lungo l'asse x) tra il trailing edge del primo profilo ed il leading edge del secondo profilo;
  - l'angolo di attacco del secondo profilo;
  - la corda del secondo profilo;
  - la distanza verticale (lungo l'asse z) tra il trailing edge del secondo profilo ed il leading edge del terzo profilo;
  - la distanza orizzontale (lungo l'asse x) tra il trailing edge del secondo profilo ed il leading edge del terzo profilo;
  - l'angolo di attacco del terzo profilo;
  - la corda del terzo profilo;
3. la stessa procedura è stata seguita per tutti gli altri piani di controllo che sono stati costruiti per controllare al meglio la geometria dell'ala anteriore. Gli altri piani sono posizionati rispettivamente a  $Y = 0, 125, 300, 500, 700, 850, 900$  [mm]
  4. per ciascuna linea rappresentante la corda e su ciascun piano è stato introdotto un *profile generator* ossia uno *script* di *OnShape* che permette di costruire un profilo alare in funzione di due punti, rappresentanti *leading* e *trailing edge*, e di un piano su cui far giacere il profilo. La prima richiesta del generatore di profili è esaudita dagli *sketch* di ciascun piano e la seconda dai piani stessi su cui sono disegnati gli *sketch*.
  5. è stato aggiunto un piano con coordinata  $Z = 180$  [mm] e sopra ad esso è costruito l'*endplate* dell'ala. Le dimensioni e la posizione dell'*endplate* variano in funzione dell'ultimo profilo dell'ala, che appartiene alla zona del dominio che prende il nome di *wing tip*; infatti le dimensioni del rettangolo che costituisce la forma geometrica base su cui è costruito l'*endplate* variano in funzione del profilo più avanzato dell'ala, infatti il profilo è tangente al rettangolo nel punto più avanzato e ai lati, mentre la lunghezza della base maggiore dipende dalla tangenza con il profilo più arretrato;
  6. il *diveplane* è costruito utilizzando due *spline* passanti per tre punti, la cui distanza reciproca lungo l'asse Z è fissata, e i cui angoli al *leading* ed al *trailing edge* sono parametrizzati in modo da poter variare. È inoltre imposta la distanza lungo l'asse Z tra il punto più avanzato e più arretrato del profilo, poichè il regolamento impone una distanza minima tra questi punti. Inoltre questi due punti sono costruiti in modo da poter variare le loro coordinate all'interno del dominio di riferimento del *diveplane*.
  7. il comando *loft* di *OnShape* è stato utilizzato per estrarre i profili alari, imponendone il passaggio attraverso tutti i *profile generator*; a questo comando è stata aggiunta l'imposizione di avere l'estrusione perpendicolare all'ultimo profilo, ossia quello che effettua la congiunzione tra l'ala e l'*endplate*.

### 5.2.1 Progetto preliminare ala anteriore

Per quanto riguarda il progetto preliminare, è stato disegnata l'ala anteriore visibile in figura 5.5; gli angoli di attacco dei profili sono stati scelti facendo riferimento alle forme tipiche delle ali anteriori delle

monoposto. I profili scelti appartengono alla famiglia delle geometrie da alto carico aerodinamico, e, nel caso in esame, sono stati scelti i profili:

- Althaus AH79-100 A (figura 5.1);
- Althaus AH-6-40-7 (figura 5.2);
- Eppler E216 (figura 5.3);
- Selig S4083 (figura 5.4);
- profili NACA serie 4 simmetrici.

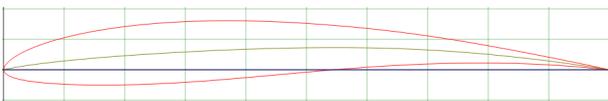


Figura 5.1: Profilo Althaus AH79-100 A costituente il *main* dell'ala anteriore.



Figura 5.2: Profilo Althaus AH-6-40-7 costituente il *flap* dell'ala anteriore.

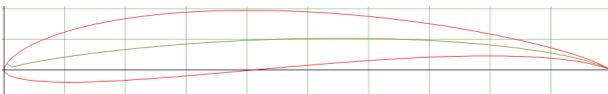


Figura 5.3: Profilo Eppler E216 costituente la parte interna del *vane* dell'ala anteriore, ossia dal piano di simmetria fino al quarto profilo di controllo.

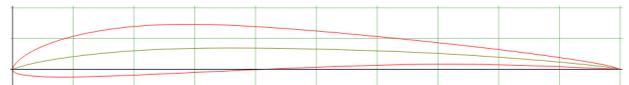


Figura 5.4: Profilo Selig S4083 costituente la parte esterna del *vane* dell'ala anteriore.

Queste scelte sono state accompagnate da valutazioni con Xfoil<sup>1</sup> e simulazioni CFD bidimensionali per poter effettuare confronti tra i diversi profili e per ottenere una configurazione di angoli, spaziatore e corde che non mostrassero degli evidenti difetti che sarebbero stati portati poi nel caso tridimensionale. La validazione della configurazione dei profili, che deve rispettare rigide regole, è stata effettuata valutando la conformità dei singoli profili di controllo dell'ala attraverso un codice Python che, inseriti i dati costruttivi delle sezioni (corde, angoli d'attacco, spaziatore verticali e orizzontali), calcola le distanze minime tra i profili tenendo conto dei dati di geometria inseriti, e in uscita produce una serie di informazioni riguardanti le minime distanze reciproche tra i profili, la validità di tali distanze, ossia se rispettano o meno i limiti imposti dalla federazione ed infine la coordinata Z minima della sezione utile per posizionare correttamente l'ala all'interno del volume regolamentare (figure 5.6 e 5.7).

<sup>1</sup>Xfoil è un programma che sfrutta il metodo a pannelli e attraverso relazioni analitiche è in grado di tenere in considerazione l'effetto di viscosità. Esso permette di avere una buona stima dei coefficienti di Lift e Drag dei profili ai diversi angoli di attacco e quindi è utile nel caso della scelta preliminare dei profili per poter valutare i più idonei per ciascuna posizione



Figura 5.5: Vista dell'ala anteriore il cui progetto è stato sviluppato restando più fedeli alla forma di ala vista nel prototipo, quindi con una forma arrotondata e ben raccordata dei profili con l'endplate.

```
2 ##### user defined #####
3
4 #primo profilo
5 corda =0.26 # corda [m]
6 AOA =-2 *mt.pi/180
7
8 #secondo profilo
9 corda2 =0.23 # corda [m]
10 AOA2 =10.5 *mt.pi/180 # angolo di attacco [°]
11 sup2 =0.015 # sovrapposizione orizzontale di L.E. e T.E.
12 dist2 =0.023 # spaziatura verticale tra L.E. e T.E.
13
14 #terzo profilo
15 corda3 =0.1 # corda [m]
16 AOA3 =29 *mt.pi/180 # angolo di attacco [°]
17 sup3 =0.015 # sovrapposizione orizzontale di L.E. e T.E.
18 dist3 =0.014 # spaziatura verticale tra L.E. e T.E.
19
```

Figura 5.6: Parte del codice dove avviene l'inserimento dei parametri costruttivi della sezione di controllo.

Il primo (rosso) ed il secondo (blu) profilo distano: 0.015 [m]; il secondo (blu) ed il terzo (giallo) distano: 0.014 [m].

Il primo (rosso) ed il secondo (blu) profilo RISPETTANO i limiti imposti dal regolamento riguardo la spaziatura.  
 Il secondo (blu) ed il terzo (giallo) profilo RISPETTANO i limiti imposti dal regolamento riguardo la spaziatura.  
 Il punto più basso del profilo si trova a: 0.025 [m].  
 La corda del profilo vale: 0.54 [m].

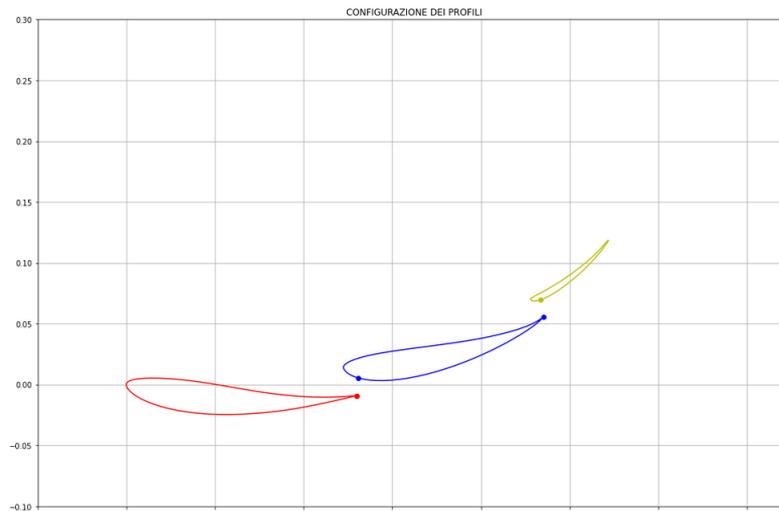


Figura 5.7: *Output* del codice: messaggi sulla validità (o meno) della configurazione scelta e rappresentazione bidimensionale dei profili con i parametri scelti.

### 5.3 Iter costruttivo della ruota

La geometria della ruota anteriore è stata costruita seguendo i seguenti passi:

1. è stato costruito un piano parallelo al piano di simmetria e passante per un punto che giace alla distanza di riferimento di 1 metro dal *centre plane*, ossia la distanza esterna "estrema" della ruota;
2. su tale piano, all'altezza del terreno corrispondente a  $Z = 0$  [mm], è stata disegnata una linea di costruzione da utilizzare come asse attorno a cui fare ruotare un piano necessario per aggiungere un angolo di *camber* alla ruota;
3. questo ulteriore piano che prende il nome di *tyre camber plane* è stato costruito in modo da giacere sul piano verticale descritto prima (1) e poter ruotare attorno all'asse appena definito (2);
4. sul piano che prevede il *camber* della ruota è stato disegnato uno *sketch* che rappresenta la vista laterale della ruota (cerchione e pneumatico);
5. tale *sketch* è estruso verso il piano di simmetria al fine di creare un cilindro con le dimensioni descritte dal regolamento;
6. è stato aggiunto un *fillet* sui bordi delle basi del cilindro in modo da rendere più realistica e simile a quanto si vede dalle fotografie dei prototipi;
7. è stato aggiunto un piano parallelo al piano con il *camber* e con un piccolo *offset* rispetto ad esso in modo da aggiungere uno *sketch* costituito da un cerchio di piccole dimensioni centrato nell'asse di rotazione della ruota, che andasse a costituire la base minore del tronco di cono che vuole descrivere la forma del copriruota visibile nel prototipo;

### 5.3. ITER COSTRUTTIVO DELLA RUOTA

---

8. la stessa geometria di 7 è stata riprodotta anche nella parte *inboard* della ruota, ossia nella faccia più interna, o vicina al piano di simmetria;
9. sono stati aggiunti due piani paralleli al piano di riferimento e al piano di simmetria e uno ortogonale ai due, tutti passanti per l'origine della ruota (posizionata sull'asse di rotazione nella parte *inboard* della ruota);
10. è stato disegnato, seguendo le norme progettuali, il dominio di riferimento entro il quale deve essere contenuta l'intera presa dell'aria del freno;
11. sono state scelte arbitrariamente, cercando solo di restare il più possibile fedele al prototipo, le dimensioni che descrivessero l'estensione in  $X$  della presa e sono stati prodotti gli *sketch* necessari per descrivere la forma della presa stessa; quindi con il comando *loft* si è generata la forma finale di tale componente del freno;
12. per rendere più realistico l'effetto di tale componente è stata costruita all'interno della ruota una condotta che collegasse l'ingresso della presa del freno con quello che si è ipotizzato essere lo scarico dell'aria calda, ossia il mozzo. Tale condotto attraversa un restringimento, introdotto per simulare quelle perdite di carico che nella realtà si avrebbero nell'attraversamento del disco del freno e delle sue componenti;
13. sul piano il cui asse è parallelo all'asse  $X$  si è prodotto uno *sketch* rappresentante la linea guida della struttura che va a definire l'ala posizionata al di sopra della ruota;
14. sui piani posizionati relativamente sulla faccia esterna ed interna della ruota, sono stati prodotti due ulteriori *sketch* (costruiti in modo da riprendere la stessa curvatura della ruota) che una volta uniti avrebbero costituito la parte "funzionale" dell'aletta;
15. un ulteriore *sketch* è stato disegnato sul piano di riferimento relativo all'origine della ruota, e questo al contrario degli altri due è costituito da un rettangolo non avendo una funzione aerodinamica;
16. i tre *sketch* citati sopra (14 e 15) sono stati "uniti" seguendo la linea guida (13).
17. un *fillet* è stato aggiunto a tutti gli spigoli in modo da avere l'arrotondamento imposto dal regolamento a tutte le superfici spigolose per motivi di sicurezza.
18. sul piano di riferimento a  $Z = 0$  [mm] è costruito uno *sketch* di forma rettangolare al di sotto della ruota e questo è estruso, ma invece di essere una aggiunta di materiale ne è una rimozione: tutto il "materiale" presente all'interno di quel dominio viene rimosso. Questo è stato aggiunto per rendere più realistica la forma finale della geometria e simulare lo schiacciamento dello pneumatico al suolo che nella realtà avviene come conseguenza del peso della monoposto e del carico aerodinamico che contribuisce a "schiacciarla" a terra.

#### 5.3.1 Progetto ruota

La geometria della ruota in un primo momento è stata progettata al CAD in modo da riprodurre il più fedelmente possibile quanto è stato possibile vedere dal prototipo presentato dalla FIA (figure 5.8 e 5.9), poi il disegno iniziale è stato semplificato in modo da renderlo più facilmente simulabile senza bisogno di utilizzare una mesh troppo complicata e pesante (infatti le parti che sono state semplificate erano curve e di piccole dimensioni e quindi richiedevano una elevata quantità di celle di piccole

dimensioni, figure 5.10 e 5.11) che non avrebbe portato ad una migliore comprensione dei fenomeni fluidodinamici che interessano questa parte.



Figura 5.8: Fotografia scattata durante la presentazione del prototipo 2022 delle monoposto. Da questa è possibile vedere la forma che avranno le ruote e tutti i componenti ad essa accoppiati.

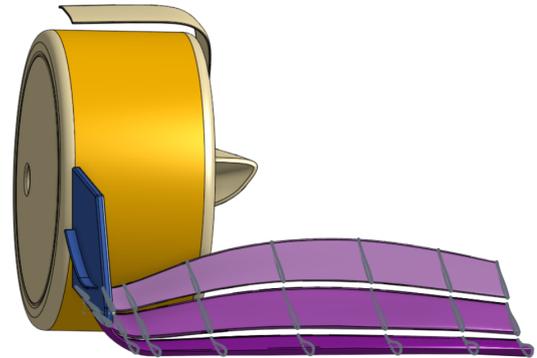


Figura 5.9: Ricostruzione al CAD della ruota anteriore destra munita di copricerchione e deflettore.

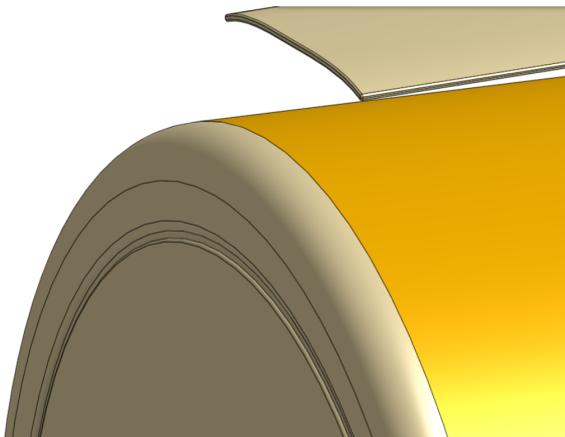


Figura 5.10: Soluzione CAD iniziale più fedele al prototipo.

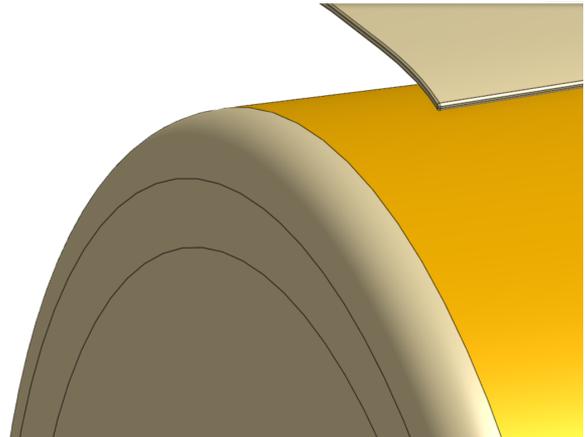


Figura 5.11: Soluzione CAD semplificata.

In figura 5.9 è possibile osservare che l'asse di rotazione della ruota non è parallelo al terreno, bensì presenta un angolo di inclinazione rispetto ad esso che prende il nome di angolo di camber. Nel caso in esame il camber è stato posto negativo ed assume il valore di  $1^\circ$ ; nelle simulazioni, poi, l'angolo di camber è stato posto pari a  $0^\circ$  per ragioni di semplificazione nel setup delle condizioni al contorno.

# Capitolo 6

## Simulazioni

In questo capitolo si tratta di:

- procedura e strumenti utilizzati per generare la mesh, nonché dettagli delle dimensioni assegnate ai diversi elementi che la compongono;
- setup del software Fluent;
- risultati del calcolo per la geometria preliminare.

### 6.1 Generazione della Mesh

In figura 6.2 è possibile vedere il volume di analisi che è stato costruito ed entro il quale è contenuta la mesh. Le dimensioni scelte sono standard per applicazioni di questo tipo e sono funzione di una lunghezza  $L$  definita come segue: sul piano orizzontale, ossia il piano di riferimento (*reference plane*), è stata proiettata l'intera geometria (ala + ruota) e della figura ottenuta si è misurata la lunghezza  $L$  nella direzione del senso di marcia. Il dominio di misura si estende, in funzione di  $L$ , come segue:

- in direzione  $-X$  di  $2 * L$  a partire dal punto più avanzato della geometria, ed in direzione  $X$  di  $5 * L$  a partire dal punto più arretrato della geometria ;
- in direzione  $Y$  di  $2L$  a partire dal piano di simmetria;
- in direzione  $Z$  di  $2L$  a partire dal piano di riferimento.

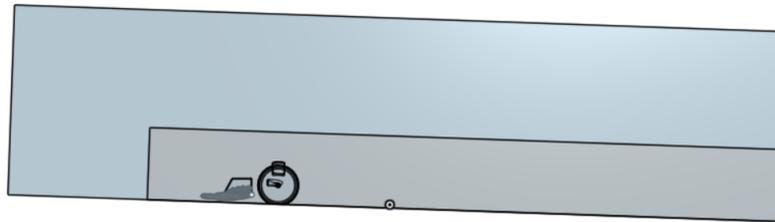


Figura 6.1: Vista laterale del dominio di misura. Si può notare l'assenza di inclinazione dell'ala anteriore.

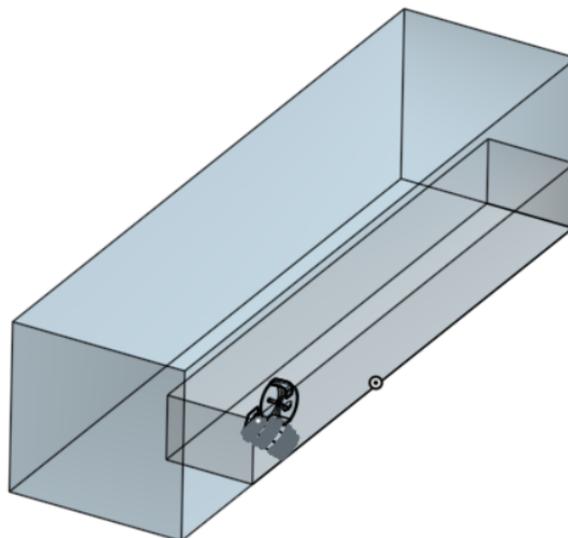


Figura 6.2: Vista Isometrica del volume di misura. In blu l'intero dominio di misura, in grigio il *body of influence*.

Dall'immagine del dominio di misura emergono altre caratteristiche:

1. **la presenza di un "body of influence"**: questo è una porzione del volume del dominio di misura ove la mesh risulta essere più fitta rispetto al resto. La sua funzione è quella di permettere una più accurata risoluzione della fluidodinamica al suo interno. In questo caso, essendo posto attorno ad ala e ruota, ed in particolare nella sua scia, ha il compito di garantire una soluzione più di dettaglio della turbolenza nella scia della ruota;
2. **la schiacciatura dello pneumatico sul terreno**: l'effetto che si è provato a simulare è la compressione dello pneumatico causata dal peso della vettura e dal carico aerodinamico. All'introduzione di questo effetto sono seguiti degli accorgimenti nella forma del dominio per permettere di creare una mesh di buona qualità: infatti, nella zona di contatto tra ruota e terreno, si sarebbe formato un angolo molto acuto, quindi con le due facce (di ruota e terreno) molto vicine tra loro, che avrebbe causato dei problemi nella creazione della mesh. Per prevenire questo problema, con il comando *chamfer* del software CAD, ossia smussando il punto di contatto, è stato possibile eliminare il vertice acuto;
3. **l'inclinazione della geometria rispetto al volume** (fig.6.1): è stata introdotta per simulare l'usuale conformazione "picchiata" delle monoposto; infatti l'ala anteriore risulta essere più vicina al terreno per effetto dell'angolo di inclinazione dell'intero veicolo. Questa soluzione permette di avere sia un effetto suolo più marcato sull'ala anteriore, sia di sfruttare l'intero fondo della macchina come fosse un diffusore, il quale genera carico aerodinamico (eventualità non considerata però in questo lavoro che si limita agli effetti di ala e ruota). Nel caso mostrato in figura, l'angolo di *rake* è stato posto pari a  $2^\circ$ , valore tipico delle monoposto.

La mesh iniziale è stata costruita utilizzando i parametri costruttivi di Tabella 6.1, che hanno permesso di avere una buona qualità delle celle del dominio di misura e, allo stesso tempo, di non farne aumentare troppo il numero.

oggetto	zona di applicazione	descrizione
body of influence	boi	growth rate 1.2 target mesh size 100
face size	fw1 fw2 fw3 ep movw statw	growth rate 1.2 target mesh size 5
face size	gcont	growth rate 1.2 target mesh size 1
surface mesh	boundary	minimum size 1 maximum size 200 growth rate 1.2 size functions - curvature proximity cells per gap 2 scope proximity to - edges
region description	domain	domain fluid
inflation layer	walls	offset method - smooth transition number of layers 12 transition ratio 0.272 growth rate 1.2
volume mesh	domain	poly-hexcore peel layer 1 max cell length 200

Tabella 6.1: Parametri costruttivi del dominio di misura.

Nella figura 6.3 si può vedere un "cut" del dominio di misura come descritto sopra in tabella, ed in figura 6.4.

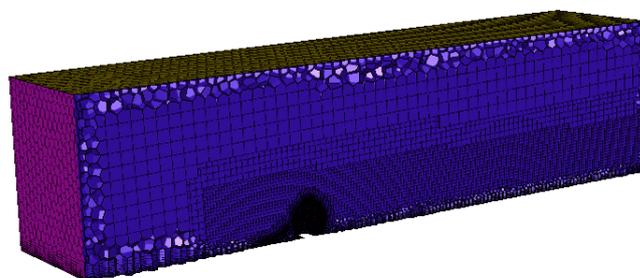


Figura 6.3: Vista isometrica di un "cut" della mesh.

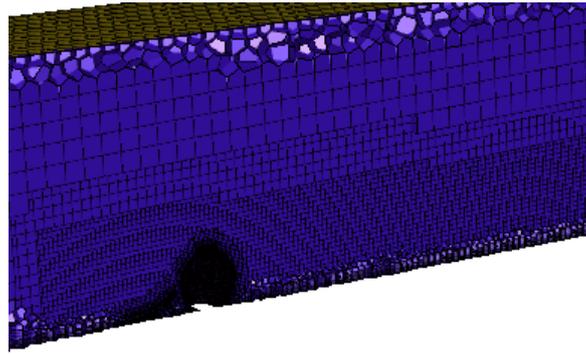


Figura 6.4: Vista isometrica del focus sulla zona di ruota ed ala.

## 6.2 Setup del calcolo

Per il setup di Fluent si è deciso di utilizzare come modello di turbolenza il  $k - \omega$  SST, abilitando le opzioni *Kato-Launder Production Limiter* e *Curvature Correction*, con le funzioni di prevenire, rispettivamente, un'eccessiva produzione di energia cinetica turbolenta sui punti di ristagno delle ali e della ruota, e, sempre per quanto riguarda la ruota, correggere l'effetto dei vortici concentrati dietro essa.

Le condizioni al contorno imposte sono:

- **inlet**: all'ingresso è stata imposta la condizione di *velocity inlet*, ossia una superficie attraversata da un fluido ad una certa velocità, temperatura e con determinati parametri di turbolenza (intensità di turbolenza e ... );
- **outlet**: all'uscita è stata imposta la condizione di *pressure outlet*, ossia una superficie a pressione costante senza fluido in moto;
- **symmetry**: per le facce corrispondenti al piano di simmetria, quella opposta ad esso ed il piano superiore del volume, è stata scelta la condizione di *symmetry* che consiste in una parete solida (non attraversabile dal fluido) sulla quale non vale la *no-slip condition*;
- **wall**: per l'ala anteriore, la ruota (con relativa aletta) ed il terreno è stata imposta la condizione al contorno di *wall*, o muro. Questa condizione implica una superficie non attraversabile dal fluido, con una certa rugosità e sulla quale la velocità del fluido è nulla ( $\mathbf{u}(y = 0) = 0$ ). È stata differenziata la definizione della condizione di alcune parti, in quanto il terreno ed una parte della ruota si muovono. Ad essi è stata imposta la condizione al contorno di *"moving wall"*: al terreno quella di traslazione in direzione opposta a quella del moto della monoposto, mentre alla parte mobile della ruota quella di rotazione attorno al suo asse.

Avendo inclinato il dominio rispetto all'orizzontale, è stato necessario imporre una rotazione dell'ala montata sulla ruota in modo che rimanesse sempre parallela al terreno. Inoltre è stato necessario calcolare la matrice di rotazione attorno all'asse  $y$ , in modo da proiettare le forze agenti su ruota ed ala nel giusto sistema di riferimento, nonché simulare la giusta direzione del terreno. La matrice di rotazione attorno ad  $y$  è definita come segue:

$$R_y = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

e l'angolo  $\theta$ , ossia l'angolo di *rake* della monoposto, è stato scelto pari a  $2^\circ$ .

### 6.2.1 Grandezze misurate

Si introduce ora una superficie sulla quale verranno valutate diverse grandezze, e che risulta di fondamentale importanza per lo studio: l'ingresso del fondo della monoposto.

Nel nuovo regolamento, il fondo delle monoposto è sagomato in modo da ottenere da esso deportanza; le condizioni del flusso in ingresso hanno un impatto decisivo sulle prestazioni di questa componente. La superficie è stata costruita in modo tale da sovrapporsi all'ingresso del fondo e prenderà d'ora in avanti la denominazione di  $A_{ingresso-fondo}$ .

Sono stati poi creati dei monitor per diverse quantità:

1.  $y^+$  medio;
2. pressione totale su  $A_{ingresso-fondo}$  pesata sulla portata che la attraversa;
3. coefficiente di portanza per la ruota completa e per ciascun elemento costituente l'ala (*main*, *vane*, *flap* ed *endplate+diveplane*);
4. coefficienti di resistenza per gli stessi elementi.

Per calcolare i coefficienti di deportanza ( $C_z$ ) e di resistenza all'avanzamento ( $C_d$  o  $C_x$ ) descritti nei punti 3 e 4, è stata imposta come velocità di riferimento quella all'inlet e come area di riferimento quella proiettata dall'ala sul terreno (ossia sulla base del dominio di misura), come si vede in figura 6.5.

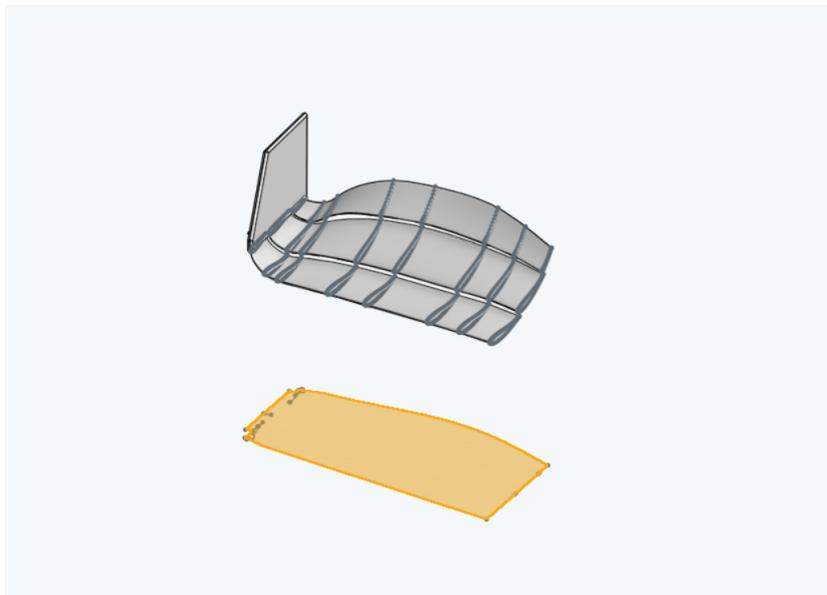


Figura 6.5: Proiezione dell'ala anteriore sulla base del dominio

## 6.3 Risultati del calcolo preliminare

Sono stati effettuati tre calcoli preliminari:

## 6.3. RISULTATI DEL CALCOLO PRELIMINARE

---

1. uno per la sola ala anteriore;
2. uno per la ruota (con e senza la presenza dell'aletta);
3. uno per la geometria completa costituita da ala anteriore e ruota.

Questa procedura è stata seguita per avere una migliore comprensione dei fenomeni di ciascuna componente della geometria.

### 6.3.1 Risultati ala anteriore

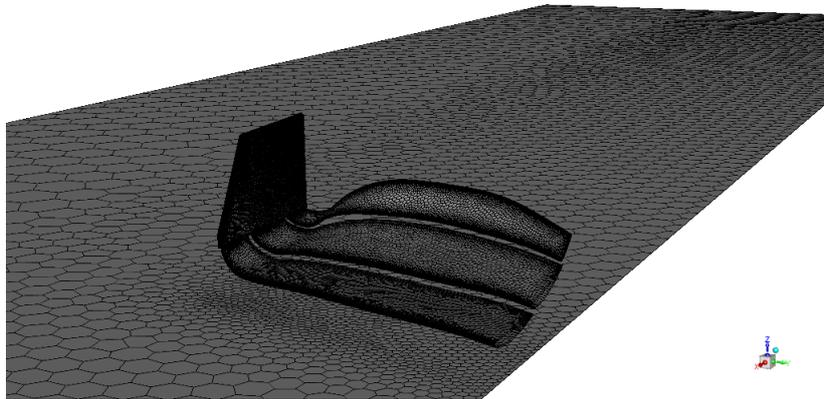


Figura 6.6: Mesh superficiale del caso "sola ala anteriore"

Per la simulazione condotta per la sola ala anteriore sono stati creati diversi *monitor*; il primo per i coefficienti di portanza  $C_z$  delle singole superfici che la compongono ( $fw1$ ,  $fw2$ ,  $fw3$ ,  $ep$ , che rispettivamente rappresentano *main*, *vane*, *flap* ed *endplate+diveplane*). Il secondo invece riguarda il coefficiente di resistenza  $C_x$ , sempre scomposto nelle componenti sopra descritte, mentre l'ultimo controlla il  $y^+$ .

Si è ottenuto un coefficiente di deportanza  $C_z$  pari a 3.62, ed un coefficiente di resistenza pari a 0.34 per un'efficienza aerodinamica di 10.65; i valori dettagliati sono riportati in tabella 6.2.

<b>parte</b>	$C_z$	$C_x$
<i>main</i>	2.06	-0.082
<i>vane</i>	1.23	0.262
<i>flap</i>	0.3	0.15
<i>endplate</i>	0.021	0.014

Tabella 6.2: Scomposizione delle forze agenti nel caso di ala singola

Utilizzando una geometria con più elementi è stato possibile ottenere un'ala con un elevato  $C_z$  senza ricircolazioni, neanche nelle zone con maggior incidenza del *flap*, come si può vedere nelle figure 6.7 e 6.8.

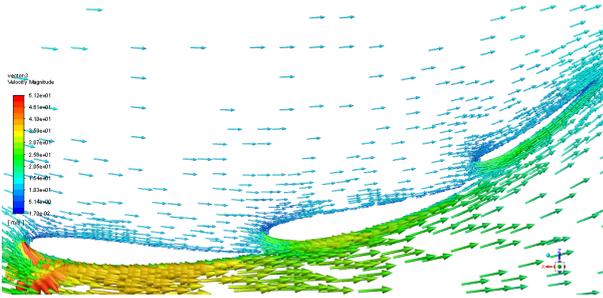


Figura 6.7: Vista, nella sezione di maggiore incidenza del flap, dei vettori velocità.

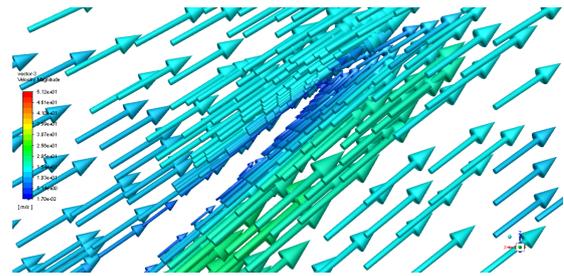


Figura 6.8: Stessa vista con Zoom sul flap. Si vede che non si ha ricircolazione prima della fine del profilo; solo una piccola zona è presente dopo a causa del bordo d'uscita tagliato.

Si possono diagrammare i *contours* degli andamenti del coefficiente di pressione  $C_p$  sull'ala anteriore, e, andando a studiare il segno di  $C_p$ , si ottiene un risultato interessante: nella zona del *tip*, ossia nella porzione più esterna e più vicina all'*endplate*, si ha un andamento opposto a quello desiderato. Infatti l'intradosso del flap, in parte, ha un  $C_p$  negativo, condizione che ha un effetto peggiorativo sul  $C_z$  dell'ala, limitandone il valore.

Nelle figure che seguono è possibile vedere la distribuzione del  $C_p$  tra intradosso ed estradosso dell'ala, rispettivamente da sopra e da sotto.

Nella vista da sotto si vede che, scomponendo la parte positiva e negativa del coefficiente di pressione, l'andamento è quello desiderato, ossia si ha solo componente negativa del  $C_p$ , come ci si aspetta dall'estradosso di un'ala (figure 6.9 e 6.10).

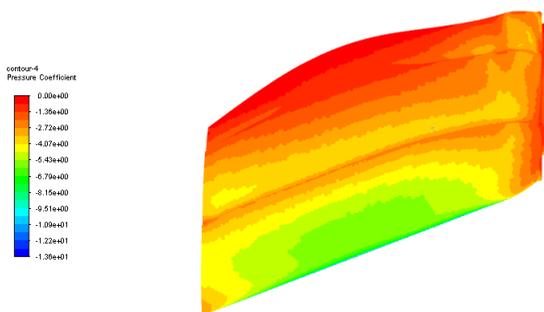


Figura 6.9:  $C_p$  negativo dell'ala con vista "da sotto".



Figura 6.10:  $C_p$  positivo dell'ala con vista "da sotto".

Tuttavia, nella vista da sopra dell'ala, si nota che non tutto il  $C_p$  ha valore positivo, infatti, come accennato in precedenza, si ha una zona del *wing tip* dove il  $C_p$  diventa negativo. Questo effetto è causato proprio dalla forma dell'ala, che, per i limiti imposti dal regolamento (dominio di riferimento) e costruttivi (collegamento tra *wing tip* e *endplate* svergolato), si scarica molto in direzione della  $y > 0$ ; da questo ne consegue la generazione, proprio all'estremità, di un passaggio agevolato per l'aria

### 6.3. RISULTATI DEL CALCOLO PRELIMINARE

che, a sua volta, aumenta la velocità come se fosse all'interno di un convergente, causando dunque una diminuzione di pressione (figure 6.11 e 6.12).

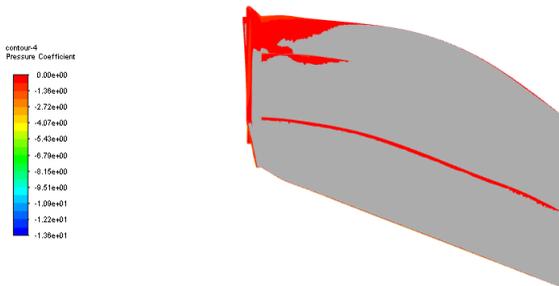


Figura 6.11:  $C_p$  negativo dell'ala con vista "da sopra".

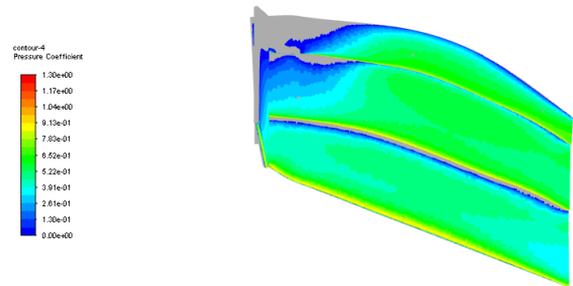


Figura 6.12:  $C_p$  positivo dell'ala con vista "da sopra".

In figura 6.13 è possibile vedere le linee di corrente che scorrono in una zona delimitata dell'intradosso, che conferma quanto detto in precedenza: la forma dell'ala crea un convergente dove si incanala il flusso e come conseguenza si ha un aumento della velocità in tale sezione (andamento confermato dai colori delle linee di corrente) che porta una diminuzione della pressione, fino ad ottenere un  $C_p$  negativo.

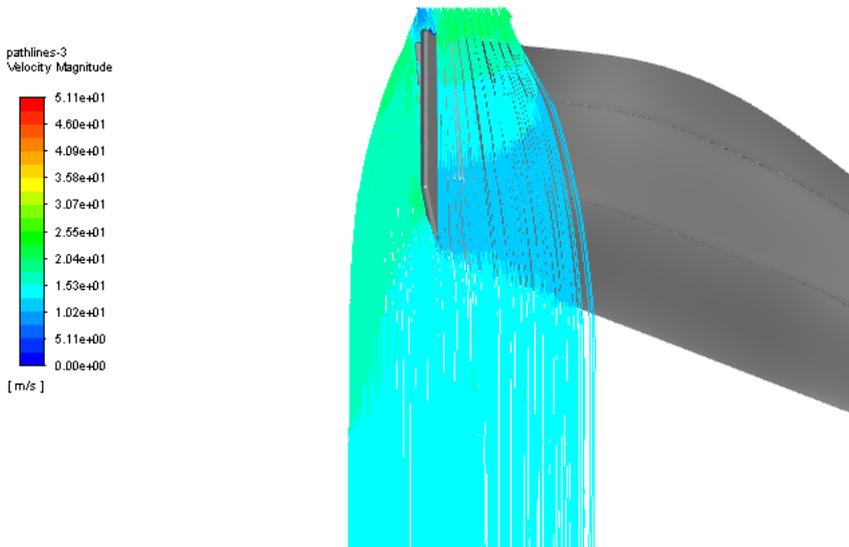


Figura 6.13: Linee di corrente sull'ala, vista da sopra. Colorate in funzione della velocità.

#### 6.3.2 Risultati Ruota

Le simulazioni condotte sulla ruota sono state due:

- ruota semplice senza l'aletta superiore (figura 6.14);
- ruota con aletta (figura 6.15).

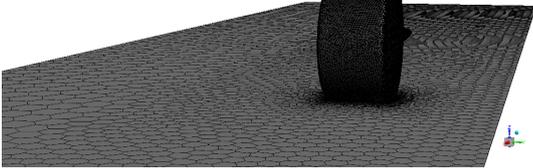


Figura 6.14: Mesh di superficie del caso di singola ruota semplice.

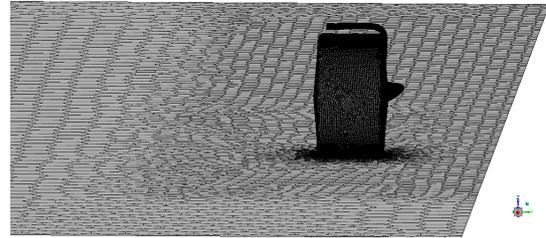


Figura 6.15: Mesh di superficie del caso di singola ruota completa di aletta.

Lo scopo di queste simulazione è quella di:

1. valutare l'effetto dell'aletta sulla ruota, poichè non è stato ancora ben esplicitato dalla FIA;
2. validare i risultati della ruota confrontandoli con risultati "classici", come quelli di Fackrell [6].

Le simulazioni sono state condotte a parità di condizioni al contorno per renderle confrontabili. Per quanto riguarda il punto 1, i risultati del calcolo con e senza la presenza dell'aletta sono visibili in tabella 6.3. Per adimensionalizzare l resistenza della ruota è stata utilizzata, come superficie di riferimento, quella frontale della ruota stessa:

$$C_x = \frac{D}{1/2 \cdot \rho \cdot v_{aria}^2 \cdot A_{frontale}} \quad A_{frontale} = 0.271875m^2 \quad (6.2)$$

	RUOTA SEMPLICE	RUOTA COMPLETA
$C_x$	0.7528	0.7737
$C_x$ viscoso	0.038 (5.05%)	0.0408 (5.275%)
$C_x$ di pressione	0.7148 (94.95%)	0.73289 (94.725%)
$C_l$	0.4678	0.5060
$y_{coord}$ del vortice orario [m]	-0.728	-0.748
$z_{coord}$ del vortice orario [m]	0.373	0.144
$y_{coord}$ del vortice antiorario [m]	-0.919	-1.017
$z_{coord}$ del vortice antiorario [m]	0.374	0.093

Tabella 6.3: Confronto dei risultati delle ruote con e senza aletta.

Per confrontare anche visivamente i due casi in esame, sono state effettuate delle catture su di un piano, dietro la ruota, che dista un diametro dall'asse di rotazione; su questo piano è mostrata la vorticità lungo X, con una scala adatta a mostrarne le caratteristiche. Su questo stesso piano si possono vedere i vettori della velocità rappresentati sotto forma di frecce nere (figure 6.16 e 6.17).

### 6.3. RISULTATI DEL CALCOLO PRELIMINARE

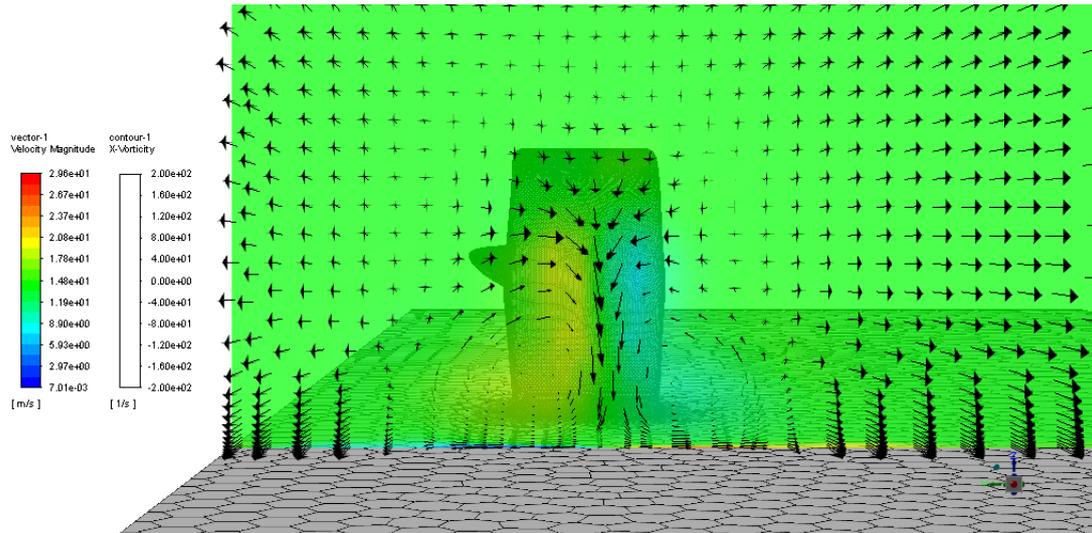


Figura 6.16: Vista posteriore della ruota semplice. Sul piano è possibile visualizzare la vorticità calcolata lungo x ed i vettori velocità.

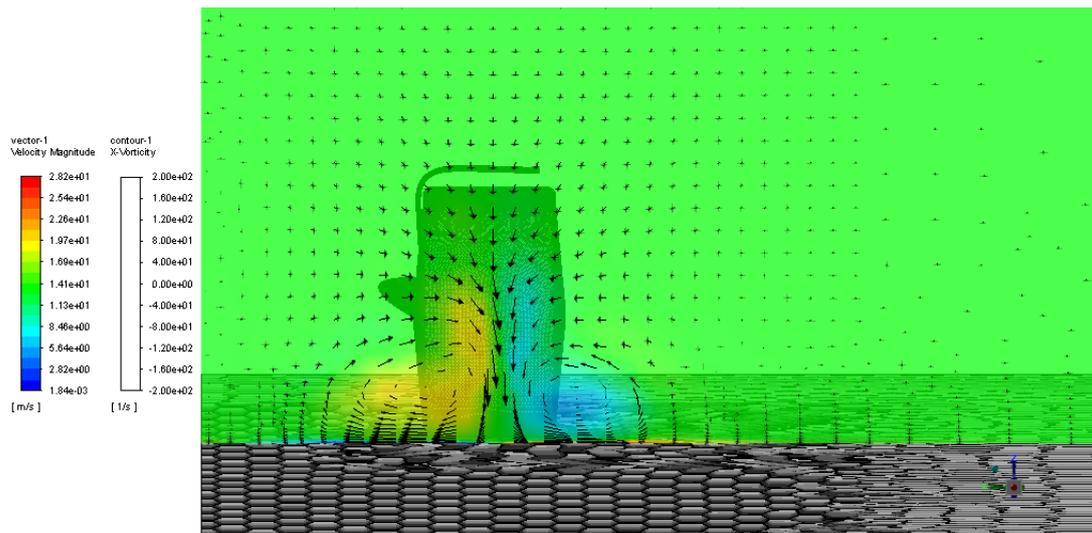


Figura 6.17: Vista posteriore della ruota completa di aletta. Sul piano è possibile visualizzare la vorticità calcolata lungo x ed i vettori velocità.

Dai risultati, come si può vedere in tabella 6.3, la presenza dell'ala non ha un effetto positivo sulle prestazioni, difatti sia il  $C_x$  sia il  $C_l$  tendono ad aumentare. Osservando però i dati relativi alle coordinate del "centro" dei vortici, e guardando anche le figure 6.16 e 6.17, si nota che la presenza dell'aletta tende a fare schiacciare i vortici sul terreno, ossia il centro tende a spostarsi verso valori di z minori. Questo effetto si può vedere anche effettuato un "cut" della ruota a metà dell'estensione del battistrada e mostrando su tale piano le linee di corrente per i due casi (figura 6.18); si vede che, nel caso di ruota dotata di aletta si procrastina la separazione, la quale altrimenti avviene circa sul punto con la massima coordinata Z. Questo permette di avere due vortici di dimensioni minori, nonché più vicini al terreno.

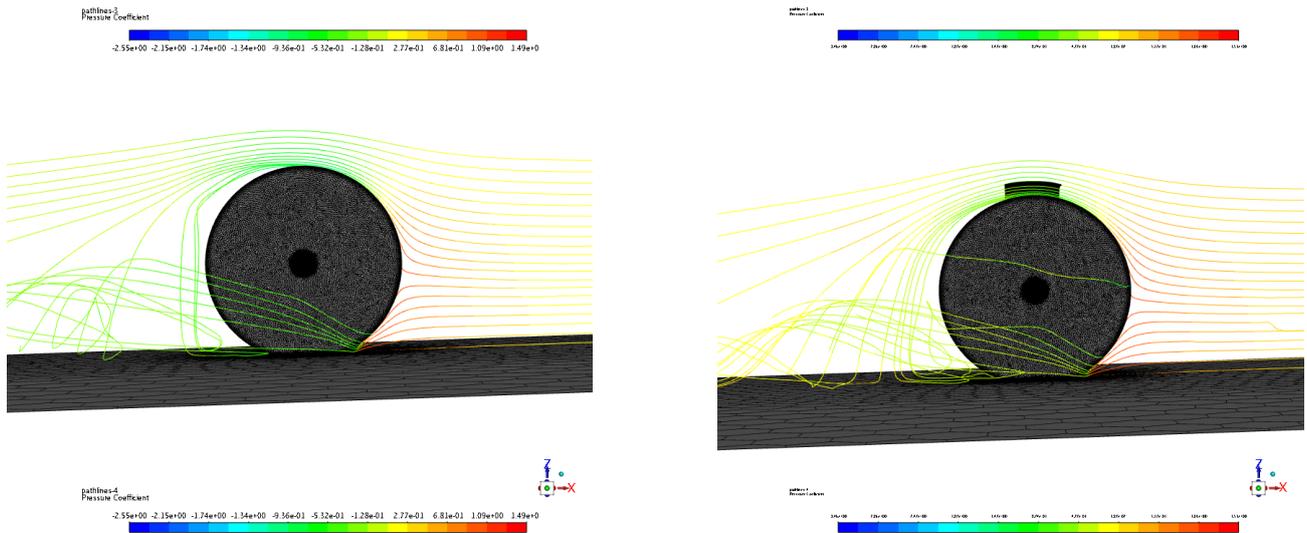


Figura 6.18: Linee di corrente passanti per la mezziera della ruota e colorate con il modulo della velocità; a sinistra è mostrato il caso di sola ruota mentre in figura a destra il caso completo di aletta. Come si può vedere si ha una differenza per quello che riguarda il punto in cui avviene la separazione che, nel caso di destra, è più arretrato rispetto alla configurazione semplice.

Di seguito sono mostrate due viste da sopra delle linee di corrente che attraversano i vortici della ruota (figure 6.19 e 6.20).

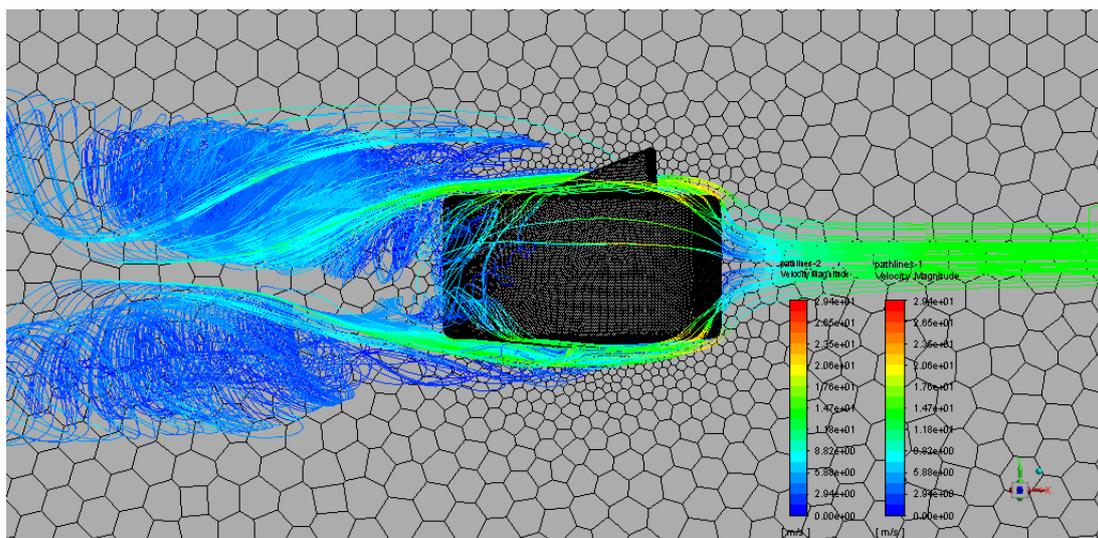


Figura 6.19: Vista *top* delle linee di corrente dei vortici controrotanti generati dalla ruota in configurazione di geometria semplice.

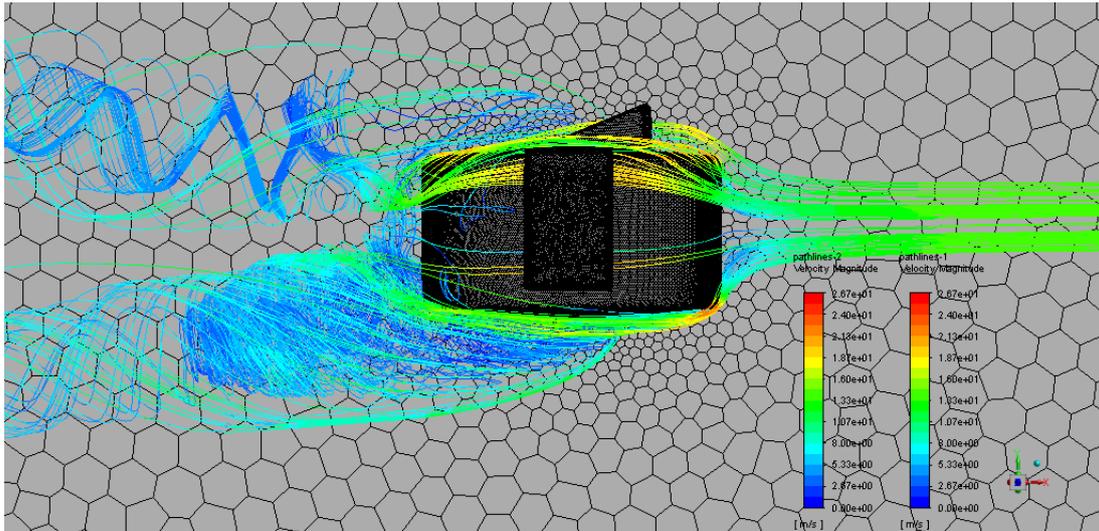


Figura 6.20: Vista *top* delle linee di corrente dei vortici controrotanti generati dalla ruota in configurazione di geometria completa di ala.

L'obiettivo (2) della simulazione è quello di confrontare i risultati ottenuti con altri appartenenti alla letteratura; i confronti con essi riguardano la distribuzione del  $C_p$  della ruota. Nel grafico che segue (figura 6.21) sono stati sovrapposti gli andamenti del coefficiente di pressione, sia per ruota semplice sia per ruota con aletta.

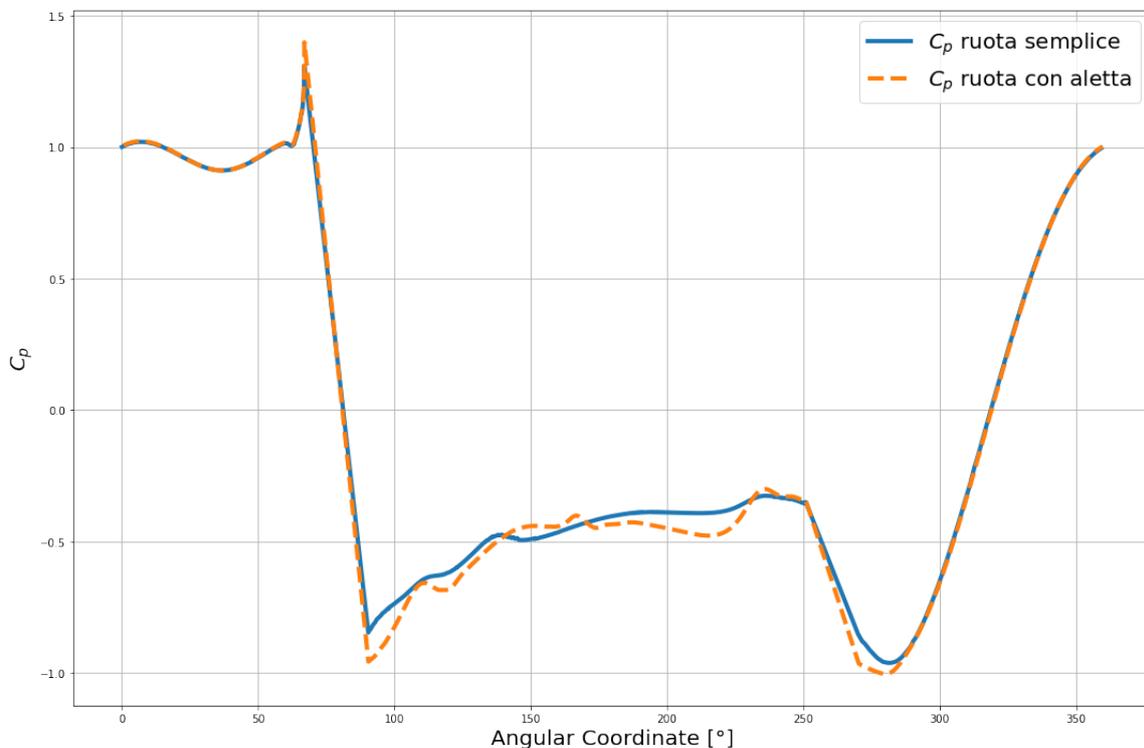


Figura 6.21:  $C_p$  in funzione di  $\theta$  per i casi di ruota semplice e ruota con aletta.

Questi andamenti sono stati confrontati con quelli ottenuti sperimentalmente da John Fackrell nel 1974 [6]. Nel caso di Fackrell i modelli erano in scala e quindi di dimensioni molto ridotte rispetto a quelle in esame: la ruota in questo caso presentava un diametro di 41.6 cm ed uno spessore di 14 cm, mentre il caso in esame presenta una ruota di 72.5cm di diametro e 37.5 di spessore. I risultati ottenuti hanno un andamento paragonabile; infatti è presente il picco di pressione sempre attorno a  $90^\circ$ , ossia in corrispondenza del contatto con il terreno, sebbene il valore del picco sia differente ma considerando che l'effetto è localizzato in una zona critica della mesh alcune differenze sono comprensibili, tra tale posizione e circa  $315^\circ$  il valore del  $C_p$  resta negativo in entrambi i casi, per poi tornare positivo con andamento analogo, come si può vedere in figura 6.22.

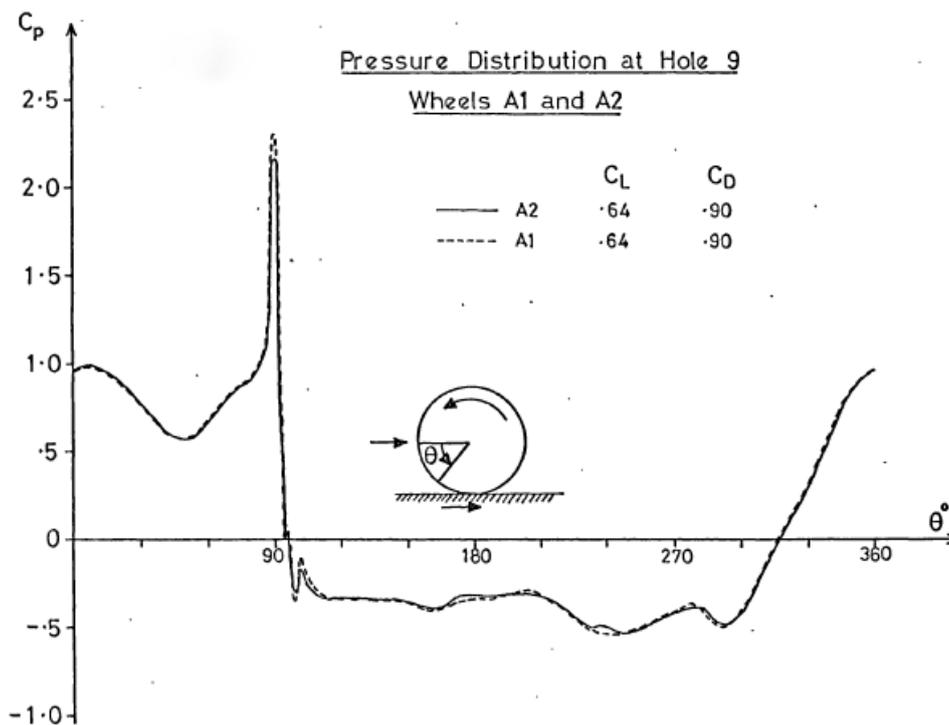


Figura 6.22:  $C_p$  della ruota, valutato sulla sua mezzeria, ottenuto sperimentalmente da Fackrell.

Si può notare una differenza del valore di  $C_p$  attorno ai  $90^\circ$ ; a questa posizione angolare troviamo il punto di contatto tra la ruota ed il terreno. Essendo questo un punto molto sensibile, poichè non facile da modellare nelle simulazioni, può essere soggetto a differenze proprio per l'approccio di semplificazione adottato numericamente per la creazione di una mesh ad elevata qualità, requisito impossibile da soddisfare, se si resta fedeli alla realtà. Nella simulazione infatti, per avere buona qualità della mesh, è stato introdotto uno "scalino" che collegasse il terreno alla ruota, evitando il formarsi di una zona con uno spigolo vivo con piccolo angolo al vertice, difficile da *meshare*.

Complessivamente, però, si può notare un andamento molto simile tra i risultati sperimentali ottenuti da Fackrell e quelli in questo lavoro.

L'andamento del coefficiente di pressione è stato spiegato da Fackrell e conferma quanto è stato ottenuto in questa analisi; infatti il picco di pressione, in entrambi i casi, è ad un valore superiore a quello di ristagno. Questo non sarebbe possibile, poichè il valore massimo si dovrebbe ottenere nel punto di ristagno, a meno che non venga inserita dell'energia in più nel flusso d'aria; questo effetto viene infatti prodotto dall'introduzione di forze viscosive aggiuntive legate alla ruota mobile invece che stazionaria.

### 6.3. RISULTATI DEL CALCOLO PRELIMINARE

Un effetto importante sulla portanza generata dalla ruota è dato dalla posizione in cui avviene la separazione sopra di essa: Fackrell sostiene che l'andamento della curva del  $C_p$  sopra la ruota ed in particolare l'assenza di zone in cui si ha un significativo abbassamento della pressione, sono effetti derivanti dalla separazione che avviene in questa zona (Fig. 6.27). Qualora non avvenisse, provocherebbe un abbassamento molto più drastico del coefficiente di pressione, con la conseguenza di avere maggiore portanza della ruota stessa, risultato ottenuto da Fackrell nel caso in cui lo strato limite rimane attaccato alla ruota.

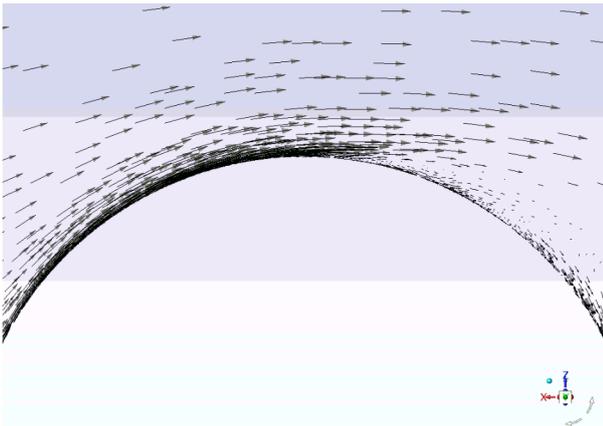


Figura 6.23: Vettori velocità su di un piano passante per la mezzeria della ruota nel caso semplice.

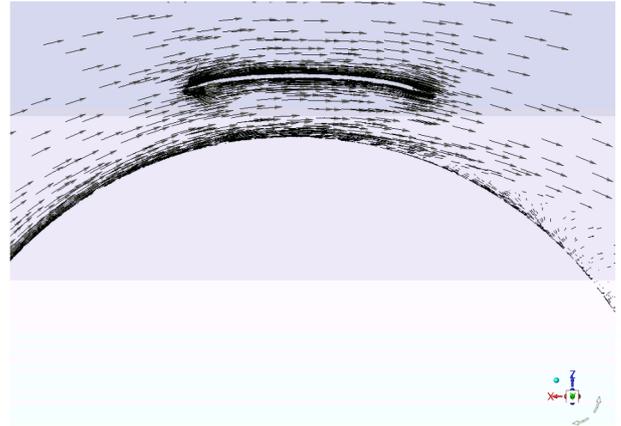


Figura 6.24: Vettori velocità su di un piano passante per la mezzeria della ruota nel caso completo di aletta.

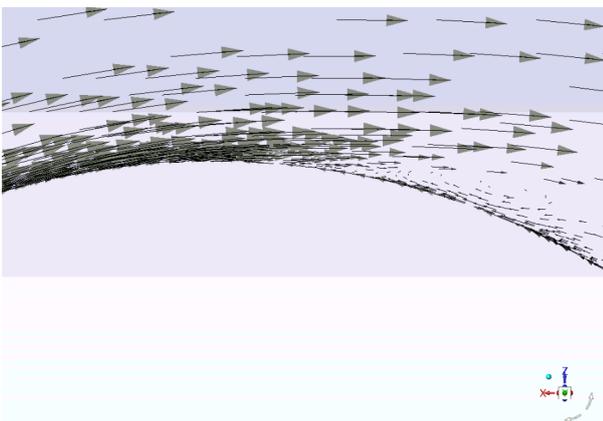


Figura 6.25: Vettori velocità su di un piano passante per la mezzeria della ruota nel caso semplice. Focus sulla zona di separazione.

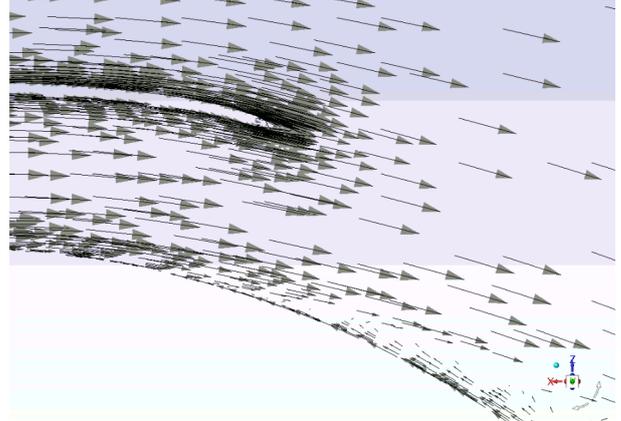


Figura 6.26: Vettori velocità su di un piano passante per la mezzeria della ruota nel caso completo di aletta. Focus sulla zona di separazione.

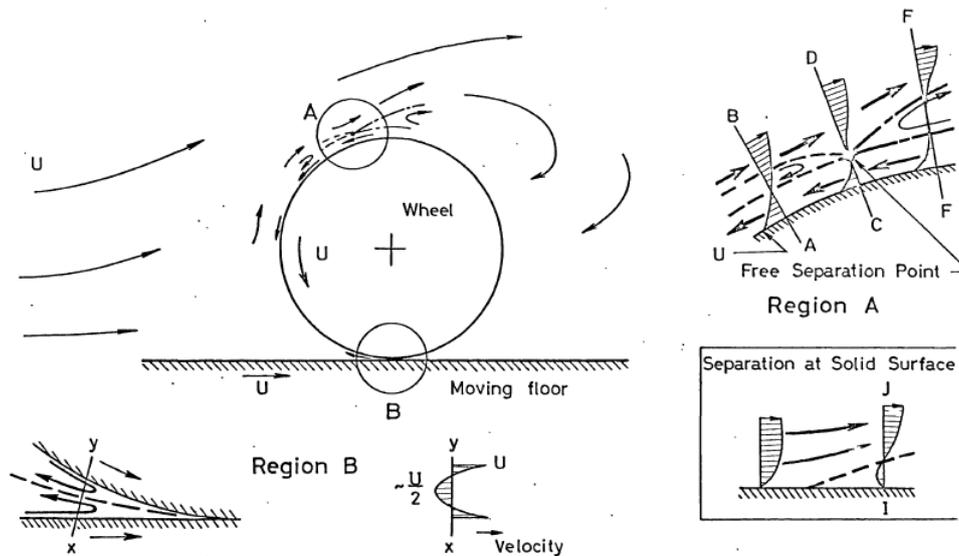


Figura 6.27: Punto di separazione tra i  $280^\circ$  ed i  $300^\circ$  sul *top* della ruota.

Questo è quanto avviene nel caso con aletta: infatti, come si è potuto vedere nelle figure sopra, sia con le linee di corrente sia con i vettori di velocità, la configurazione dotata di aletta provoca un ritardo nella separazione dello strato limite sopra la ruota e, come ipotizzato da Fackrell, questo porta ad un aumento della portanza della ruota stessa, fenomeno che è stato riscontrato anche nelle simulazioni svolte.

### 6.3.3 Risultati della geometria completa Ruota e Ala

In questa sezione vengono presentati i risultati ottenuti dalla simulazione della geometria completa costituita da ruota e ala. In figura 6.28 è descritta la nomenclatura assegnata a profili e sezioni di controllo necessaria per la parametrizzazione, mentre in tabella 6.5 sono riportati i parametri geometrici costruttivi utilizzati per la geometria in esame, della quale sono riportati i risultati. In tabella 6.4 si vede un confronto tra i risultati ottenuti dalla geometria completa e quelli, già mostrati, dell'ala singola.

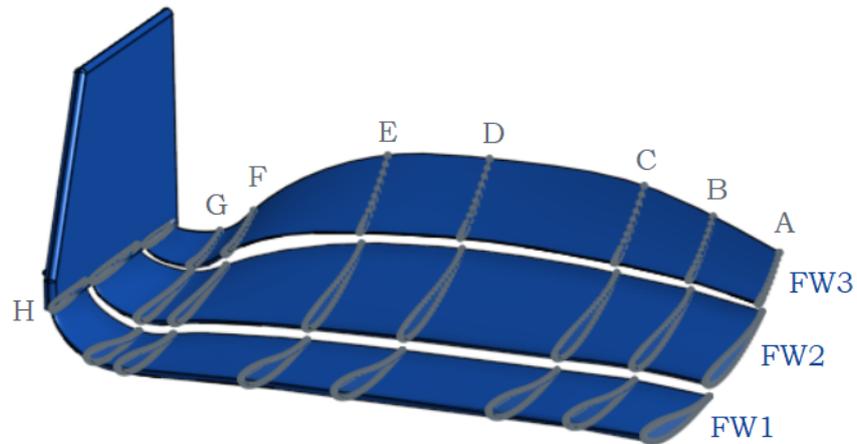


Figura 6.28: Nomenclatura assegnata a profili e sezioni di riferimento, dalla cui intersezione è possibile risalire a ciascun profilo di controllo.

	Sola Ala	Ala + Ruota	$\Delta$
$C_z$ dell'intera ala	-3.619	-2.499	-30.94%
$C_z$ del <i>main</i>	-2.06	-1.486	-27.86%
$C_z$ del <i>vane</i>	-1.234	-0.833	-32.49%
$C_z$ del <i>flap</i>	-0.3021	-0.1793	-40.65%
$C_z$ del <i>endplate</i>	-0.02063	-0.0016	-92.24%
$C_x$ dell'intera ala	0.3404	0.2217	-34.87%
$C_x$ del <i>main</i>	-0.0815	-0.05287	-35.13%
$C_x$ del <i>vane</i>	0.2610	0.17679	-32.26%
$C_x$ del <i>flap</i>	0.1455	0.09537	-34.45%
$C_x$ del <i>endplate</i>	0.0154	0.0011	-92.86%
$C_l$ ruota	assente	0.75984	assente
$C_x$ ruota	assente	0.75248	assente

Tabella 6.4: Confronto dei risultati ala semplice e geometria completa.

	FW1	FW2	FW3
A	AOA -2 [°] corda 0.26 [m]	AOA 10.5 [°] corda 0.23 [m] distanza verticale 0.023 [m] sovrapposizione 0.015 [m]	AOA 29 [°] corda 0.1 [m] distanza verticale 0.014 [m] sovrapposizione 0.015 [m]
B	AOA -2 [°] corda 0.27 [m]	AOA 11 [°] corda 0.241 [m] distanza verticale 0.022 [m] sovrapposizione 0.01 [m]	AOA 31 [°] corda 0.12 [m] distanza verticale 0.016 [m] sovrapposizione 0.01 [m]
C	AOA -2 [°] corda 0.27 [m]	AOA 12 [°] corda 0.255 [m] distanza verticale 0.022 [m] sovrapposizione 0.01 [m]	AOA 31 [°] corda 0.145 [m] distanza verticale 0.016 [m] sovrapposizione 0.01 [m]
D	AOA -2 [°] corda 0.27 [m]	AOA 13.5 [°] corda 0.255 [m] distanza verticale 0.021 [m] sovrapposizione 0.08 [m]	AOA 32.5 [°] corda 0.145 [m] distanza verticale 0.017 [m] sovrapposizione 0.08 [m]
E	AOA -2 [°] corda 0.26 [m]	AOA 13.5 [°] corda 0.235 [m] distanza verticale 0.02 [m] sovrapposizione 0.008 [m]	AOA 33 [°] corda 0.14 [m] distanza verticale 0.017 [m] sovrapposizione 0.008 [m]
F	AOA -2 [°] corda 0.22 [m]	AOA 6 [°] corda 0.22 [m] distanza verticale 0.02 [m] sovrapposizione 0.008 [m]	AOA 14 [°] corda 0.122 [m] distanza verticale 0.018 [m] sovrapposizione 0.008 [m]
G	AOA -4 [°] corda 0.205 [m]	AOA 3 [°] corda 0.215 [m] distanza verticale 0.02 [m] sovrapposizione 0.008 [m]	AOA 14 [°] corda 0.125 [m] distanza verticale 0.01 [m] sovrapposizione 0.008 [m]
H	AOA 4 [°] corda 0.16 [m]	AOA 3 [°] corda 0.205 [m] distanza verticale 0.011 [m] sovrapposizione -0.001 [m]	AOA 2 [°] corda 0.135 [m] distanza verticale 0.011 [m] sovrapposizione -0.001 [m]

Tabella 6.5: Parametri geometrici costruttivi del caso esaminato in questa sezione.

Osservando la tabella 6.4 emerge che il  $C_z$  generato dall'intera ala, passando dal caso in cui non è presente la ruota a quello in cui lo è, diminuisce quasi del 31%. Come per il caso dell'ala semplice, è possibile rappresentare il  $C_p$  scomposto tra parte positiva e negativa, con viste relativamente da sotto e da sopra. Le figure 6.30 e 6.30 rappresentano la vista da sotto (dell'estradosso) del  $C_p$  dell'ala. Si vede che nella zona del *wing tip* in particolare, ma lungo tutto il terzo profilo, o *flap*, vi è una zona a pressione positiva, invece che negativa.

### 6.3. RISULTATI DEL CALCOLO PRELIMINARE

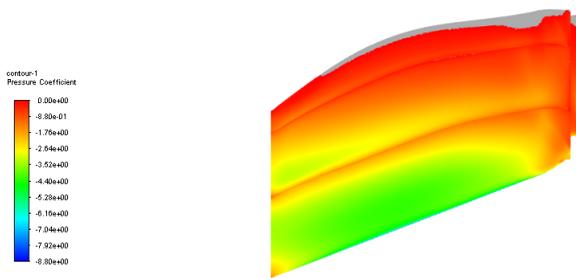


Figura 6.29:  $C_p$  negativo della geometria completa con vista "da sotto".

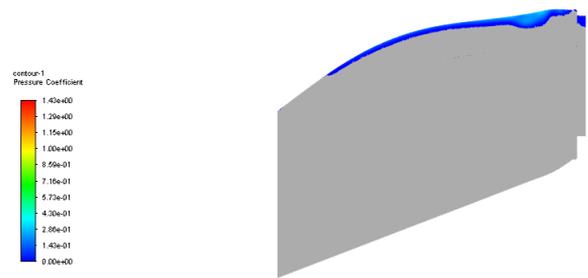


Figura 6.30:  $C_p$  positivo della geometria completa con vista "da sotto".

Nelle figure 6.31 e 6.32, invece, è rappresentato il  $C_p$  all'intradosso dell'ala. Nella configurazione "completa" non vi è più il problema che si era presentato nel caso di sola ala, ossia non vi è più una sezione a pressione negativa, quindi non si ha più una perdita di carico dovuta a quell'effetto.

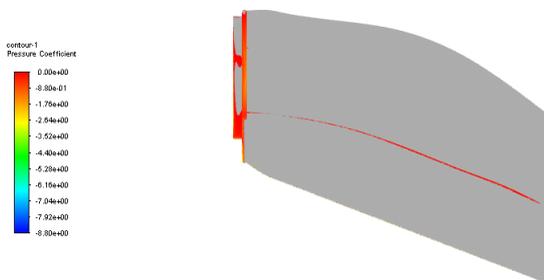


Figura 6.31:  $C_p$  negativo della geometria completa con vista "da sopra".

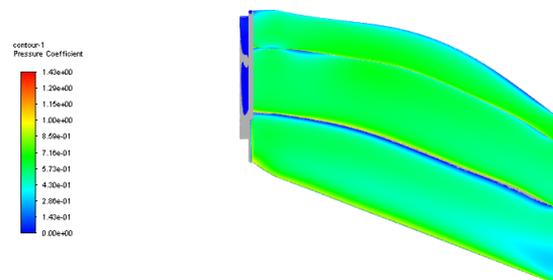


Figura 6.32:  $C_p$  positivo della geometria completa con vista "da sopra".

La zona dell'estradosso a pressione positiva, visibile nelle figure 6.29 e 6.30, può essere interpretata come un effetto secondario legato alla presenza della ruota. Questa infatti costituisce un ostacolo al naturale deflusso dell'aria e la sua presenza causa, di fronte ad essa, una zona ad alta pressione che, data la vicinanza tra ruota ed ala, interagisce con la seconda. Andando a costruire una *iso-surface* a pressione costante, si può osservare una zona di alta pressione davanti alla ruota che interagisce anche con l'estradosso di essa (figura 6.33).

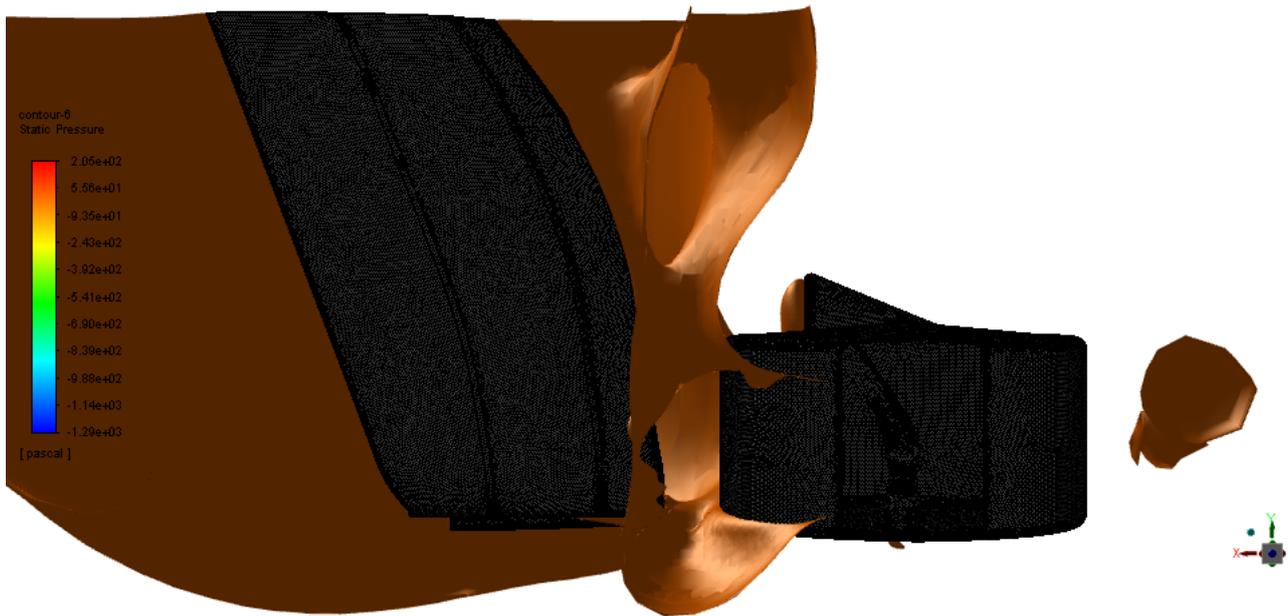


Figura 6.33: *Iso-surface* a pressione costante e positiva. Si può vedere nella zona del *wing tip* l'interazione tra la "bolla" di pressione e l'ala anteriore.

Un'ulteriore differenza tra il caso con e senza ruota risulta evidente osservando l'intradosso dell'ala (ossia guardandola dall'alto): in questo caso, si vede che non è più presente la zona di bassa pressione in corrispondenza del *wing tip*. Questo effetto si può spiegare osservando le linee di corrente (figura 6.34) e risulta in accordo con quanto detto sopra sulla zona di alta pressione generata dalla ruota che può creare un ostacolo al deflusso dell'aria nella zona in cui agisce (che è proprio in corrispondenza del *wing tip*) e quindi annullare la tendenza del flusso a concentrarsi lì. Come conseguenza non si ha un effetto convergente e quindi non si ha l'aumento di velocità del flusso, correlato con la riduzione di pressione (e quindi del  $C_p$ ).

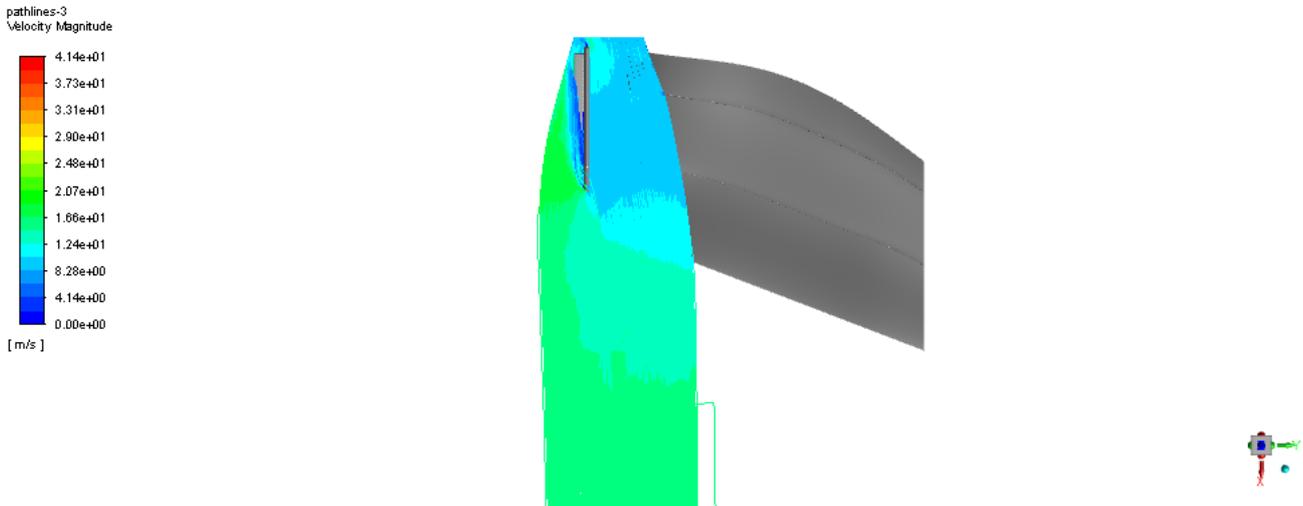


Figura 6.34: Linee di corrente sull'ala, vista da sopra. Colorate in funzione della velocità. Caso geometria completa

Dalla figura 6.34 si vede che, al contrario di quanto accadeva in precedenza, si ha un rallentamento del flusso d'aria (che implica un aumento della pressione). Si può anche notare che, a parità di "area di uscita" delle linee di corrente, quella di ingresso risulta essere più stretta.

Osservando la tabella 6.4 ed in particolare la colonna relativa al  $\Delta$  si può vedere come la ruota causi una diminuzione percentuale, non trascurabile, dei  $C_z$  di tutte le componenti dell'ala frontale. Le maggiori variazioni riguardano l'*endplate* ed il *flap*. Il primo ha, in ogni caso, un effetto limitato sulla deportanza complessiva, mentre il secondo diminuisce di quasi il 41%. La causa è la combinazione dell'effetto della bolla di pressione citato sopra, ma anche del complessivo aumento del  $C_p$  dell'estradosso nel passaggio dal caso di ala singola al caso completo, come si può vedere osservando le scale delle figure 6.9 e 6.29.

Anche nel caso completo è stata valutata la pressione totale in ingresso al fondo della vettura (ossia calcolata su  $A_{ingresso-fondo}$ ); è stato ottenuto il seguente valore:  $p_{tot} = 75.47$  Pa.

In figura 6.35 sono mostrate le linee di corrente ed i vettori velocità su  $A_{ingresso-fondo}$ ; si può vedere come il vortice generato dalla ruota influenzi tale superficie, occupandone circa metà. La conseguenza di questo effetto è quello di avere all'ingresso del fondo un flusso con molte turbolenze e con una velocità media non orizzontale, ma perpendicolare a tale superficie (come è possibile vedere in figura 6.35). In figura 6.36 è possibile visualizzare i vettori velocità calcolati sulla stessa area: la componente vorticoso è molto grande e può inficiare sull'efficienza del fondo della vettura (poichè si ha questa condizione di moto invece di quella che si avrebbe nel caso di assenza della turbolenza, ossia quella vicina al piano di simmetria).

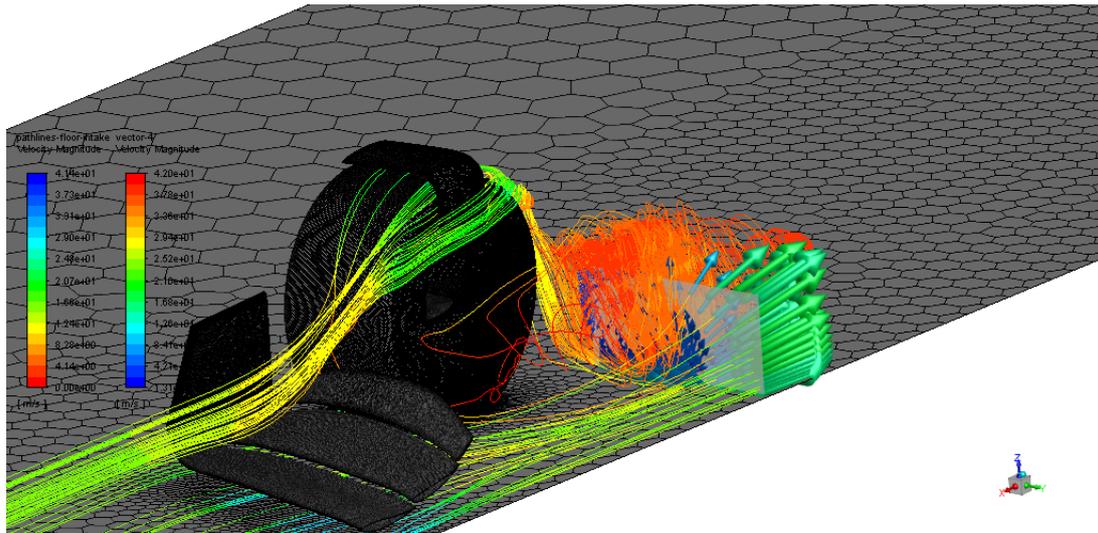


Figura 6.35: Linee di corrente e vettori velocità su  $A_{ingresso-fondo}$ .

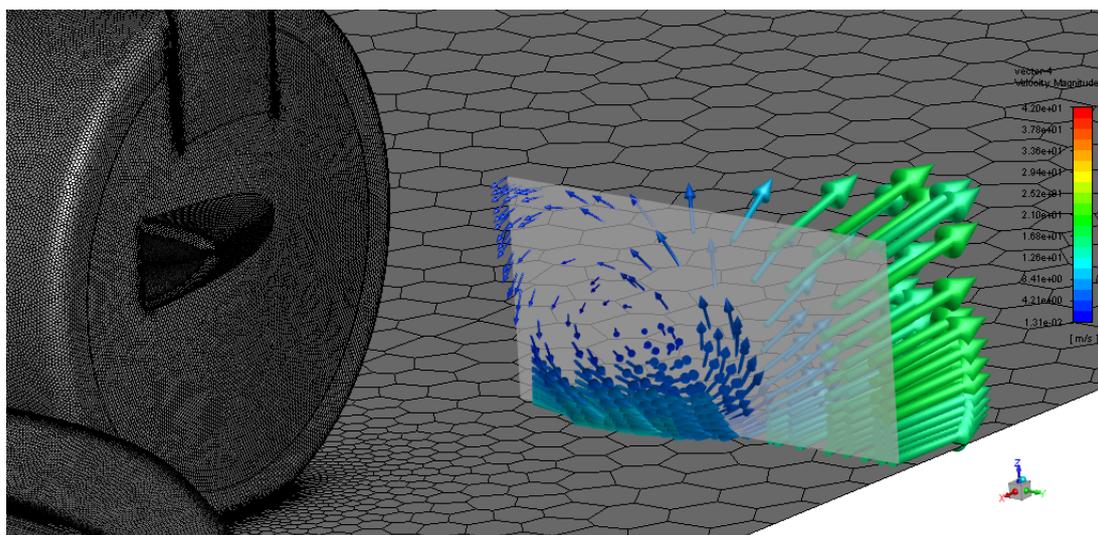


Figura 6.36: Zoom sui vettori velocità su  $A_{ingresso-fondo}$ .

La velocità media pesata sull'area, scomposta su x ed y, ha come risultato un vettore velocità inclinato di circa  $10^\circ$  rispetto ad x.

### Pressione Totale all'ingresso del fondo

La pressione totale su  $A_{ingresso-fondo}$  è di importanza fondamentale per le monoposto e, a maggior ragione, per le vetture del nuovo regolamento tecnico che implementeranno un fondo sagomato, in modo da poter sfruttare l'effetto Venturi, che permette di creare una maggiore deportanza da parte del fondo. L'effetto Venturi è il fenomeno fisico per cui: *"la pressione di una corrente fluida aumenta con il diminuire della velocità e viceversa.*

Allo stesso modo di come è stato fatto per il caso di singola ruota, si è visualizzata la scia prodotta da questa, per vedere se la presenza dell'ala in qualche modo ne alterasse il comportamento. Si è

### 6.3. RISULTATI DEL CALCOLO PRELIMINARE

osservato che i vortici generati in questo caso hanno un'intensità molto inferiore ed inoltre cambia anche l'andamento della scia (come si vede in figura 6.37); infatti, mentre il vortice interno presenta un andamento simile a quello ottenuto in precedenza (sebbene la vorticità in  $x$  sia molto inferiore), il vortice "esterno" presenta una lunghezza d'onda molto maggiore. Si può notare anche la tendenza dei vortici ad allontanarsi dal terreno (muovendosi verso  $z$  maggiori, figura 6.38), tendenza che invece era assente nei vortici generati da entrambe le configurazioni di ruota isolata (figure 6.39 e 6.40). Infine, se si osserva l'andamento del vortice interno, si nota che parte delle linee di corrente che seguono il moto vorticoso, ad un certo punto, cambiano verso ripercorrendo la stessa direzione ossia passando all'interno del vortice stesso e infine riprendono a muoversi nella direzione iniziale, ossia verso le  $x$  negative (figura 6.41).

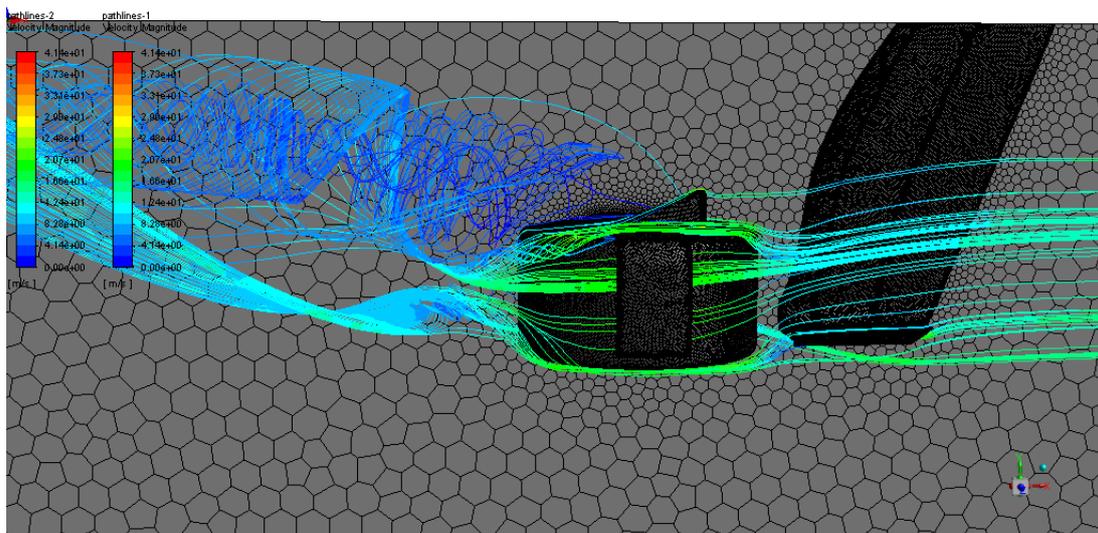


Figura 6.37: Vista da sopra delle linee di corrente che costituiscono i vortici a valle della ruota, nel caso di geometria completa.

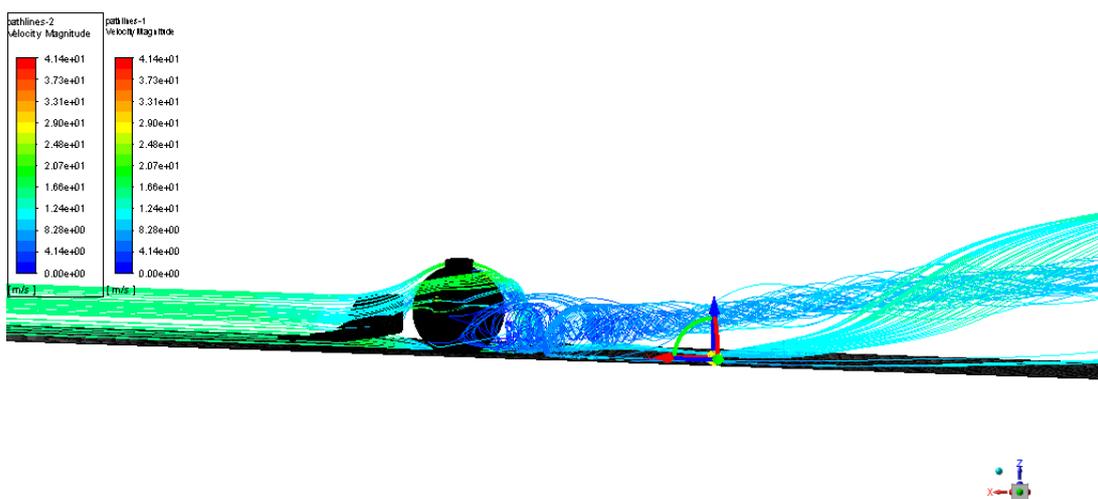


Figura 6.38: Vista di profilo delle linee di corrente che costituiscono i vortici a valle della ruota, nel caso di geometria completa.



Figura 6.39: Vista di profilo delle linee di corrente costituenti i vortici generati dalla ruota semplice.

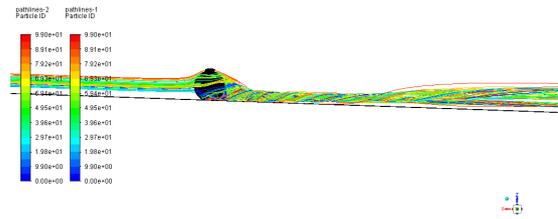


Figura 6.40: Vista di profilo delle linee di corrente costituenti i vortici generati dalla ruota dotata di aletta.

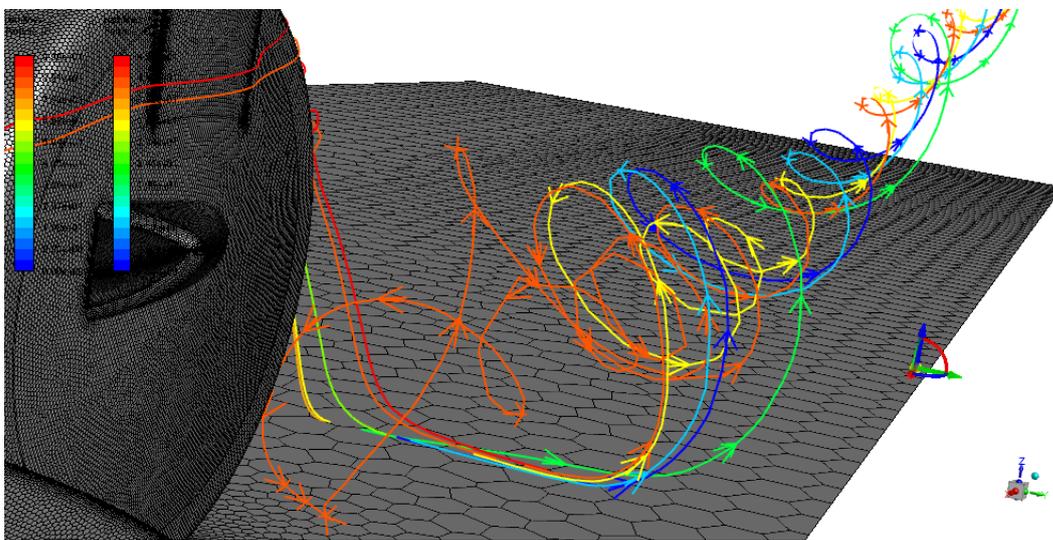


Figura 6.41: Seguendo l'andamento della linea di corrente identificata con il colore arancione è possibile vedere l'andamento descritto sopra.

Dalle considerazioni fatte fino ad ora si può riassumere che:

- è necessario controllare ed ottimizzare la parte dell'ala coincidente con il *wing tip*, poichè in quella zona la presenza della ruota causa un effetto negativo sulla deportanza generata;
- è necessario controllare il vortice generato dalla ruota e la sua posizione, in modo da evitare o limitare il suo ingresso nel fondo della vettura.

Entrambi questi obiettivi sembrano poter essere perseguiti focalizzando l'attenzione sul *wing tip*, la cui forma è gestita da quattro sezioni di controllo; infatti, oltre ad essere la zona influenzata maggiormente dalla ruota è anche quella su cui scorre il flusso d'aria che, interagendo con essa, è responsabile del vortice che entra in  $A_{ingresso-fondo}$ .

## Capitolo 7

### Studio parametrico dell'ala anteriore

Per effettuare l'ottimizzazione si è scelto di effettuare un DOE (*Design Of Experiment*) il cui scopo consiste nell'ottenere informazioni sullo spazio di design con un determinato campionamento; si cerca quindi di ottenere il massimo numero di informazioni sullo spazio di design, utilizzando il minimo di risorse.[7]

#### 7.1 Definizione del DOE mediante la tecnica *Full Factorial*

Per effettuare lo studio di parametri è stato necessario cercare di risalire, a partire dai risultati della simulazione preliminare, ai parametri geometrici del profilo dell'ala anteriore che hanno effetto sulle grandezze di interesse.

Questa scelta è ricaduta sui profili di controllo E, F e G dell'ala anteriore; infatti essi delimitano la porzione dell'ala che sembra, almeno dalla simulazione effettuata, avere un effetto preponderante sui fenomeni che vogliamo controllare, ossia:

- la deportanza dell'ala anteriore, poichè proprio in questa zona avviene la separazione sull'estradosso che ne limita il valore;
- la scia della ruota che entra nel fondo della vettura, infatti osservando le linee di corrente sembra che il vortice della ruota che penetra sotto alla vettura abbia origine proprio dal flusso che scorre su questa zona dell'ala;
- la portanza della ruota è influenzata dal flusso d'aria che la investe e questa parte dell'ala è quella che lo indirizza su di essa.

Una prima fase dell'analisi dei parametri è stata condotta controllando le incidenze di *main*, *vane* e *flap*, muovendo i profili di controllo della zona di interesse all'unisono, ossia come se fossero controllati da un solo profilo; per questa fase si è scelto di procedere con un'analisi *Full Factorial*. Questa strategia, abbreviata con *FF*, è tra le più diffuse strategie utilizzate per il *DOE*. Se si assumono  $k$  fattori e  $L$  livelli, i campioni da analizzare sono costituiti da ogni possibile combinazione dei valori dei fattori. Il numero di campioni è facilmente ricavabile dall'espressione:

$$N = L^k; \quad (7.1)$$

che se particolareggiato con le grandezze del caso in esame ci permette di trovare:

$$N = L^k = 3^3 = 27. \quad (7.2)$$

Una visualizzazione grafica di quanto espresso con equazioni è visibile in figura 7.1 in cui ciascuno dei punti visibili nella figura rappresenta una possibile combinazione dei fattori.

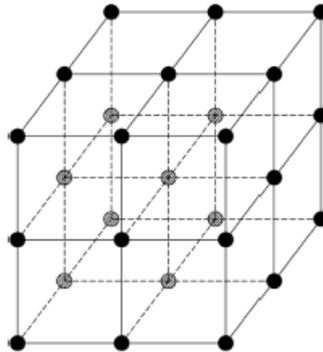


Figura 7.1: Rappresentazione grafica di come è costituito il *Full Factorial*; ciascuno dei punti visibili in figura rappresenta uno dei casi esaminati.

In questa prima fase di analisi si sono ottenute 27 possibili combinazioni dei parametri, come si può vedere in tabella 7.2, che coincidono con tutte le possibili permutazioni di questo caso.

	main	vane	flap
1	-2	0	0
2	+2	0	0
3	0	-2	0
4	0	+2	0
5	0	0	-2
6	0	0	+2
7	-2	+2	0
8	+2	-2	0
9	0	-2	+2
10	0	+2	-2
11	+2	0	-2
12	-2	0	+2
13	-2	-2	0
14	+2	+2	0

	main	vane	flap
15	0	-2	-2
16	0	+2	+2
17	-2	0	-2
18	+2	0	+2
19	-2	-2	-2
20	-2	-2	+2
21	-2	+2	-2
22	+2	-2	-2
23	+2	+2	-2
24	-2	+2	+2
25	+2	-2	+2
26	+2	+2	+2
27	0	0	0

Figura 7.2: Tutte le possibili combinazioni degli angoli di incidenza, in gradi [°], costituenti lo studio di parametri.

## 7.2 Simulazioni per il *DOE* e risultati

Le simulazioni sono state condotte con un approccio sia *wall modeling* che *wall resolving*, infatti dato che le velocità variano molto attorno alla geometria, ci sono zone in cui il valore del  $y^+$  permette di avere una soluzione risolta a parete, ed altre zone in cui invece si ha una modellizzazione dell'andamento. Purtroppo con questo approccio ci sono zone in cui la prima cella è posta nel *buffer layer*,

situazione che sarebbe meglio evitare poichè l'andamento di velocità ed altezza di cella adimensionalizzata, in questa regione, è ricostruita con la Legge di Spalding che però può essere inaccurata.

Il motivo della scelta di proseguire con i parametri della mesh scelti in questo modo è dovuto al numero di celle più limitato che permette di avere dei casi più veloci da simulare. Per cercare di valutare l'errore commesso da questo approccio, sono state fatte simulazioni con mesh più raffinate che permettessero una soluzione di tipo *wall resolving* in tutto il dominio di misura, e si è quindi valutato l'errore percentuale medio per alcuni casi in modo da avere una stima dell'errore commesso con le simulazioni svolte. Essendo, come già accennato in precedenza, le mesh più fini più dispendiose dal punto di vista computazionale, ci si è limitati ad effettuare questo processo di stima dell'errore commesso, solo per 5 casi, sui 27 complessivi, ed in particolare per i casi "estremi" per quello che riguarda il  $C_z$  prodotto; i casi riesaminati sono dunque il caso 1, 15, 17 e 24.

Da questa analisi condotta al fine di valutare possibili errori causati da una non ottimale risoluzione dello strato limite è emerso che l'errore percentuale medio valutato, tra i casi riesaminati e gli omologhi ottenuti dal calcolo del *Full Factorial* vale:

- per la pressione totale l'errore percentuale si attesta in media al 0.97%;
- per quanto riguarda il coefficiente di deportanza complessiva attorno al 1.63%;
- per il coefficiente di resistenza aerodinamica al 1.87%.

In figura 7.3 è possibile vedere i risultati dello studio *Full Factorial*. La variazione percentuale di  $C_z$  rispetto al caso "base" è visibile in Figura 7.3. I rettangoli rappresentano l'incertezza numerica (riportata sopra) che si è stimata confrontando i casi con mesh più "rade" e quelli con le mesh più fini, con approccio esclusivamente *wall resolving*. L'incertezza è rappresentata da rettangoli piuttosto che quadrati o cerchi, poichè dai casi analizzati è emerso che l'incertezza media tra i  $C_z$  ed i  $C_x$  era diversa. Come era lecito aspettarsi, i casi che producono una maggiore deportanza sono quelli in cui ad aumentare è il *camber* o l'angolo di attacco complessivo del profilo. Il caso che presenta il massimo della deportanza è il 24, ossia quello che presenta il *camber* massimo.

Per assicurarsi che il calcolo delle forze fosse affidabile si è deciso di procedere andando a valutare i profili adimensionalizzati di velocità, al fine di valutarne la corretta sovrapposizione con gli andamenti teorici; sono state quindi selezionati 6 punti appartenenti, rispettivamente, all'intradosso ed estradosso di ciascuno dei profili costituenti l'ala, a partire da questi punti è stata tracciata la normale al profilo e quindi è stato ricavato l'andamento della velocità e il *wall shear stress*, al fine di calcolare  $y^+$  e  $u^+$ .

$$\begin{aligned} y^+ &= \frac{\rho \cdot U_\tau \cdot y}{\mu} \\ U_\tau &= \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \\ u^+ &= \frac{u}{U_\tau} \end{aligned} \quad (7.3)$$

Essendo la regione oltre il profilo denominato con la lettera E quella più critica, i punti di campionamento dei profili adimensionali sono stati costruiti in tale zona.

Nelle figure 7.4, 7.5, 7.6, 7.7, 7.8 e 7.9 si possono visualizzare profili adimensionali di velocità; essi ricalcano bene quanto predetto dalla teoria e quindi si può fare affidamento ai risultati ottenuti da tali simulazioni.

Inoltre per quanto riguarda l'estradosso di *vane* e *flap* è anche possibile vedere l'effetto del soffiaggio tipico dei profili multielemento (Figure 7.6 e 7.8).

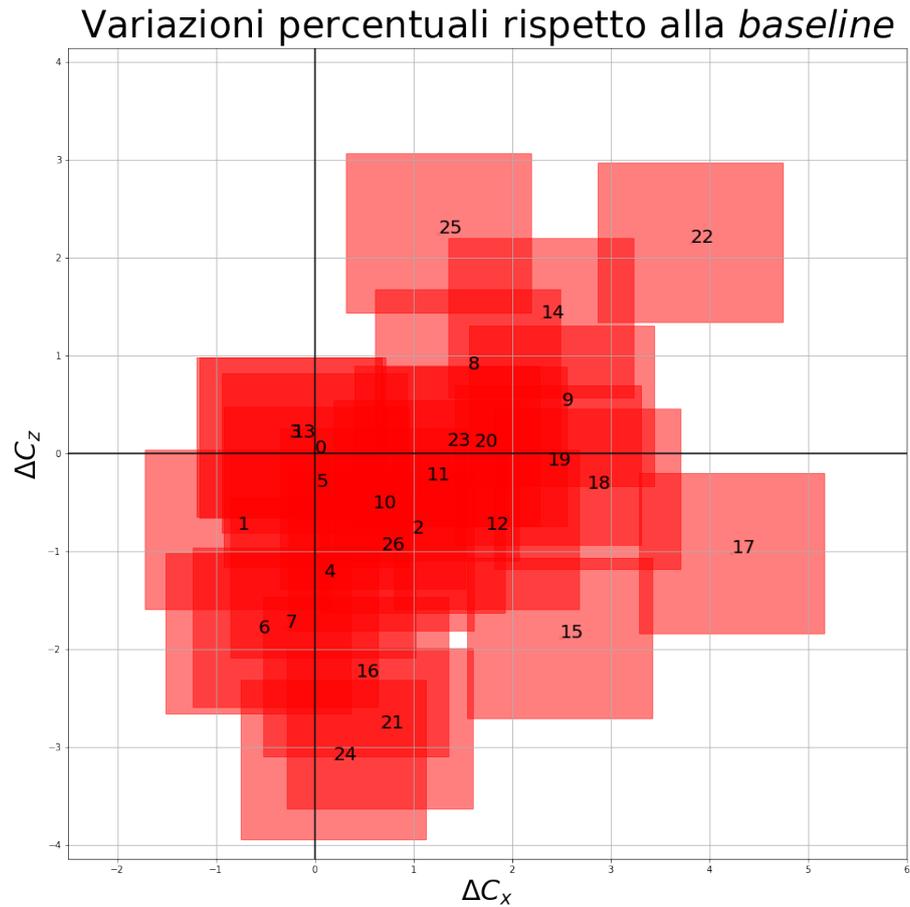


Figura 7.3: Variazione percentuale di  $C_z$  e  $C_x$  delle diverse configurazioni rispetto al caso base.

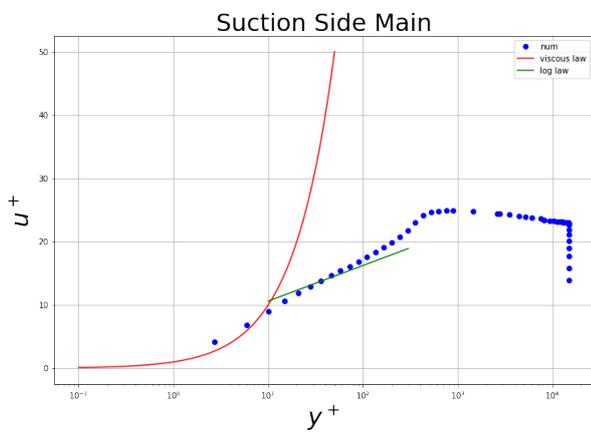


Figura 7.4: Profilo di velocità adimensionalizzato per la *Suction Side* del *Main*.

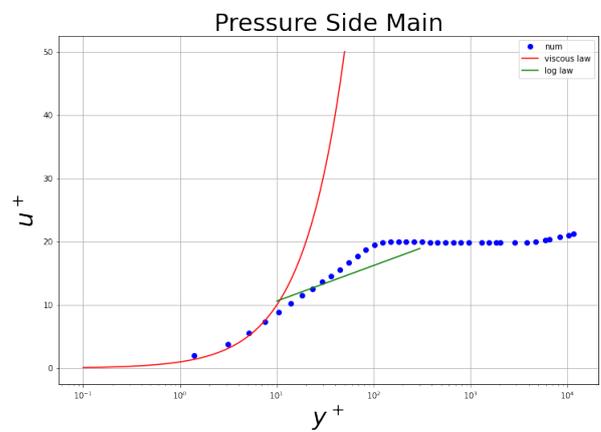


Figura 7.5: Profilo di velocità adimensionalizzato per la *Pressure Side* del *Main*.

## 7.2. SIMULAZIONI PER IL *DOE* E RISULTATI

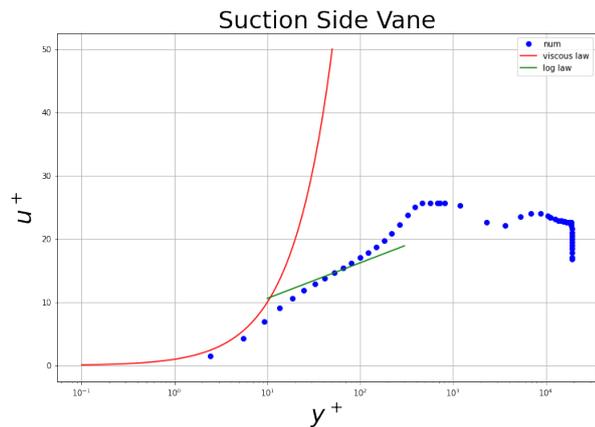


Figura 7.6: Profilo di velocità adimensionalizzato per la *Suction Side* del *Vane*.

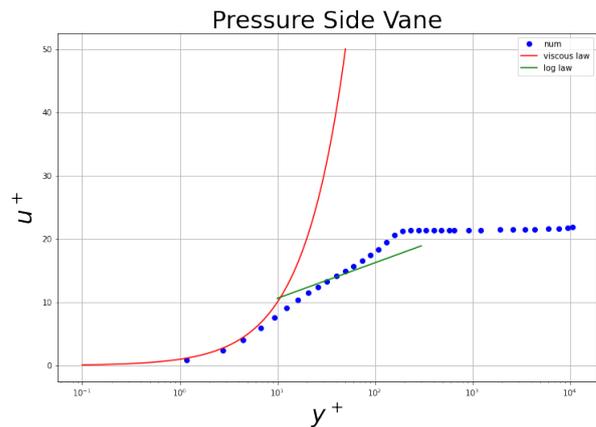


Figura 7.7: Profilo di velocità adimensionalizzato per la *Pressure Side* del *Vane*.

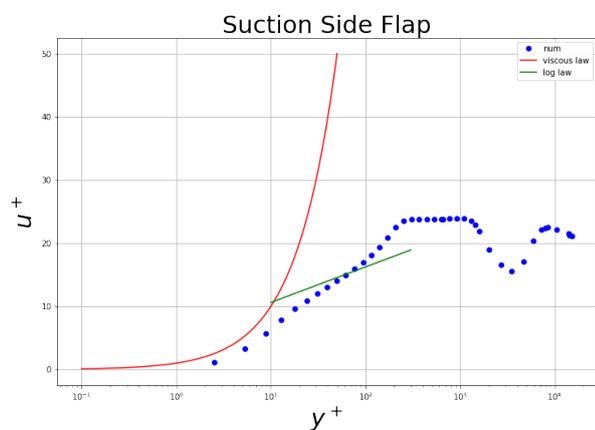


Figura 7.8: Profilo di velocità adimensionalizzato per la *Suction Side* del *Flap*.

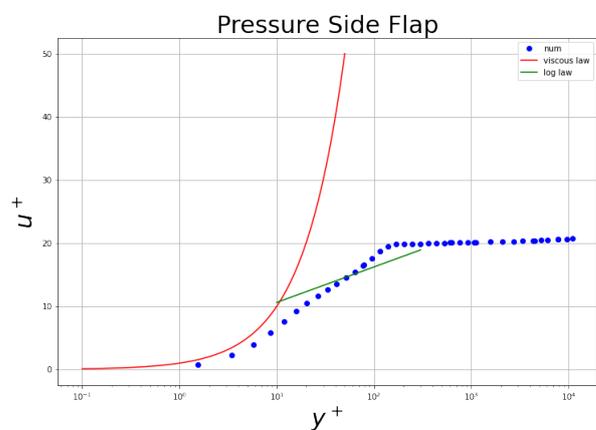


Figura 7.9: Profilo di velocità adimensionalizzato per la *Pressure Side* del *Flap*.

Un altro parametro importante per lo studio effettuato è la pressione totale in ingresso al fondo della monoposto; anche questa grandezza è stata misurata e sono stati confrontati i risultati ottenuti dallo studio di parametri, tenendo sempre in considerazione l'effetto dell'incertezza numerica. In figura 7.10 si può vedere la variazione della pressione totale in ingresso al fondo.

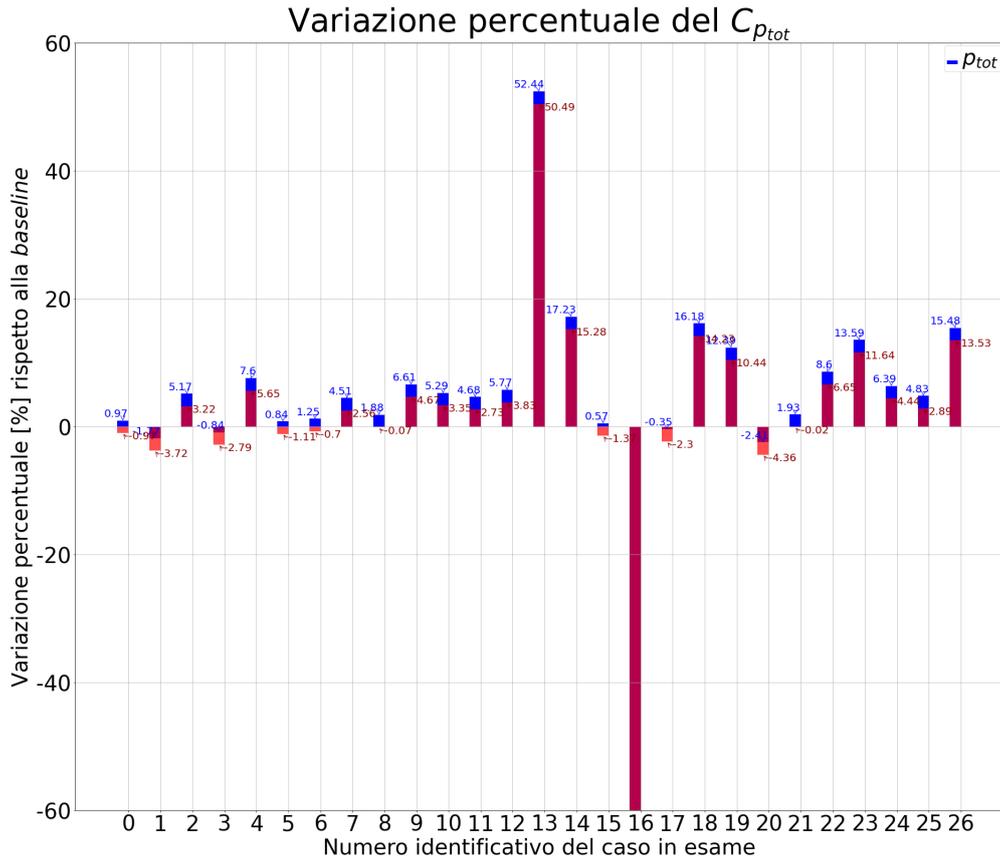


Figura 7.10: Variazione percentuale rispetto alla *baseline* della  $p_{totale}$  in ingresso al fondo.

Da quanto si evince da questo grafico quasi tutte le geometrie comportano un aumento della pressione totale in ingresso al fondo della monoposto (escludendo il caso 16 che si assume essere un *outlier*).

Il caso 24, ossia quello che si è distinto maggiormente per la spinta verticale prodotta, non risulta essere il caso migliore anche per quanto riguarda il coefficiente di pressione totale al fondo, però si è quindi deciso di procedere con l'ottimizzazione di questo caso, essendo quello che produce il massimo carico verticale dell'ala anteriore, e di cercare di ottenere anche un aumento della pressione totale mediante il successivo processo di ottimizzazione.

Il caso 24 è scelto come caso da utilizzare per proseguire con il processo di ottimizzazione poiché è stato necessario effettuare una scelta. Un altro caso interessante, per condizioni operative differenti dal 24, è la configurazione 1; tale configurazione, infatti, rappresenta quella di minima resistenza all'avanzamento, condizione che ad esempio in piste a basso carico aerodinamico, risulta preferibile ad un maggiore carico con maggiore resistenza.

In figura 7.11 è presentata una visualizzazione analoga a quella mostrata in figura 7.3 dove però gli assi sono la variazione percentuale di coefficiente di resistenza  $\Delta C_x$  e la variazione percentuale del coefficiente di pressione totale  $\Delta C_{p_{tot}}$ .

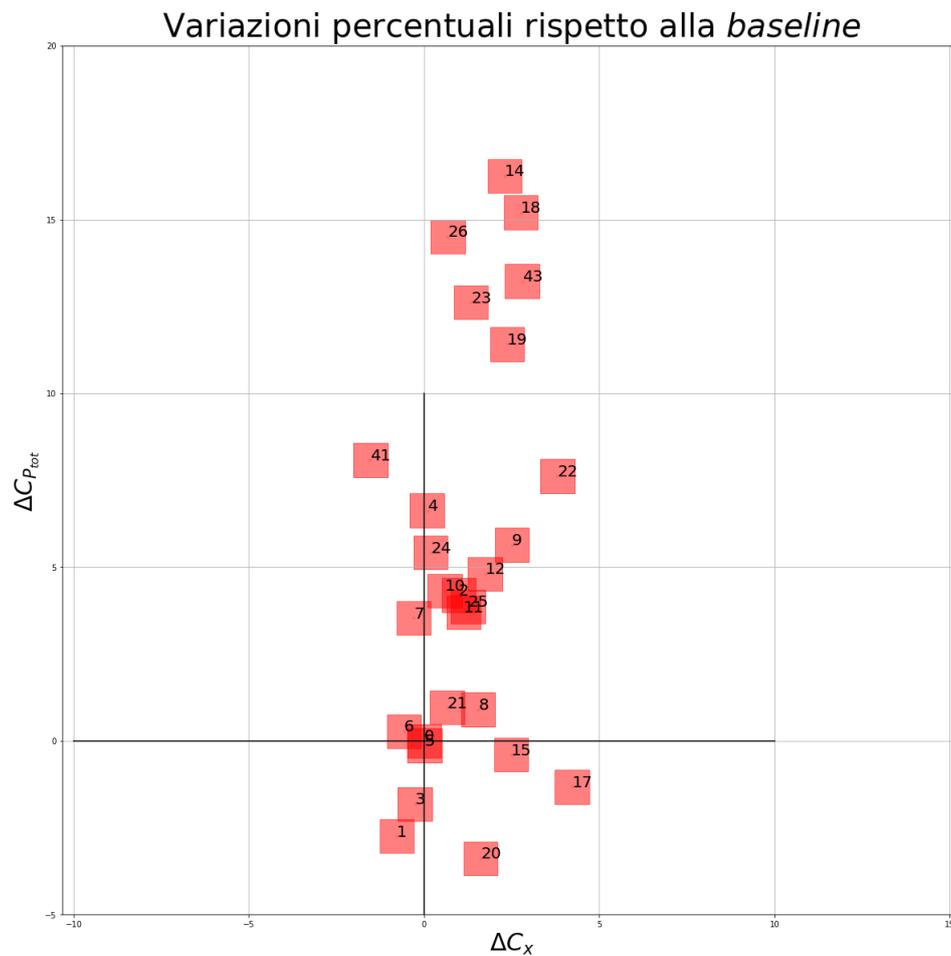


Figura 7.11: Visualizzazione della variazione del  $\Delta C_{p_{tot}}$  in funzione del  $\Delta C_x$ . L'origine degli assi è di nuovo rappresentato dal caso iniziale 0, rispetto al quale sono calcolate le variazioni del coefficiente di resistenza aerodinamica e di pressione totale. Il caso 24 non rappresenta la configurazione migliore per massimizzare la pressione totale in ingresso al fondo, sebbene ne garantisca comunque l'aumento.

## Capitolo 8

### Ottimizzazione con il Metodo dell'equazione Aggiunta

In questo capitolo vengono riportati:

- l'impostazione del processo di ottimizzazione;
- la mappa di sensitività per il  $C_z$  ottenuta per il caso di ala e ruota;
- la mappa di sensitività per la  $p_{tot}$  ottenuta per il caso di ala e ruota;
- la geometria modificata ed i risultati per le grandezze di interesse.

#### 8.1 Setup del solutore

- *Observable:*

Gli osservabili imposti al solutore sono due: prima si è imposto come osservabile la portanza dell'ala anteriore e come obiettivo si è scelto di minimizzarne il valore.

Il secondo osservabile del solutore, invece, è l'integrale, mediato sulla portata, della pressione totale in ingresso al fondo della monoposto, con l'obiettivo di massimizzarne il valore.

- *Methods:*

Come metodo di soluzione è stato lasciato inalterato il setup standard offerto da *Fluent*, che consiste nelle impostazioni che consentono una migliore convergenza della soluzione.

- *Solver Controls:*

Per impostare i controlli del solutore ci si è basati su prove e sulle *best practices* fornite da *Fluent*. Si è attivato il ..... e quindi è stata selezionata la strategia di stabilizzazione; si è imposto di far procedere il calcolo senza stabilizzazione fino al momento in cui venisse rilevata una divergenza nei residui, quindi di attivare il *Residual Minimization* con 40 modi. Questo metodo si è rivelato l'unico, dopo molte prove, a garantire una diminuzione dei residui e lo stallo degli stessi (negli altri casi si osservava una divergenza degli stessi). *Monitors:*

I monitor sono stati lasciati invariati; essi permettono di modificare i valori dei residui per considerare la soluzione giunta a convergenza. *Calculate:*

Permette di inizializzare la soluzione dell'aggiunto, il metodo di stabilizzazione e, una volta imposto il numero di iterazioni, effettuare il calcolo. *Design Tool:*

Nella schermata degli strumenti di design sono stati definiti: il volume entro cui far variare la geometria (essa può essere stimata automaticamente dal solutore una volta definite le superfici da modificare), il numero di punti di controllo del volume di "variazione". Questi devono essere ben pesati poichè, se sono troppo pochi non permettono una modifica accurata della geometria,

mentre se sono troppi potrebbero causare la formazione di geometrie non realizzabili. Quindi nella pagina *numerics* sono stati modificati i valori di *pre-conditioning*, *under relaxation* ed il numero massimo di iterazioni; queste variazioni sono state necessarie per far convergere il design. Quindi si è andata ad imporre la variazione desiderata dell'osservabile, espressa in punti percentuali. Tale variazione è stata scelta essere -1% per la portanza e +6% per la pressione totale. Per quanto riguarda la portanza, è stato imposto tale valori, poichè richieste superiori portavano il design a non convergere, mentre per la pressione totale si è imposto un valore di entità superiore, ma comunque contenuto per non stravolgere la geometria [8].

### 8.2 Calcolo preliminare su sola ala

É stato effettuato un calcolo preliminare su un caso di sola ala per avere un'idea ed una stima della bontà dei risultati poichè, a causa della complessità della geometria, non si è riuscito ad ottenere una soluzione con una buona convergenza.

Completato il calcolo si è ottenuta una mappa che ha permesso di comprendere meglio il caso in esame e la direzione da intraprendere per ottenere un miglioramento delle sue prestazioni.

La mappa di sensitività ottenuta permette di validare la "giusta direzione" mostrata dalla soluzione, sebbene la convergenza non sia stata raggiunta. Nelle figure 8.1, 1 e 2 si possono visualizzare i vettori della sensitività, ossia una rappresentazione visiva dei gradienti ( $\frac{\partial J}{\partial x_i}$ ), che indicano la deformazione suggerita dalla sensitività stessa al fine di diminuire il *lift* (o aumentare la deportanza). I vettori suggeriscono principalmente tre deformazioni:

1. alzare il *trailing edge* di ciascun profilo in modo da aumentare l'angolo di attacco;
2. abbassare il *leading edge* di ciascun profilo con lo stesso risultato;
3. aumentare il camber dei profili.

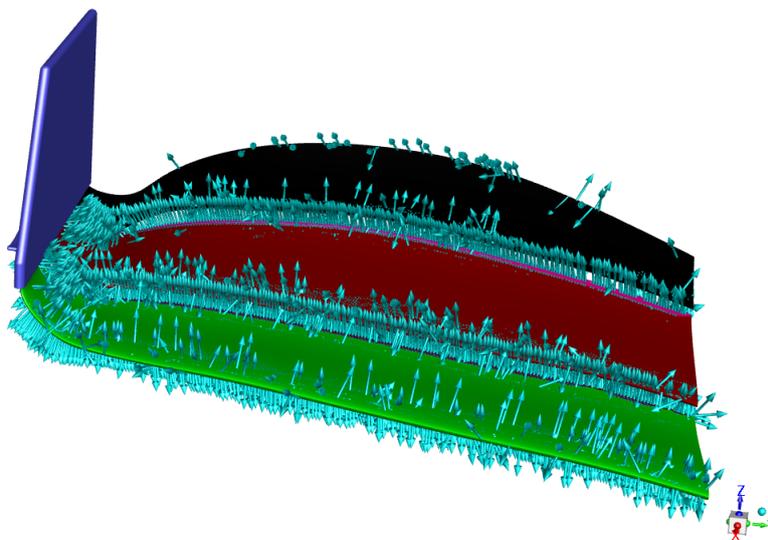


Figura 8.1: *Normal Shape Sensitivity* sotto forma di vettori.

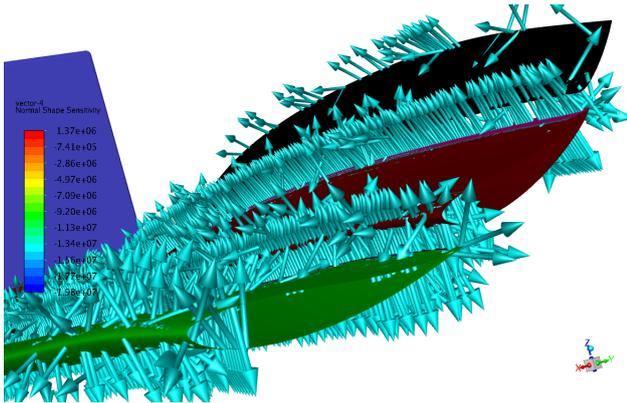


Figura 8.2: Dettaglio dei vettori *Normal Shape Sensitivity* con vista sulla *pressure side*.

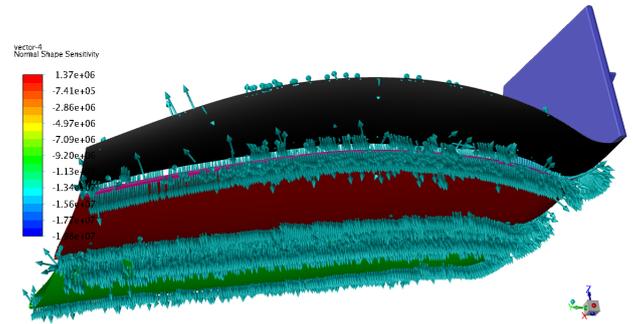


Figura 8.3: Dettaglio dei vettori *Normal Shape Sensitivity* con vista sulla *suction side*.

Questo è in linea con il modo in cui ci si aspetta di dover procedere al fine di aumentare la portanza (o deportanza in questo caso) di un'ala, quindi avendo ottenuto dei risultati fisicamente sensati, si è deciso di procedere al caso di ala con ruota.

### 8.3 Risultati per il caso completo, ala e ruota

Come detto in precedenza, come osservabili sono stati imposti, in due calcoli separati, la deportanza dell'ala anteriore e la pressione totale all'ingresso del fondo.

Una volta calcolato l'aggiunto è stata imposta la variazione desiderata e si sono ottenuti i grafici di *Normal Optimal Displacement*, visibili nelle figure 8.4 e 8.5. La grandezza, raffigurata nei grafici dai vettori, è analoga alla mappa di sensitività, ma i vettori questa volta sono "parenti" stretti dell'effettiva variazione proposta dal solutore.

Nelle immagini che seguono viene mostrata la sola ala per ragioni di semplicità e pulizia della visualizzazione, ma tutti i calcoli per l'aggiunto sono stati svolti considerando la presenza della ruota e quindi il suo effetto non trascurabile sull'aerodinamica dell'ala.

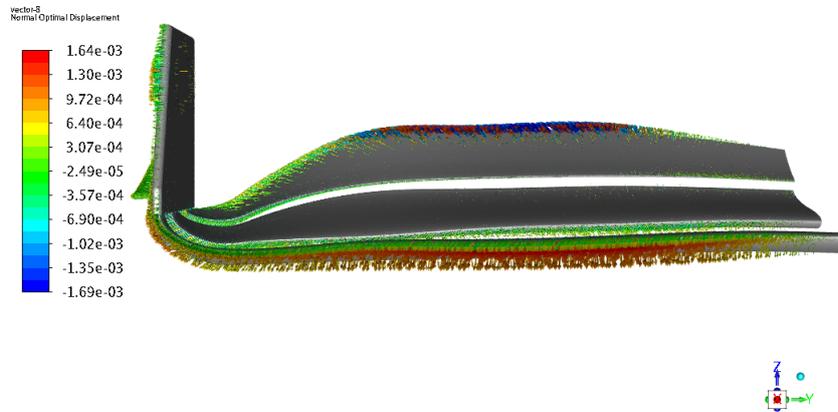


Figura 8.4: *Normal Optimal Displacement* per l'aggiunto il cui osservabile è la riduzione dell'1% della portanza dell'ala.



Figura 8.5: *Normal Optimal Displacement* per l'aggiunto il cui osservabile è l'aumento del 6% della pressione totale in ingresso al fondo.

Il solutore dell'aggiunto di *Fluent* permette di effettuare una deformazione automatica della geometria in risposta alla mappa di sensitività ottenuta per l'osservabile imposto [9].

Poichè l'ala deve rispettare le stringenti norme imposte dalla federazione, permettere al solutore di

effettuare automaticamente la modifica della geometria non garantirebbe il rispetto di tutte queste norme, quindi si è optato per utilizzare questa tecnica solo per visualizzare la sensitività e di procedere manualmente alla modifica dell'ala in modo da seguire quanto emerso dal calcolo di sensitività senza però rendere la geometria non conforme al regolamento.

La geometria è stata quindi modificata seguendo quanto suggerito dall'aggiunto, ma in modo da rispettare il regolamento; si è ottenuta la geometria visibile in figura 8.6. In figura 8.7 è invece visibile la geometria originale, prima della modifica.

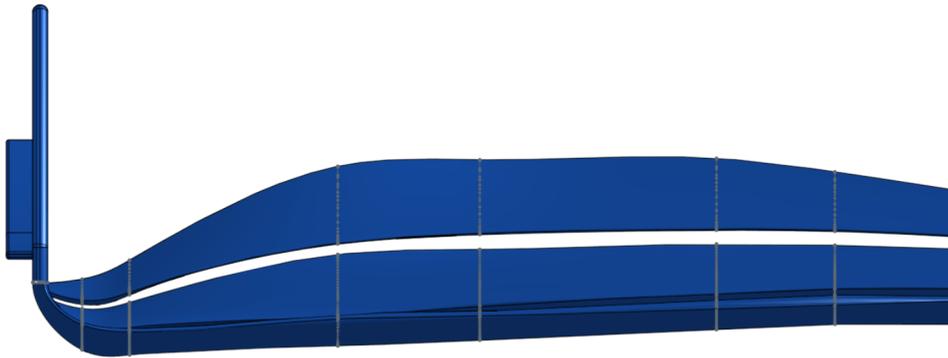


Figura 8.6: Caso 24 dopo aver effettuato le deformazioni "suggerite" dalla mappa del *Normal Optimal Displacement*.

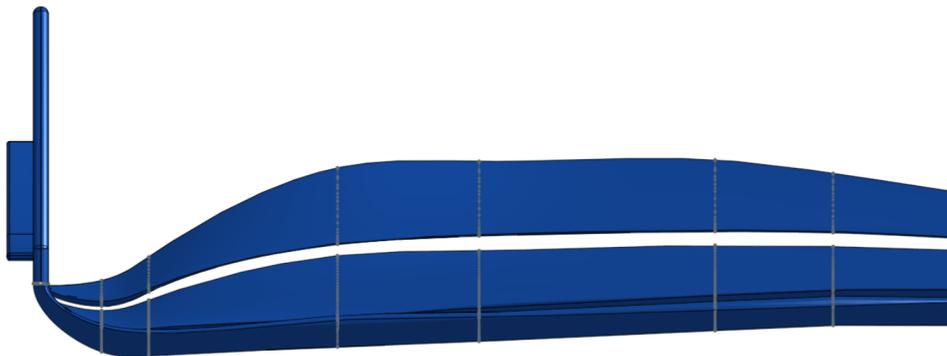


Figura 8.7: Caso 24 originale.

Le modifiche visibili sono solo parte di quelle proposte dall'aggiunto, infatti si sono seguite quelle che erano analoghe per entrambi gli osservabili. Come si può vedere in figura 8.8, infatti, le modifiche suggerite per i due osservabili, per alcune modifiche, propongono modifiche agli antipodi.

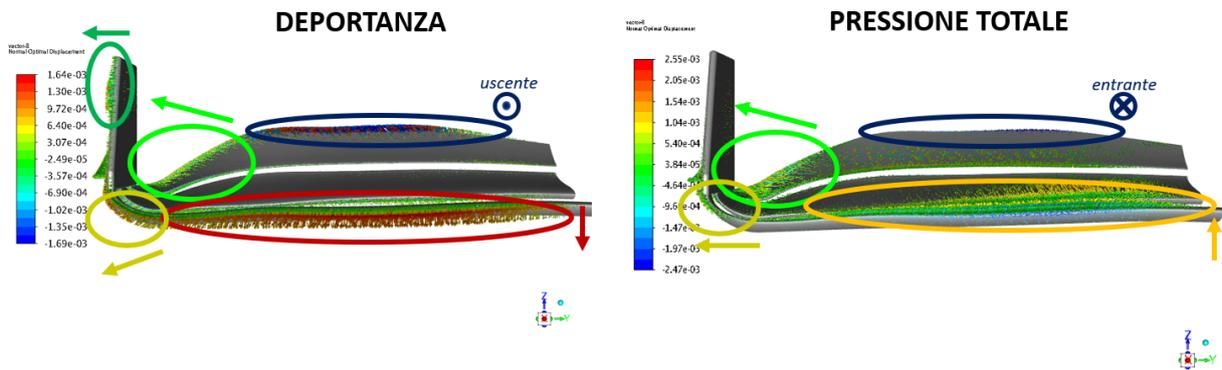


Figura 8.8: Confronto dei vettori dell'*Normal Optimal Displacement* per i due osservabili.

L'ala modificata ha comportato i seguenti miglioramenti: la deportanza è aumentata di circa l'1% passando da -2.53 a -2.56, mentre la pressione totale in ingresso al fondo è aumentata del 2,3% ed il coefficiente di pressione sull'ingresso del fondo è passato da 0,53 a 0,55. Il coefficiente di pressione è definito come:

$$C_{p_{tot}} = \frac{p_{totale} - p_{statica_{\infty}}}{p_{dinamica_{\infty}}}$$

È stata quindi cercata una motivazione alle modifiche proposte dall'aggiunto:

- per quel che riguarda l'aumento della deportanza, l'aggiunto propone modifiche che portano ad aumentare l'angolo di attacco complessivo (infatti i vettori dell'*optimal displacement* indicano di abbassare il *leading edge* del main ed alzare il *trailing edge* del flap), inoltre suggerisce di "allargare" *main*, *vane* e *flap* andando a ridurre la sezione curva di raccordo con l'*endplate*, nonchè di rendere più rettilineo il *flap* in prossimità del *tip* in modo da avere una superficie alare con un elevato angolo di attacco più estesa;
- invece per aumentare la pressione totale in ingresso al fondo l'aggiunto indica di diminuire l'incidenza del *flap* in modo da permettere al fondo di essere investito da un flusso di aria più "pulito"; inoltre indica di diminuire l'angolo di attacco del *main* per avere una portata maggiore di aria rasente il terreno che poi, probabilmente entrerà nel fondo. Infine, anche per la pressione totale, l'aggiunto suggerisce di alzare il *flap* in corrispondenza del *tip*; una spiegazione per questo viene fornita più avanti.

### 8.4 Risultati secondo calcolo con aggiunto

Dal secondo calcolo con il metodo dell'aggiunto si sono ottenuti i risultati visibili in figura 8.9 per quanto riguarda il *Normal Optimal Displacement*.

La geometria è stata quindi ulteriormente modificata con l'obiettivo di seguire al meglio le indicazioni fornite dalla sensitività; si è quindi giunti ad una configurazione finale della geometria visibile in figura 8.10.

Questa ulteriore modifica ha comportato sia un aumento del coefficiente di deportanza che di quello di pressione totale in ingresso al fondo.

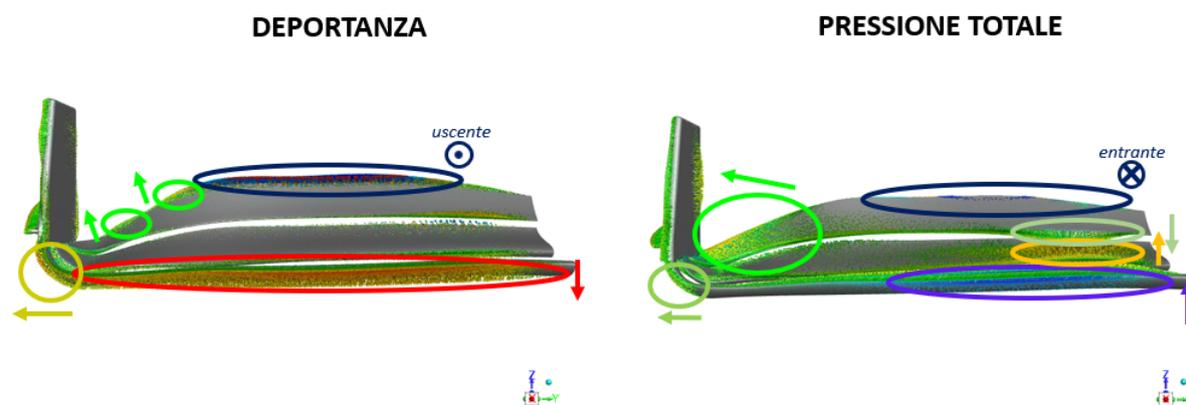


Figura 8.9: Confronto dei vettori dell'*Normal Optimal Displacement* per i due osservabili, per il secondo calcolo con l'aggiunto.

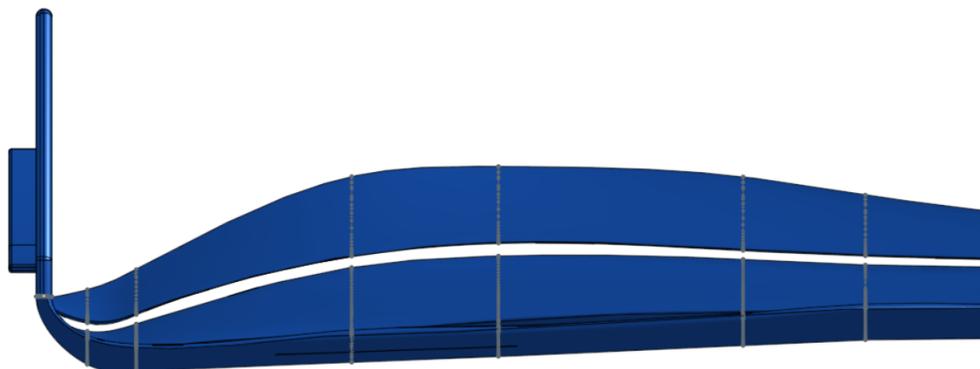


Figura 8.10: Caso 24 dopo aver effettuato le ulteriori deformazioni "suggerite" dalla nuova mappa del *Normal Optimal Displacement*.

Anche per questo secondo calcolo dell'aggiunto sono state fatte delle considerazioni per spiegare le modifiche suggerite dall'aggiunto e cercare quindi di comprenderne la fisica.

Le modifiche suggerite dall'aggiunto sono simili a quelle del calcolo precedente: infatti per l'aumento della deportanza ( $C_z$ ) l'aggiunto propone di aumentare l'incidenza dell'ala, renderla più uniforme in direzione  $y$  nonchè allargarla.

Un'ulteriore indicazione dell'aggiunto riguarda il *camber* del *flap*: infatti come è visibile in figura 6.26, i vettori indicano di aumentare tale parametro, e ciò è stato fatto andando a modificare il profilo e passando dal profilo Althaus AH-6-40-7 al Eppler 58, che hanno rispettivamente, come valore massimo del *camber*, 5.5% e 6.5%.

Per aumentare la pressione totale in ingresso al fondo allo, come prima, la strada suggerita dall'aggiunto è quella di ridurre l'incidenza del *flap* all'interno ed alzare il *main*, ossia in asse con l'ingresso del fondo. Inoltre vi è un'indicazione riguardante la distanza tra *vane* e *flap*, sempre in linea con l'idea di interferire il meno possibile con il flusso d'aria che arriva perpendicolare all'ingresso del fondo.

Come già detto un'ulteriore indicazione riguarda aumentare l'incidenza del *flap* al *tip* dell'ala. Si ci è quindi interrogati sul perchè di tale indicazione.

## 8.4. RISULTATI SECONDO CALCOLO CON AGGIUNTO

Si è quindi andata a valutare la direzione del flusso d'aria uscente dal tip; per fare questo si è disegnata una superficie, dietro il *tip* dell'ala, sulla quale valutare le componenti medie della velocità e trovare la direzione media del flusso. Si è ottenuto un risultato interessante che, sovrapposto ad una visualizzazione della scia (figura 8.11), ha permesso di comprendere meglio l'effetto di tale zona sulla pressione totale all'ingresso del fondo.

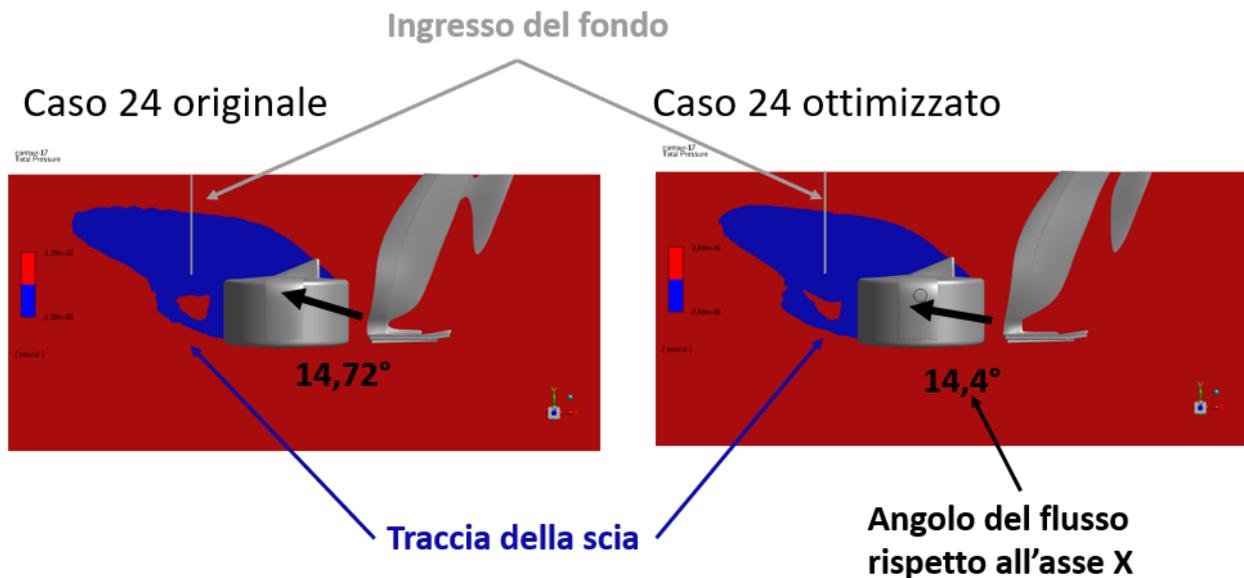


Figura 8.11: Traccia della scia della ruota visualizzata valutando la pressione totale (che scende in una scia), e visualizzazione della direzione media del flusso uscente dal *tip*.

Come si può vedere in figura 8.11 l'angolo medio in uscita nel caso "ottimizzato" è più piccolo rispetto al caso originale, questo implica che la ruota viene investita da un flusso con un'incidenza, rispetto all'asse x, inferiore rispetto al caso iniziale e di conseguenza questo modificherà la scia della ruota con la conseguenza di andarne a modificare la porzione che va ad interagire con il fondo. Ci si aspetta, infatti, che se l'angolo rispetto l'asse x diminuisce, la scia provocata dalla ruota sarà maggiormente allineata con l'asse x e quindi interagirà meno con il fondo, e questo è esattamente quello che succede nel caso in esame.

Le variazioni dell'angolo del flusso sono piccole, ma è necessario considerare che la geometria non è stata stravolta ma solo aggiornata, di conseguenza anche la variazione della pressione totale è piccola. La variazione percentuale dell'angolo è di circa il 2.2%. In figura 8.12 è possibile osservare una visualizzazione ottenuta attraverso il *Q-Criterion*; tale strumento permette di catturare i vortici. Per visualizzare queste strutture viene rappresentata sul grafico una iso-superficie di questa grandezza. Esso è definito come segue:

$$Q = \frac{1}{2} [(tr(\nabla \mathbf{u}))^2 - tr(\nabla \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u})]$$

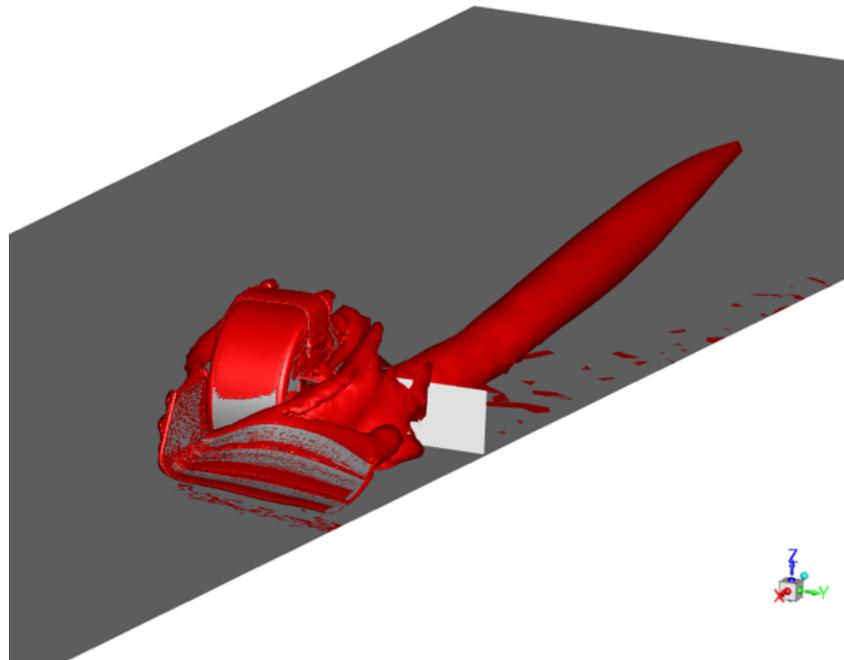


Figura 8.12: Iso-Superficie di  $Q$ -Criterion. È visibile il vortice rilasciato dalla ruota e la sua interazione con il fondo della monoposto, evidenziato in grigio.

Le variazioni ottenute da questo secondo calcolo sono: un aumento del coefficiente di deportanza da -2.56 del primo risultato dell'aggiunto a -2.65, quindi un aumento del 3.3%. Il coefficiente di pressione totale invece è aumentato da 0.55 a 0.58 circa.

Quindi anche questo secondo calcolo con il metodo dell'aggiunto ha permesso di migliorare le prestazioni della geometria.

## Capitolo 9

### Transizione da laminare a turbolento

Lo strato limite laminare compare al *Leading Edge*, o bordo d'attacco, di una qualsiasi superficie e procedendo lungo la parete arriva infine ad un determinato punto in cui avviene la transizione da flusso laminare a turbolento.

Riuscire a modellare correttamente la transizione è un compito complesso e richiede una *Mesh* estremamente fitta e fine; la maggior parte dei modelli di turbolenza, tra cui quello utilizzato in questo lavoro, si basano sull'assunzione che lo strato limite sia turbolento fin dall'inizio, con la conseguenza di sovrastimare le forze di resistenza aerodinamica o sbagliare a valutare dove e se avviene una separazione.

Esistono diversi meccanismi di transizione, che possono essere divisi in:

- transizione naturale;
- transizione *bypass*;
- transizione indotta dalla separazione (bolle di separazione laminare);
- transizione *crossflow*.

Riuscire a catturare la transizione richiede un costo computazionale ulteriore poichè, oltre ai requisiti della *Mesh* è anche necessario risolvere delle equazioni aggiuntive (in numero variabile da 1 a 2 a seconda del modello scelto). I modelli di transizione sono comunque basati su correlazioni che contengono al loro interno la "fisica" del fenomeno, per cui non è necessario modellare ciò che accade realmente.

Queste correlazioni lavorano nel seguente modo: la transizione avviene quando viene soddisfatto un determinato criterio ad esempio  $Re_\theta \geq Re_{\theta t}$ ; È necessario valutare  $Re_\theta$  nello strato limite. Per valutarlo è prima necessario calcolare il *momentum thickness* come segue:

$$\theta = \int_0^\delta \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy,$$

quindi  $Re_\theta$  si calcola come:

$$Re_\theta = \frac{\rho U \theta}{\mu}$$

Uno dei possibili modelli di transizione è il  $\gamma - Re_\theta$ , che si basa sul  $k - \omega$  SST rispetto al quale utilizza due ulteriori equazioni per modellare la transizione: un'equazione è l'intermittenza, o *intermittency*  $\gamma$ , l'altra è l'equazione per il numero di Reynolds basato sul *momentum thickness* di cui abbiamo parlato in precedenza. Il modello unisce queste due equazioni a quelle del  $k - \omega$  SST oltre ad alcuni termini

correttivi.

L'equazione di trasporto per l'intermittenza è espressa come segue:

$$\frac{\partial \rho \gamma}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \bar{u}_j \gamma)}{\partial x_j} = P_{\gamma 1} - E_{\gamma 1} + P_{\gamma 2} - E_{\gamma 2} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\gamma} \right) \frac{\partial \gamma}{\partial x_j} \right] \quad (9.1)$$

I termini  $P_{\gamma 1}$ ,  $E_{\gamma 1}$ ,  $P_{\gamma 2}$  e  $E_{\gamma 2}$  contengono correlazioni empiriche che controllano la lunghezza della zona di transizione, la condizione in cui inizia il fenomeno ed il modulo dello *strain rate*.

Il valore dell'intermittenza  $\gamma$  assume valori da 0 a 1, con 0 che significa flusso laminare e 1 che significa flusso turbolento completamente sviluppato.

Il termine che fa "scattare" la transizione, contenuto dentro i coefficienti descritti sopra, necessita come *input* il numero di Reynolds critico calcolato sul *momentum thickness*, o  $Re_{\theta c}$ .

L'equazione di trasporto per  $Re_{\theta t}$  è invece:

$$\frac{\partial \rho \tilde{R}e_{\theta t}}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \bar{u}_j \tilde{R}e_{\theta t})}{\partial x_j} = P_{\theta t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \sigma_{\theta t} (\mu + \mu_t) \frac{\partial \tilde{R}e_{\theta t}}{\partial x_j} \right] \quad (9.2)$$

Questa equazione di trasporto fornisce il numero di Reynolds critico per l'equazione dell'intermittenza.

Questo modello contiene molte correlazioni, coefficienti di chiusura, relazioni ausiliarie, funzioni di *blending* e limitatori; è quindi chiaro che è necessario calibrare accuratamente tutto ciò per esperimenti molto specifici.

## 9.1 Transizione sull'ala anteriore

Per poter utilizzare il modello di transizione sul caso in esame è stato necessario generare delle nuove *mesh* molto più fini in modo da riuscire a controllare sia il valore di  $y^+$  che per avere una soluzione corretta deve essere inferiore ad 1, sia il rapporto di espansione delle celle. Questo rapporto deve essere tale da garantire valori di  $\Delta x^+$  e  $\Delta y^+$  inferiori a 50. Questi sono definiti come segue:

$$\begin{aligned} \Delta x^+ &= \frac{U_\tau \Delta x}{\nu} \\ \Delta y^+ &= \frac{U_\tau \Delta y}{\nu} \end{aligned} \quad (9.3)$$

Per abbassare il valore del  $y^+$  è stato necessario aumentare il numero di *inflation layers* passando da 27 a 31 strati, che ha comportato un sostanziale aumento del numero di celle. Inoltre per riuscire ad abbassare il valore di  $\Delta x^+$  e  $\Delta y^+$  è stato necessario ridurre la dimensione delle celle della *mesh* di superficie dell'ala e si è provato in primo luogo a passare da una dimensione minima delle celle di 5 mm ad una di 1 mm. Questo però ha portato il numero delle celle a crescere troppo con la conseguenza di rendere il calcolo troppo costoso computazionalmente e non praticabile. Il valore è stato quindi alzato a 2.5 mm con la conseguenza che non è stato raggiunto il criterio desiderato per l'*expansion ratio* come si può vedere nella figura 9.1.

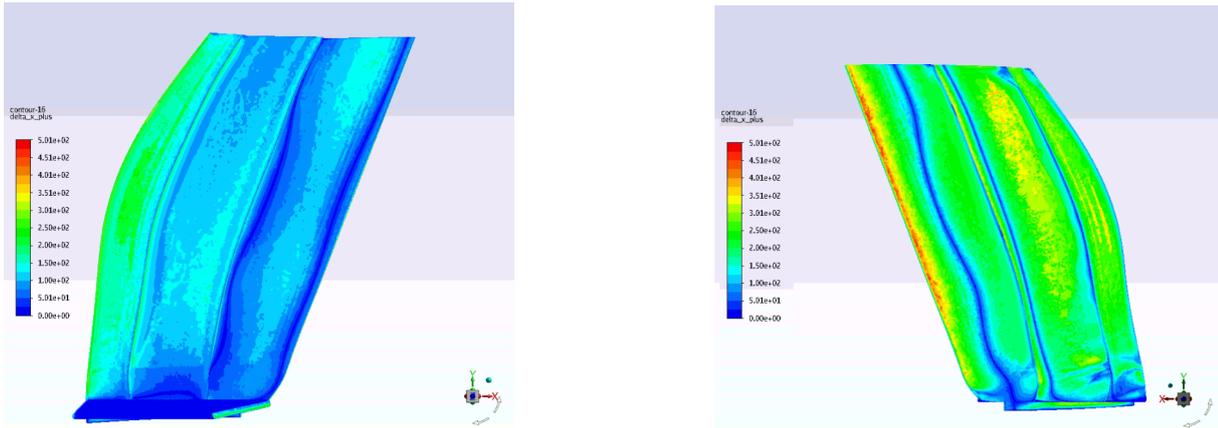


Figura 9.1: Valori di  $\Delta x^+$  calcolati sull'ala; a sinistra sull'intradosso dell'ala e a destra dell'estradosso.

Come si può vedere dalle figure, nonostante la *mesh* sia molto fine non è stata raggiunta la condizione necessaria per catturare correttamente la transizione, infatti se sull'intradosso i valori sono nell'intervallo tra 100 e 300, sull'estradosso si ha quasi uniformemente un valore tra i 250 e 300.

Invece il valore obiettivo di  $y^+$  è stato raggiunto correttamente avendo ottenuto un valore inferiore ad 1.

Si è deciso di procedere con due differenti modelli di transizione: l'*Intermittency Model* ed il *Transition SST*.

Il primo ha il vantaggio di essere un modello *Galilean invariance* che quindi vale in qualsiasi sistema di riferimento relativo; tale modello quindi calza bene con il caso in esame in cui vi è un sistema di riferimento in moto rispetto a quello assoluto. Tale modello ha però il difetto di essere calibrato per la transizione nelle turbomacchine quindi con condizioni molto diverse rispetto a quelle che si hanno nel caso in esame. Il risultato ha quindi portato ad una cattiva stima della transizione sull'ala ed è stato quindi accantonato.

Quindi si è optato di passare al modello *Transition SST* che dovrebbe essere più adatto a questa applicazione ma che presenta un limite ossia non è *Galilean invariance*, ossia non contempla la presenza di sistemi in moto relativo tra loro. Per poterlo utilizzare è stato quindi necessario modificare le condizioni al contorno di ruota e terreno da *Moving wall* a *Stationary wall*. Questo ha comportato una sostanziale variazione delle *performances* dell'ala che sono state valutate con un calcolo in modo da fare un confronto più significativo con i risultati che conseguono all'applicazione del modello di transizione.

È stata quindi fatta la simulazione con questo modello non raggiungendo però i livelli di convergenza dei residui richiesti da questo modello e questo, unito alla non sufficiente finezza della *mesh* ha comportato nuovamente l'impossibilità di catturare correttamente il fenomeno della transizione.

## 9.2 Risultati del calcolo con la transizione

Sono stati quindi provati due approcci con due differenti modelli di transizione al fine di valutare questo fenomeno; questi modelli purtroppo richiedono delle caratteristiche *hardware* del calcolatore molto elevate, necessitando di *mesh* estremamente fini e di conseguenza di grandi dimensioni, nonchè richiedendo uno sforzo computazionale ancora ulteriore richiesto dalla necessità di risolvere ulteriori equazioni di trasporto oltre a quelle già presenti nel modello di turbolenza. Non è stato quindi possibile catturare questo fenomeno nel caso in esame.

## Capitolo 10

### Conclusioni

Lo scopo di questo lavoro era quello di progettare l'ala anteriore di una monoposto di Formula 1, in modo che fosse conforme al regolamento tecnico che entrerà in vigore nel 2022, focalizzandosi sull'ottimizzazione aerodinamica di tale elemento; si è inoltre studiata l'interazione fluidodinamica di ala e ruota.

Nella prima fase, attraverso l'utilizzo di un software CAD, si è costruita la prima configurazione di ala e ruota completa dei suoi elementi regolamentari; questa fase di costruzione è stata affiancata ad una di validazione della geometria in modo che rispettasse sia i vincoli sul dominio, in cui tale parte deve giacere, sia quelli su forme, distanze e dimensioni che le componenti dell'ala dovevano rispettare. È stata anche effettuata una scelta dei profili andando a ricercare quelli con forme e caratteristiche idonee all'utilizzo in un profilo multielemento, quale è l'ala, nonché alle geometrie da alto carico per massimizzare le *performances*.

Quindi sono state condotte le simulazioni preliminari sia per le singole parti sia per la configurazione completa, in modo tale da stabilire l'influenza della ruota sul comportamento dell'ala, nonché di studiare l'effetto dell'aletta sulla ruota e i benefici che essa comporta. Da queste simulazioni è emersa l'importante influenza che la ruota ha sull'ala anteriore, in particolare sul suo *tip*, ossia la sua parte finale. Per quanto riguarda l'aletta della ruota si sono riscontrate differenze meno significative e legate soprattutto alla conformazione e posizione dei vortici rilasciata dalla ruota nel suo moto.

Si sono quindi stabiliti gli "osservabili" del caso in esame, ossia le grandezze di interesse, che sono rispettivamente: la deportanza generata dall'ala anteriore e la pressione totale in ingresso al fondo della monoposto. Analizzando i risultati della simulazione preliminare, è stato possibile individuare una zona rilevante per il controllo di queste grandezze: infatti in questa zona si concentrano gli effetti negativi dell'interazione tra l'ala e la ruota.

È stata condotta un'analisi di tipo *Full Factorial* in cui sono stati fatti variare *Main*, *Vane* e *Flap*, della zona descritta sopra, nell'intervallo  $-2^\circ$ ,  $0^\circ$  e  $2^\circ$  per un totale di 27 simulazioni, dalle quali è emerso che la configurazione ottimale per la deportanza fosse la 24, ossia quella che presentava il massimo camber della zona di studio, mentre tale configurazione perdeva alcuni punti percentuali per il coefficiente di pressione totale all'ingresso del fondo. È stata data maggiore importanza a questa caratteristica dell'ala rispetto alla pressione totale in ingresso al fondo e quindi si è deciso di procedere con questa configurazione.

Quindi si è optato per utilizzare il metodo dell'equazione aggiunta per costruire una mappa di sensibilità della geometria dell'ala agli osservabili deportanza e pressione al fondo; con questa tecnica sono state costruite le mappe di sensibilità e quindi la geometria è stata aggiornata manualmente per seguire le indicazioni, fornite dall'aggiunto, che generassero un miglioramento di entrambi gli osservabili. Eseguire le modifiche manualmente ha permesso di evitare cambi di configurazione contrastanti per

---

i due osservabili, e di evitare di produrre una geometria che non rispettasse più le stringenti norme progettuali.

Ottenuti dei risultati positivi, ossia che hanno garantito un miglioramento delle performace dell'ala e, teoricamente, del fondo, si sono andate a valutare le modifiche proposte al fine di trovare una spiegazione fisica ad esse:

- l'avvicinamento di *Vane* e *Flap* nella zona più interna dell'ala, nonchè la riduzione dell'angolo di attacco, sono spiegabili dato l'aumento di portata di aria e la minore interferenza da parte delle ali;
- l'allargamento della zona parallela al terreno dei tre profili a discapito della curvatura che congiunge il *tip* all'*endplate* è associata all'aumento della componente verticale, quindi parallela al terreno, di forza;
- la modifica del *Flap* al *tip* dell'ala ha permesso di modificare l'incidenza del flusso d'aria sulla ruota e quindi di modificare la direzione della scia della ruota in modo che avesse un minore effetto sul fondo dell'auto.

In figura 10.1 è possibile vedere affiancate le due geometrie, a sinistra quella iniziale e a destra quella ottenuta come risultato dello studio condotto. Il processo di ottimizzazione ha portato a modificare la forma al tip dell'ala, all'interno, a modificare le distanze relative tra i profili costituenti l'ala e la variazione dell'angolo di attacco del *Main*. Tutte queste modifiche hanno portato allo sviluppo di una configurazione che ha permesso un aumento della deportanza prodotta del 7.1%, passando da un valore iniziale  $C_Z = -2.48$  circa ad un valore finale di  $-2.65$  e della pressione totale in ingresso al fondo del 13% circa.

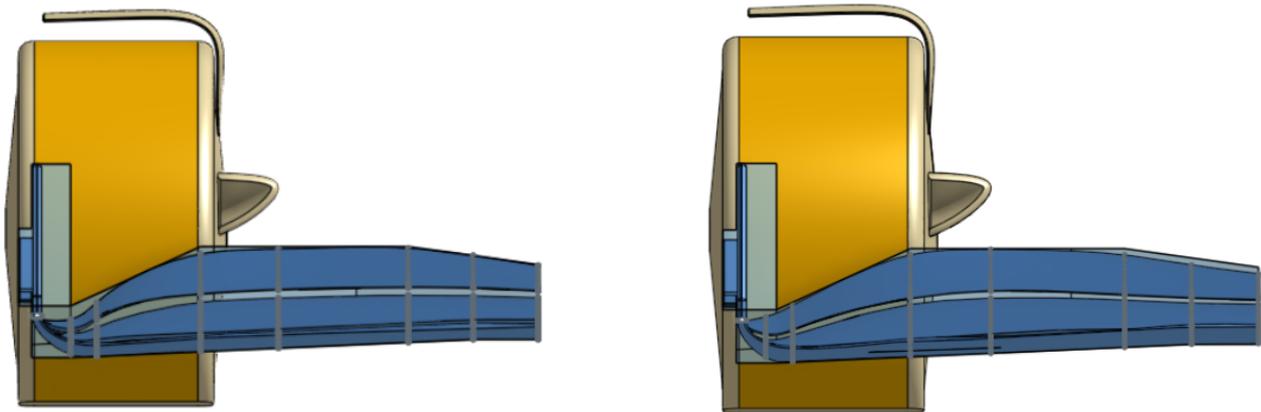


Figura 10.1: Nella figura di sinistra è mostrato il primo caso analizzato mentre a destra il caso ottenuto dopo il processo di studio parametrico ed ottimizzazione. Nei due casi è mostrato anche il volume di riferimento dell'ala anteriore che permette di apprezzare meglio le differenze tra i due casi.

É stato quindi confermato l'effetto del *tip* dell'ala sulle variazioni del  $C_P$  all'estradosso della stessa e che la riduzione della superficie in cui questo aveva segno positivo (figura 10.2) ha contribuito ad aumentare le prestazioni, ossia il carico verticale dell'ala.

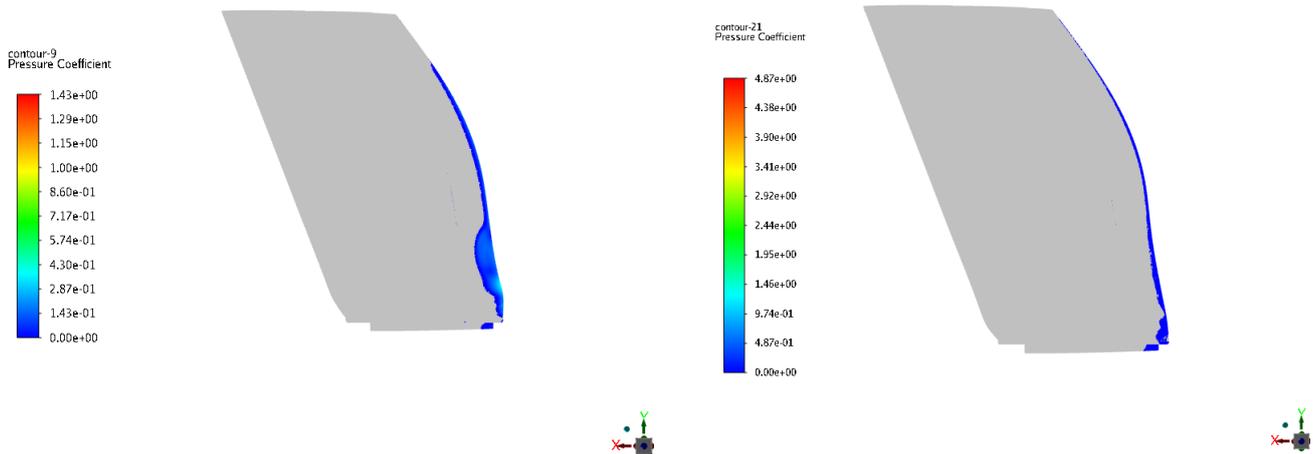


Figura 10.2: Confronto del  $C_P$  all'estradosso delle ali appartenenti al caso 0 (iniziale) ed al caso 24 ottimizzato (finale). La zona evidenziata in blu rappresenta la superficie dell'ala in cui il coefficiente di pressione assume segno positivo pur essendo la zona che dovrebbe avere segno negativo.

È stato confermato anche l'effetto di tale zona sulla pressione totale in ingresso al fondo; infatti il *tip* dell'ala contribuisce a controllare la direzione in cui si sviluppa la scia della ruota e modificandolo è stato possibile limitarne in parte l'effetto sull'ingresso del fondo.

È stata infine confermato l'effetto e l'utilizzabilità del metodo dell'equazione aggiunta per questo tipo di applicazioni; con tale tecnica si è ottenuto un aumento delle prestazioni valutato nel 4.8% per quanto riguarda la deportanza dell'ala e del 7.7% per ciò che riguarda il coefficiente di pressione totale. Inoltre tramite questa tecnica è stato possibile comprendere meglio l'effetto del *tip* dell'ala sulla scia prodotta dalla ruota.

Nelle figure 10.3 e 10.4 sono mostrati, rispettivamente nei grafici  $\Delta C_X - \Delta C_Z$  e  $\Delta C_X - \Delta C_{P_{tot}}$ , i risultati ottenuti per i casi ottimizzati con il metodo dell'aggiunto. I casi ottimizzati sono il numero 41 e 43. Il primo rappresenta il primo step di ottimizzazione con l'aggiunto ed essendo rimasti piuttosto conservativi si possono notare differenze di piccola entità, mentre nel secondo step, dove sono state fatte le modifiche più consistenti, si vedono variazioni più sostanziali rispetto agli altri casi.

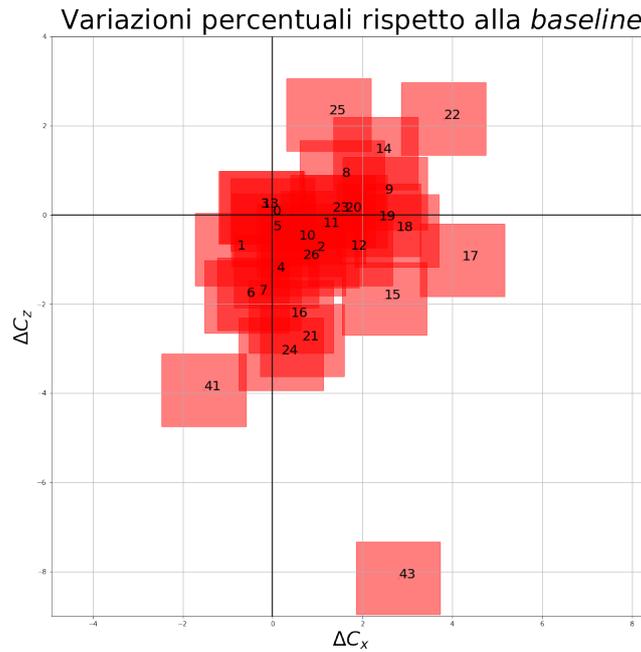


Figura 10.3: Grafico  $\Delta C_X - \Delta C_Z$ . I casi 41 e 43 rappresentano rispettivamente i due step di ottimizzazione con il metodo dell'equazione aggiunta.

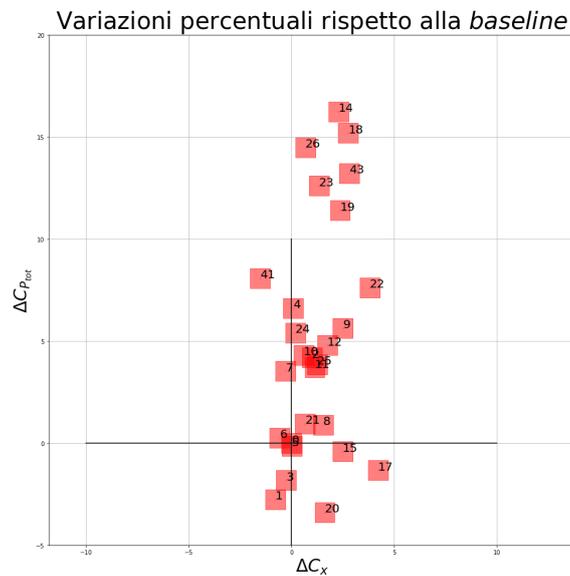


Figura 10.4: Grafico  $\Delta C_X - \Delta C_{p_{tot}}$ . I casi 41 e 43 rappresentano rispettivamente i due step di ottimizzazione con il metodo dell'equazione aggiunta.

Da questi grafici è quindi possibile confrontare i risultati ottenuti con il metodo dell'equazione aggiunta, con quelli ottenuti dallo studio parametrico. I casi ottimizzati con l'aggiunto rappresentato entrambi un miglioramento di entrambi gli osservabili rispetto al caso 24 originale e, nel caso del coefficiente di deportanza, il secondo step rappresenta il caso migliore ottenibile, mentre per la pressione totale è un caso che comunque si posiziona molto in alto e quindi rappresenta una configurazione che apporta un

consistente aumento nel coefficiente di pressione totale, pur non rappresentando il massimo assoluto.

Un altro caso che è risultato interessante è la configurazione numero 41, ossia il risultato del primo calcolo con l'aggiunto, poichè esso rappresenta la configurazione che produce la minima resistenza all'avanzamento nella combinazione resistenza dell'ala + resistenza della ruota.

Essa mostra anche un aumento della spinta verticale prodotta dall'ala ed anche un aumento del coefficiente di pressione in ingresso al fondo.

La scelta su quale caso del DOE ottimizzare è ricaduta sulla configurazione 24 poichè era necessario effettuarne una e decidere quali osservabili ottimizzare, ma vi erano altre configurazioni interessanti, tra cui la 1 che presenta la minima resistenza all'avanzamento tra quelle risultanti dal DOE, soprattutto per quei circuiti in cui è richiesta una minore resistenza all'avanzamento a discapito della spinta verticale.

Dopo la conclusione del processo di ottimizzazione è possibile vedere nel grafico di figura 10.3 che il caso 43, rappresentativo della configurazione ottimizzata, produce anche più resistenza all'avanzamento rispetto alle configurazioni 24 e 0, risultando quindi un'ala ideale per piste più lente ad alto carico aerodinamico, dove una maggiore penalizzazione delle velocità, conseguente alla maggiore resistenza, non è importante paragonata alla spinta verticale. Tale aumento della resistenza può, in parte, ricondursi alla distribuzione del carico lungo la direzione  $y$  dell'ala; infatti osservando il grafico di figura 10.6 che mostra il carico alare di diverse configurazioni, è possibile vedere che il caso 24 ottimizzato è quello che maggiormente si allontana dalla curva della distribuzione ellittica, rappresentante la condizione di minimo drag indotto. La configurazione ottimizzata quindi produce un drag indotto molto maggiore rispetto alle altre configurazioni, fenomeno che si ripercuote inevitabilmente sulla resistenza all'avanzamento offerta da tale configurazione. Infine in figura 10.5 viene mostrato l'andamento dei coefficienti di spinta verticale, di resistenza aerodinamica e di pressione totale nei vari "step" dell'analisi.

Inoltre sono state evidenziate alcune differenze con le ali attualmente in uso:

- il numero minore di profili consentiti comporta inevitabilmente una riduzione della deportanza massima producibile;
- la forma dell'ala al *tip* ha come conseguenza quella di indirizzare il flusso verso la faccia interna della ruota e non all'esterno;
- l'impossibilità di avere ali che terminano prima del ricongiungimento con il muso della monoposto porta come conseguenza una maggiore difficoltà nel produrre il vortice Y250 che nelle monoposto attuali ha il compito di controllare la scia prodotta dalla ruota ed in particolare di allontanarla dal fondo, compito che risulta ancora più importante nelle nuove monoposto che, sfruttando l'effetto suolo, necessiterebbero di un flusso "pulito", quindi privo di turbolenze nocive, per sfruttare al meglio l'effetto Venturi che si produce sotto alla monoposto.

In figura 10.6 è possibile vedere la differenza del carico alare tra il caso iniziale, il caso 24 prima dell'ottimizzazione, ossia con la configurazione ottenuta dal *Full-Factorial* ed infine il caso 24 ottimizzato.

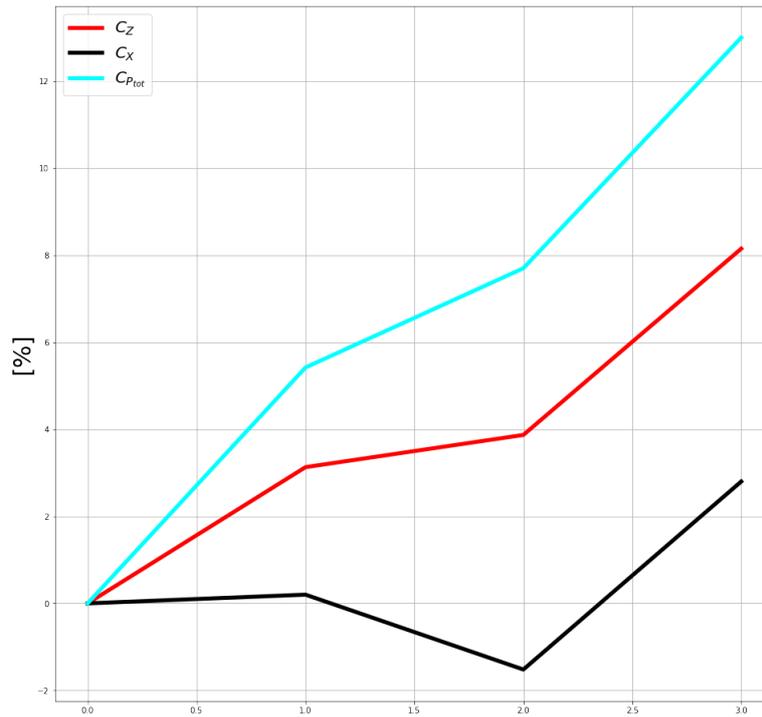


Figura 10.5: Variazione delle grandezze di interesse nel processo di ottimizzazione.

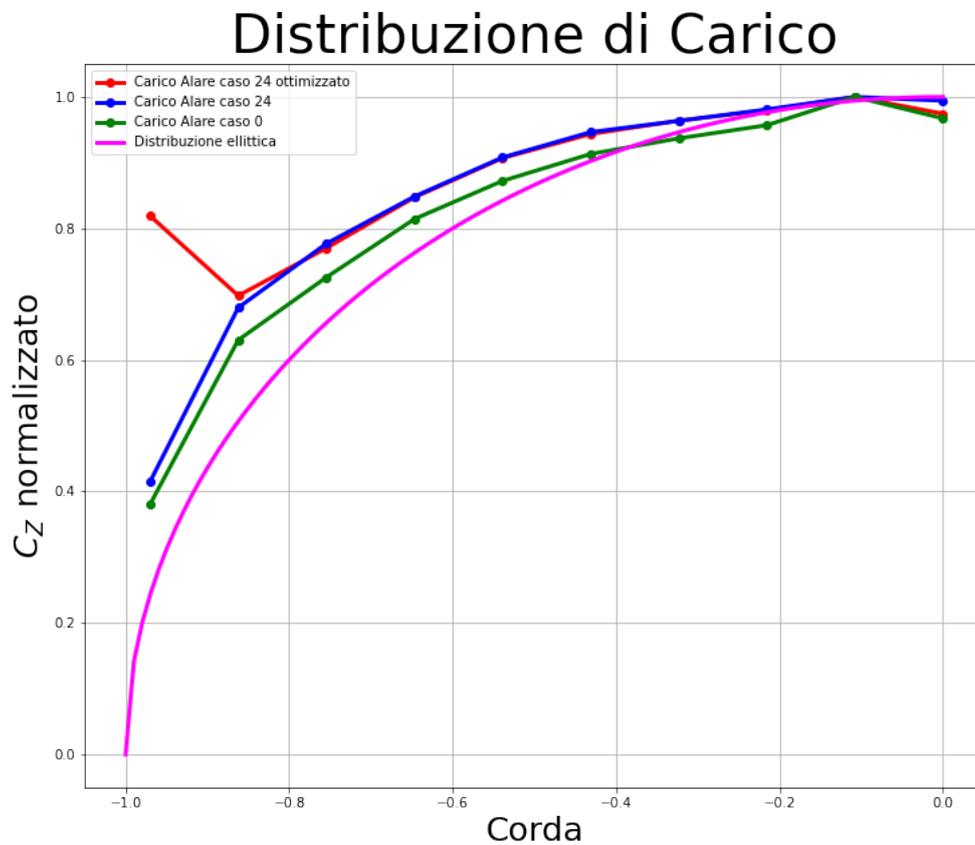


Figura 10.6: In figura è possibile vedere con differenti colori i carichi alari calcolati per le diverse configurazioni di ala anteriore. La curva in magenta rappresenta il carico alare ellittico che rappresenta la condizione di minore resistenza all'avanzamento.

È possibile vedere che in tutti e tre i casi l'andamento ellittico della curva è seguito abbastanza bene. Si può notare che tra il caso iniziale (*caso 0*) ed i due casi finali (*caso 24* e (*24 ottimizzato*)) vi è un innalzamento del valore di  $C_z$  normalizzato, infatti l'ala del caso 24 presenta angoli di attacco più elevati e di conseguenza maggiore  $C_z$ . Si può anche notare che nel caso 24 ottimizzato, ossia quello ottenuto dopo i calcoli con l'aggiunto, si ha un valore elevato del carico in corrispondenza del *tip* dell'ala. Questo è una conseguenza dell'aumento del carico in quella zona che era stato indicato dai calcoli con l'aggiunto come metodo per ottimizzare deportanza e pressione totale in ingresso al fondo. Per valutare il carico alare, l'ala è stata suddivisa in dieci sezioni (figura 10.7) e per ciascuna di esse è stato calcolato il valore di spinta verticale che è stato poi adimensionalizzato con l'area proiettata sul terreno:

$$C_{z_i} = \frac{F_{z_i}}{0.5 \cdot \rho \cdot u^2 \cdot A_{z_i}},$$

quindi tale valore è stato normalizzato ad 1 per poterlo correttamente rappresentare e confrontare con il carico ellittico.

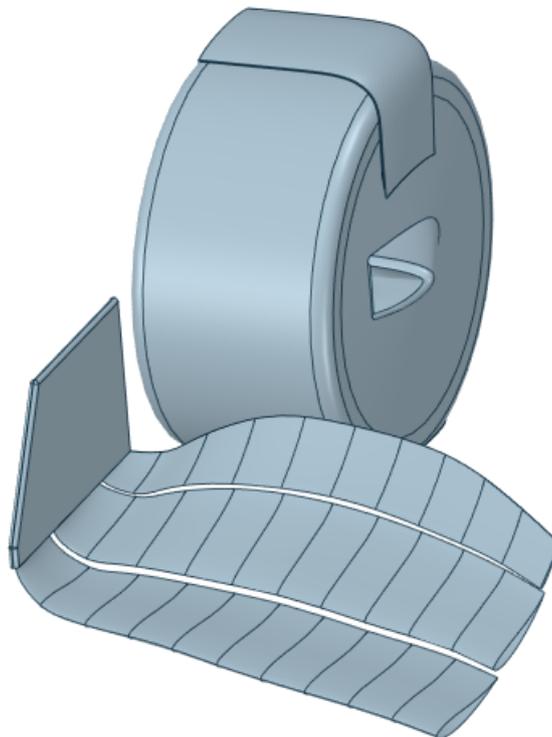


Figura 10.7: In figura è possibile visualizzare i segmenti che suddividono l'ala anteriore in 10 elementi, i quali sono stati poi utilizzati per valutare la distribuzione di carico nella direzione  $y$  di estensione dell'ala.

Infine sono stati applicati dei modelli di transizione per cercare di catturare il fenomeno di passaggio da flusso laminare a flusso turbolento sull'ala. Sono stati provati due modelli e per cercare di ottenere dei buoni risultati è stato necessario generare nuove *mesh* sufficientemente fini da riuscire a catturare il fenomeno. Questo è stato purtroppo impossibile da portare a termine a causa dell'eccessivo carico computazionale non assolvibile dal calcolatore utilizzato per questo studio.

## Bibliografia

- [1] J. Westerweel F. Nieuwstadt, B. Boersma. Turbulence. introduction to theory and applications of turbulent flows. *Springer*, 2.
- [2] Marco Giachi Mauro Forghieri. *Capire la Formula 1*. Minerva, 2020.
- [3] 2022 formula 1 technical regulations. <https://www.fia.com/regulation/category/969>, Accessed: 30 March 2020.
- [4] Web page: <https://www.wolfdynamics.com/>.
- [5] F.R.Menter. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA Journal*, 32:1598–1605, 1994.
- [6] John Edward Fackrell. The aerodynamics of an isolated wheel rotating in contact with the ground. *Thesis for the degree of Doctor of Philosophy in the Faculty of Engineering*, 1974.
- [7] Marco Cavazzuti. *Optimization Methods: From Theory to Design*. Springer, 2013.
- [8] ANSYS. Ansys fluent gradient-based optimization. 2020.
- [9] Arthur Stück. *Adjoint Navier-Stokes Methods for Hydrodynamic Shape Optimization*. TUHH, 2012.