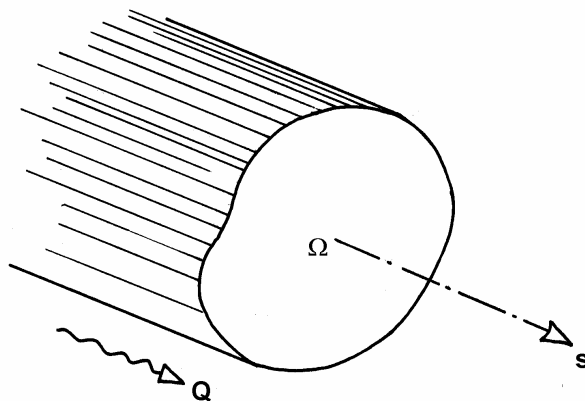


Lezione 18

LA VALUTAZIONE DI j

- L'equazione di continuità e l'equazione del moto per le correnti richiedono, per essere risolte, un'espressione che leghi j alle caratteristiche cinematiche della corrente.

Per determinare tale relazione consideriamo un moto stazionario (quindi indipendente dal tempo) e uniforme (quindi indipendente dalla coordinata s). La sezione (di forma arbitraria) deve essere perciò costante. Si ricordi che



$$j = \frac{\tau}{\gamma R_i}$$

L'analisi del problema mostra che τ dipende:

- dalle caratteristiche del fluido ρ, ν
- dalla dimensione e dalla forma della sezione descrivibile dal raggio idraulico R_i (o convenzionalmente dalla dimensione $4R_i$) e da parametri di forma ε_{fi}
- dalle dimensioni della scabrezza y_r che influenza senza dubbio il valore della tensione alla parete
- dalla velocità media della corrente U

(si potrebbe pensare che τ sia influenzato anche dalla portata Q . Tuttavia avendo affermato che τ dipende da U e Ω e sapendo che $Q = U\Omega$, sarebbe ridondante affermare che τ dipende anche da Q)

Si ha dunque

$$\tau = f(4R_i, \varepsilon_{fi}, y_r, U, \rho, \nu)$$

Applicando il teorema Π (vedi LEZIONE 11) e scegliendo come grandezze dimensionalmente indipendenti $4R_i, U, \rho$ si ottiene

$$\frac{\tau}{\rho U^2} = f_1\left(\frac{4R_i U}{\nu}, \frac{y_r}{4R_i}, \varepsilon_{fi}\right)$$

La quantità j può dunque essere valutata utilizzando l'espressione

$$j = \frac{\tau}{\gamma R_i} = \frac{\rho U^2 f_1}{\rho g R_i} = \frac{U^2}{2g} \frac{8 f_1}{4 R_i} = \frac{\lambda}{4 R_i} \frac{U^2}{2g}$$

$$\text{dove } \lambda = 8 f_1 = \lambda\left(\frac{4 R_i U}{\nu}, \frac{y_r}{4 R_i}, \varepsilon_{fi}\right)$$

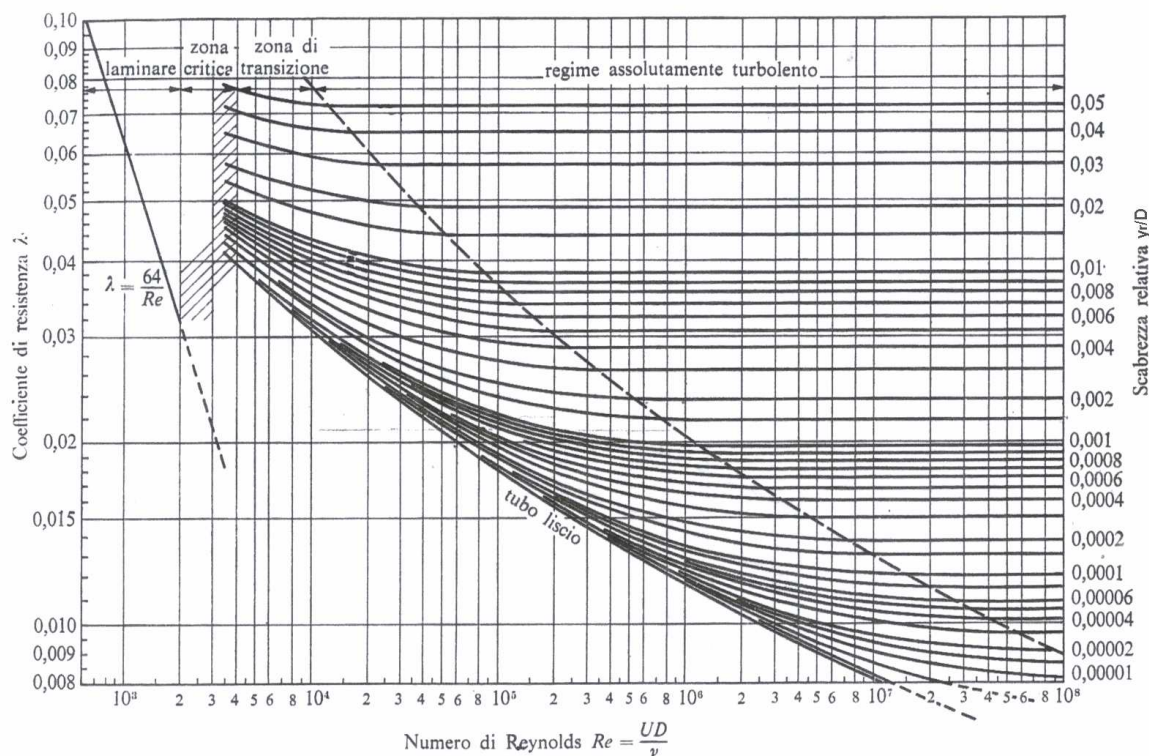
λ è detto coefficiente di resistenza e dipende dal numero di Reynolds $Re = \frac{4 R_i U}{\nu}$, dalla scabrezza relativa $\frac{y_r}{4 R_i}$ e dalla forma della sezione descritta dai parametri ε_{fi} .

Chiaramente per determinare λ è necessario ricorrere a misure sperimentali. Per un condotto a sezione circolare $4 R_i = D$, essendo D il diametro del condotto (infatti $R_i = \frac{\pi D^2}{4} / \pi D = \frac{D}{4}$).

Si ha dunque

$$\lambda = \lambda\left(\frac{UD}{\nu}, \frac{y_r}{D}\right)$$

Nel grafico sottostante (denominato diagramma di Moody) è riportato l'andamento di λ in funzione di $Re = UD/\nu$ per diversi valori di $\varepsilon = y_r/D$



Sempre per condotti a sezione circolare nel regime di moto turbolento esistono formule empiriche per la valutazione di λ . Una delle più usate, anche se non esplicita, è quella di Colebrook

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log_{10} \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{\varepsilon}{3.71} \right)$$

Notiamo che per valori di Re tendenti ad infinito, il valore di λ risulta indipendente da Re . Quando λ dipende solo da ε si ha il regime di parete assolutamente scabra. Per $\varepsilon = 0$ (parete liscia) λ dipende solo da Re . Il regime di transizione è quello in cui λ dipende sia da Re che da ε . Si noti infine che la formula di Colebrook è valida in regime di moto turbolento ($Re > 2000 - 2200$). Quando il regime di moto è laminare ($Re \leq 2000 - 2200$) il valore di λ può essere calcolato analiticamente (ciò verrà fatto nei corsi previsti sulla laurea specialistica) e risulta

$$\lambda = \frac{64}{Re}$$

-
- Per il calcolo di λ relativo a condotti di forma diversa dalla circolare si consultino libri di testo o manuali dell'ingegnere.
 - L'espressione di j è stata ottenuta supponendo il moto stazionario e uniforme. Nel caso di moti lentamente variabili o di condotti lentamente convergenti o divergenti, si utilizza la stessa espressione utilizzando i valori locali e istantanei di Re e ε (NOTA 1).

NOTA 1

Un valore indicativo di y_r può essere dedotto dalla seguente tabella

| | |
|---|---------------------------------|
| - Vetro, ottone, rame, piombo, tubi trafilati | $0.1 \cdot 10^{-4} \text{m}$ |
| - Tubi saldati, amianto - cemento | $0.5 \cdot 10^{-4} \text{m}$ |
| - Ghisa asfaltata | $1.0 \cdot 10^{-4} \text{m}$ |
| - Ferro galvanizzato | $1.5 \cdot 10^{-4} \text{m}$ |
| - Ghisa | $3-5 \cdot 10^{-4} \text{m}$ |
| - Calcestruzzo | $5-50 \cdot 10^{-4} \text{m}$ |
| - Tubi chiodati | $10-100 \cdot 10^{-4} \text{m}$ |