Università degli Studi di Genova

Dipartimento di Ingegneria delle Costruzioni dell'Ambiente e del Territorio

Un modello analitico tridimensionale e non lineare per l'idrodinamica e la morfodinamica di alvei meandriformi

G. Nobile, M. Bolla Pittaluga, G. Seminara

Genova, 21 Marzo 2007

Mississippi River (1930-1970)

PRINCIPALI PROCESSI CHE SI VERIFICANO IN ALVEI MEANDRIFORMI

- **Erosione della sponda esterna**
- **Generazione moto secondario**

  ↳ **deposito in sponda interna ("forced bars")**

  ↕ ***Interazione* ("risonanza")**

- **Generazione e propagazione di forme di fondo ("free or migrating bars")**

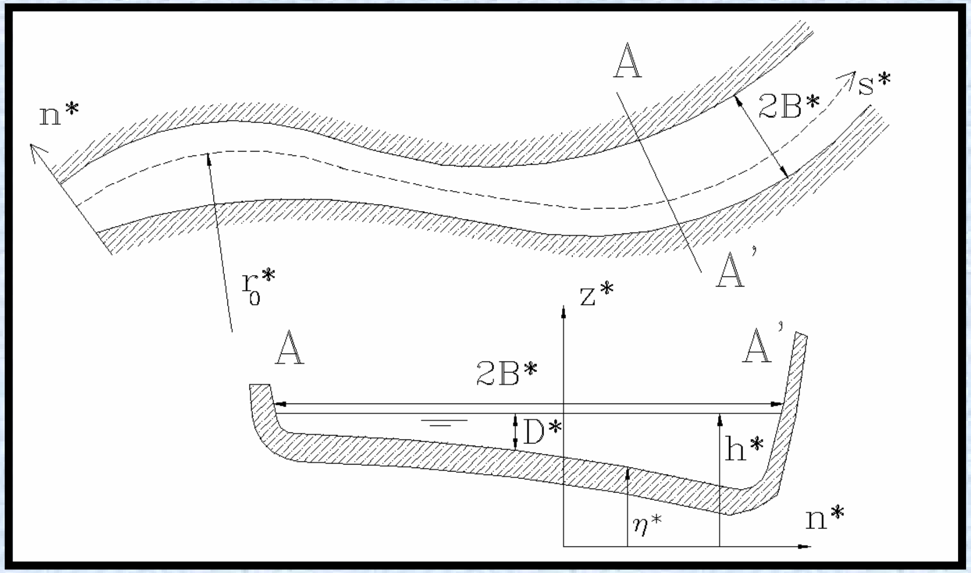
↪ **Evoluzione planimetrica degli alvei meandriformi**

RILEVANZA …

- **Aspetto scientifico**
- **Aspetto ingegneristico: predizione della massima profondità di scavo, navigazione, …**
- **Aspetto economico: Petroleum Engineering**
- **Proprietà privata**
- **…**

Un modello analitico tridimensionale e non lineare per l'idrodinamica e la morfodinamica di alvei meandriformi

Formulazione matematica del problema



Sistema di coordinate curvilinee ortogonali dimensionali (s^*,n^*,z^*)

IPOTESI

- Canale molto largo $\beta = \dfrac{B_u^*}{D_u^*} >> 1$
- Canale debolmente meandriforme
  $$\upsilon_0 = \frac{B_u^*}{R_0^*} << 1$$
- Materiale non coesivo
- Trasporto di fondo dominante
- Condizioni stazionarie

→ Tali ipotesi garantiscono un moto *lentamente variato*, sia in direzione longitudinale, sia in direzione trasversale

Non vi è alcuna ipotesi restrittiva a priori riguardante la forma del fondo (Seminara & Solari, 1998)

Formulazione matematica del problema

Parametri

$$\nu_0 = \frac{B_u^*}{R_o^*} \qquad \text{curvature ratio} \qquad \nu_0 << 1$$

$$\beta_u = \frac{B_u^*}{D_u^*} \qquad \text{width ratio} \qquad \beta_u >> 1$$

Adimensionalizzazione

$$\begin{cases} s = \dfrac{s^*}{B_u^*} \qquad D = \dfrac{D^*}{D_u^*} \qquad U = \dfrac{U^*}{U_u^*} \\ n = \dfrac{n^*}{B_u^*} \qquad h = \dfrac{h^*}{D_u^* F_u^2} \qquad V = \dfrac{V^*}{U_u^*} \\ \mathrm{z} = \dfrac{z^*}{D_u^*} \qquad \mathrm{W} = \dfrac{W^*}{U_u^*}\beta_u \end{cases}$$

Formulazione matematica del problema

EQUAZIONI DI GOVERNO

FASE LIQUIDA

- **3-D Reynolds**

$$N\left(U^2\right)_{,s} + \left(UV\right)_{,n} + \left(UW\right)_{,z} + 2N\nu_0 CUV = -N\left[h_{,s} - \beta_u C_{fu}\right] + \beta_u \sqrt{C_{fu}}\left(\nu_T U_{,z}\right)_{,z} \quad \text{(s)}$$

$$N\left(UV\right)_{,s} + \left(V^2\right)_{,n} + \left(VW\right)_{,z} + N\nu_0 C\left(V^2 - U^2\right) = -h_{,n} + \beta_u \sqrt{C_{fu}}\left(\nu_T V_{,z}\right)_{,z} \quad \text{(n)}$$

$$P_{,z} = -\frac{1}{F_u^2} \quad \text{(z)}$$

- **Continuità**

$$NU_{,s} + N\nu_0 CV + V_{,n} + W_{,z} = 0$$

FASE SOLIDA

- **Equazione di Exner**

$$N\left(q_{bs}\right)_{,s} + N\nu_0 C q_{bn} + \left(q_{bn}\right)_{,n} = 0$$

Formulazione matematica del problema

CONDIZIONI AL CONTORNO

FONDO

• Condizione di aderenza: $U = V = W = 0 \qquad (z = z_0)$

SUPERFICIE LIBERA

• Condizione cinematica: $NUh_{,s}F_u^2 + Vh_{,n}F_u^2 - W = 0 \qquad (z = hF_u^2)$

• Condizione dinamica: $\nu_T U_{,z} = \nu_T V_{,z} = P = 0 \qquad (z = hF_u^2)$

SPONDE

• Sponde impermeabili alla corrente ed ai sedimenti:
$$\begin{cases} \mathbf{q_{liq}} \cdot \mathbf{n_b}\big|_{n=+B,-B} = 0 \\ \mathbf{q_{sol}} \cdot \mathbf{n_b}\big|_{n=+B,-B} = 0 \end{cases}$$

VINCOLI INTEGRALI

• La portata liquida e solida devono mantenersi costanti lungo s :

$$\frac{Q_u^*}{B_u^* D_u^* U_u^*} = \int_{-B}^{B}\int_{z_0}^{hF_u^2} U dz dn \qquad \frac{Q_{su}^*}{\sqrt{(s-1) g d_s^{*3}}} = \int_{-B}^{B} q_{bs} dn$$

Formulazione matematica del problema

Trasformazione di variabili (s,n,z) → (σ,y,ζ)

$$\begin{cases} \sigma = \dfrac{s^*}{R_0^*} = \dfrac{s^*}{B_u^*}\dfrac{B_u^*}{R_0^*} = \nu_0 s & \lambda \sim O(\nu_0) \\ y = \dfrac{n^*}{B^*} = \dfrac{n^*}{B_u^*} = n & (-1 \le y \le 1) \\ \zeta = 1 - \dfrac{z^* - h^*}{D^*} = 1 - \dfrac{hF_u^2 - z}{D} & (\zeta_0 \le \zeta \le 1) \end{cases}$$

$B^* = B^*_u$ costante

Le derivate:

$$\frac{\partial}{\partial s} \to \nu_0 \frac{\partial}{\partial \sigma} + \nu_0 \left[\frac{(1-\zeta) D,_\sigma - F_u{}^2 h,_\sigma}{D} \right] \frac{\partial}{\partial \zeta}$$

Sviluppo in serie di potenze

Le funzioni incognite sono perturbate attraverso un'espansione in serie di potenze del parametro piccolo

$$\delta = \frac{\nu_0}{\beta_u \sqrt{C_u}} << 1$$

$$(U,V,W,D,h) = (U_0, 0, 0, D_0, h_0/\delta) + \delta(U_1, V_1, W_1, D_1, h_1) + \delta^2(U_2, V_2, W_2, D_2, h_2) + O(\delta^3)$$

↓

moto uniforme in canale rettilineo avente una **topografia del fondo incognita**

$O(\delta^1)$ → **moto secondario** al minimo ordine di approssimazione

$(\mathbf{U=U_0+\delta U_1 \quad V=\delta V_1 \quad W=\delta W_1})$

$O(\delta^2)$ → introduzione dei **termini convettivi**

$(\mathbf{V=\delta V_1+\delta^2 V_2})$

PRIMO ORDINE

Equazione lungo s

$$N\left(U^2\right)_{,s}+\left(UV\right)_{,n}+\left(UW\right)_{,z}+2N\nu_0 CUV=-N\boxed{\left[h_{,s}-\beta_u C_{fu}\right]}+\boxed{\beta_u\sqrt{C_{fu}}\left(\nu_T U_{,z}\right)_{,z}}$$

$\boxed{O\left(\delta^0\right)}$

$$R_0=\left(1-\frac{h_{0,\sigma}}{\sqrt{C_{fu}}}\right)$$

$$U_0=R_0^{1/2}D_0^{1/2}F_0 \rightarrow \begin{cases}\boxed{\left(NF_{0,\zeta}\right)_{,\zeta}}=\boxed{-\sqrt{C_{fu}}}\\ F_0\big|_{\zeta_0}=0\\ F_{0,\zeta}\big|_1=0\end{cases}$$

Bilancio tra tensioni al fondo e gravità

Distribuzione di velocità logaritmica

Moto uniforme

Equazione lungo n

$$N\left(UV\right)_{,s}+\left(V^2\right)_{,n}+\left(VW\right)_{,z}+N\nu_0 C\left(V^2\boxed{-U^2}\right)=\boxed{-h_{,n}}+\boxed{\beta_u\sqrt{C_{fu}}\left(\nu_T V_{,z}\right)_{,z}}$$

$\boxed{O\left(\delta\right)}$

$$V_1=CR_0^{1/2}D_0^{3/2}G_1 \rightarrow \begin{cases}\boxed{\left(NG_{1,\zeta}\right)_{,\zeta}}=\boxed{a_1}-\boxed{\left[F_0^2\right]}\\ G_1\big|_{\zeta_0}=0\\ G_{1,\zeta}\big|_1=0\end{cases}$$

Moto secondario indotto dal termine centrifugo e dalla pendenza trasversale del pelo libero

$a_1(\sigma,y)$ funzione incognita indipendente da ζ

$G_1(\sigma,y,\zeta)= a_1(\sigma,y)\, G_{11}(\zeta)+ G_{12}(\zeta)$

Equazione di continuità

$$\boxed{NU_{,s}} + N\nu_0 CV \boxed{+V_{,n}} \boxed{+W_{,z}} = 0$$

$\boxed{O(\delta)}$

$$a_1 = a_{10} - \frac{a_{11}}{C D_0^{5/2} I_{F_0} R_0^{1/2}} \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma} \int_{-1}^{y} \left(D_0 \int_{\zeta_0}^{1} U_0 \right) \right\}$$

Già al minimo ordine il moto secondario è sfasato rispetto alla curvatura per effetto delle derivate longitudinali presenti in a_1

$G_1(\sigma,y,\zeta) = a_1(\sigma,y)\ G_{11}(\zeta) + G_{12}(\zeta)$

Equazione di Exner

$$\boxed{N(q_{bs})_{,s}} + N\nu_0 C q_{bn} + \boxed{(q_{bn})_{,n}} = 0$$

$\boxed{O(\delta)}$

$$D_{0,y} = \frac{\sqrt{D_0 R_0}}{R'} \left\{ -\left.\frac{V_{1,\zeta}}{U_{0,\zeta}}\right|_{\zeta_0} - \frac{\beta_u \sqrt{C_{fu}}}{\Phi_0} \frac{\partial}{\partial \sigma} \left[\int_{-1}^{y} \Phi_0 \right] \right\}$$

Φ_0 Portata solida longitudinale

Incognite:

1. **Profondità in sponda interna: $D_0|_{y=-1}$**
2. **Correzione pendenza superf. libera: $h_{0,\sigma} \propto R_0$**

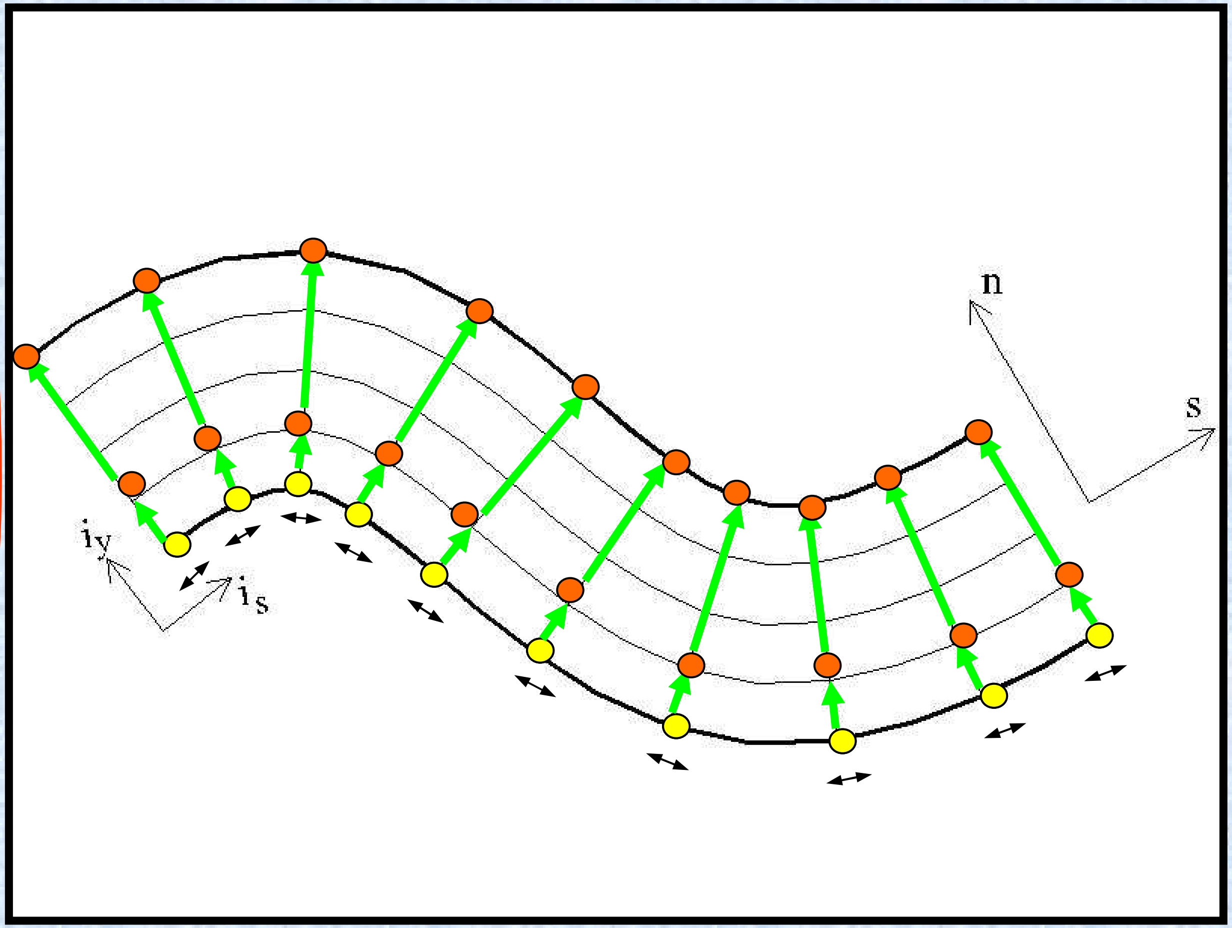
Il problema è ben posto?

Suddividiamo il meandro in un numero pari a N sezioni longitudinali

INCOGNITE	**EQUAZIONI**
Ogni sezione 2 variabili incognite:	**Ogni sezione 2 vincoli integrali:** $\boxed{O\left(\delta^0\right)}$
➢ **Profondità in sponda interna:** $D_0\|_{y=-1}$	➢ **portata liquida** $\dfrac{Q_u^*}{B_u^* D_u^* U_u^*} = \int_{-B}^{B}\int_{z_0}^{hF_u^2} U_0 \, dz\, dn$
➢ **Correzione pendenza superf. libera:** $h_{0,\sigma}$	➢ **portata solida** $\dfrac{Q_{su}^*}{\sqrt{(s-1) g d_s^{*3}}} = \int_{-B}^{B} q_{bs0} \, dn$
⬇	⬇
2N INCOGNITE	**2N EQUAZIONI**

RISOLUZIONE NUMERICA

- **Si ipotizzano i valori delle incognite su tutta la sponda y=-1**
- **Si calcolano i valori locali delle funzioni e dei parametri necessari**
- **Si valutano le derivate longitudinali di tali funzioni**
- **Si integrano le equazioni integro-differenziali $D_{,y}$ da i_y ad i_y+1**
- **Si ricavano le $D|_{y+1}$ per tutte le sezioni**
- **Si ripetono i passi precedenti sino alla sponda opposta**
- **In sponda esterna si calcolano i valori dei vincoli integrali**



- **Si variano i valori delle condizioni iniziali fino a soddisfare i vincoli integrali in tutte le sezioni, utilizzando un metodo del gradiente tipo Newton-Raphson**

SECONDO ORDINE

Equazione lungo s

$$\boxed{N\left(U^2\right)_{,s}}+\boxed{\left(UV\right)_{,n}}+\boxed{\left(UW\right)_{,z}}+2N\nu_0 CUV=-N\boxed{\left[h_{,s}-\beta_u C_{fu}\right]}+\boxed{\beta_u\sqrt{C_{fu}}\left(\nu_T U_{,z}\right)_{,z}}$$

$\boxed{O(\delta)}$

$$U_1=R_0^{1/2}D_0^{1/2}F_1 \rightarrow \begin{cases} \boxed{\left(NF_{1,\zeta}\right)_{,\zeta}}=\boxed{+R_1}\boxed{+\frac{1}{2}R_2\left[F_0^2\right]}\boxed{+\frac{1}{2}R_3\left[F_0 CG_1\right]} \\ \qquad \boxed{-\frac{3}{2}R_{2b}\left[F_{0,\zeta}\int_{\zeta_0}^{\zeta}F_0\right]}\boxed{-\frac{5}{2}R_3\left[F_{0,\zeta}\int_{\zeta_0}^{\zeta}CG_1\right]} \\ F_1\big|_{\zeta_0}=0 \\ F_{1,\zeta}\big|_1=0 \end{cases}$$

Al primo ordine compaiono i termini convettivi nella correzione del moto longitudinale

I coefficienti dipendono solo da σ,y e sono tutti già noti a meno delle incognite $D_1(\sigma,y)$ e $h_{01,\sigma}$

$$R_1=-\sqrt{C_{fu}}\left(\frac{D_1}{D_0}-\frac{U_{1,\zeta}}{U_{0,\zeta}}\bigg|_{\zeta_0}\right)+yC\beta_u C_{fu}+\frac{h_{01,\sigma}}{R_0};\quad R_2=D_{0,\sigma}+\frac{D_0}{R_0}R_{0,\sigma};\quad R_{2b}=D_{0,\sigma}+\frac{D_0}{3R_0}R_{0,\sigma};$$

$$R_3=\frac{1}{\beta_u\sqrt{C_{fu}}}D_0 D_{0,y}$$

SECONDO ORDINE

Equazione lungo n

$$N(UV)_{,s}+\left(V^2\right)_{,n}+(VW)_{,z}+N\nu_0C\left(V^2-U^2\right)=-h_{,n}+\beta_u\sqrt{C_{fu}}\left(\nu_T V_{,z}\right)_{,z}$$

$\boxed{O\left(\delta^2\right)}$

$$V_2=CR_0^{1/2}D_0^{3/2}G_2\rightarrow\begin{cases}\left(NG_{2,\zeta}\right)_{,\zeta}=a_2+a_1R_5+\dfrac{R_{4b}}{C\sqrt{C_{fu}}}\left[F_0^2\right]+\dfrac{3}{2}\dfrac{R_{6b}}{C}\left[F_0CG_1\right]+\dfrac{3}{2}\dfrac{R_3}{C}\left[(CG_1)^2\right]\\ \quad-2\left[F_0F_1\right]-\dfrac{3}{2}\dfrac{R_{2b}}{C}\left[CG_{1,\zeta}\displaystyle\int_{\zeta_0}^{\zeta}F_0\right]-\dfrac{5}{2}\dfrac{R_3}{C}\left[CG_{1,\zeta}\displaystyle\int_{\zeta_0}^{\zeta}CG_1\right]\\ \quad+\dfrac{D_0}{C}\left[F_0\dfrac{\partial}{\partial\sigma}(CG_1)\right]\\ G_2\big|_{\zeta_0}=0\\ G_{2,\zeta}\big|_1=0\end{cases}$$

$a_2(\sigma,y)$ funzione incognita indipendente da ζ

$G_2(\sigma,y,\zeta)= a_2(\sigma,y)\ G_{21}(\zeta)+ G_{22}(\zeta)$

Al secondo ordine compaiono i termini convettivi nella correzione del moto secondario

I coefficienti dipendono solo da σ,y e sono tutti già noti a meno delle incognite D_1(s,y) e $h_{01,\sigma}$

$$R_5=\left(\frac{D_1}{D_0}-\left.\frac{U_{1,\zeta}}{U_{0,\zeta}}\right|_{\zeta_0}\right)\qquad R_{4b}=\left(-R_5+yC\beta_u\sqrt{C_{fu}}\right)\qquad R_{6b}=D_{0,\sigma}+\frac{D_0}{3R_0}R_{0,\sigma}$$

SECONDO ORDINE

Equazione di continuità

$$\boxed{NU_{,s}} + \boxed{N\nu_0 CV} + \boxed{V_{,n}} + \boxed{W_{,z}} = 0$$

$$\boxed{O(\delta^2)}$$

$$\boxed{a_2 = a_{20} - \frac{a_{21}}{C R_0^{1/2} D_0^{5/2}} \left\{ C q_{y1} y + \frac{\partial}{\partial \sigma} \int_{-1}^{y} q_{\sigma 1} + \frac{1}{\beta_u \sqrt{C_{fu}}} D_1 \int_{\zeta_0}^{1} V_1 \right\}}$$

$q_{\sigma 1}(\sigma, y) = D_0 \int_{\zeta_0}^{1} U_1 + \mathrm{D}_1 \int_{\zeta_0}^{1} U_0$ Portata liquida longitudinale $O(\delta)$

$q_{y1}(\sigma, y) = D_0 \int_{\zeta_0}^{1} V_1$ Portata liquida trasversale $O(\delta)$

SECONDO ORDINE

Equazione di Exner

$$\boxed{N(q_{bs})_{,s}} + \boxed{N\nu_0 C q_{bn}} + \boxed{(q_{bn})_{,n}} = 0$$

$\boxed{O(\delta^2)}$

$$D_{1,y} = \frac{\sqrt{D_0 R_0}}{R'\Phi_0}\left\{\begin{array}{l} +q_{by1}\left.\dfrac{U_{1,\zeta}}{U_{0,\zeta}}\right|_{\zeta_0} - \dfrac{\Phi_1}{\Phi_0} q_{by1} - \beta_u\sqrt{C_{fu}}\,Cyq_{by1} \\ -\Phi_0\left.\dfrac{V_{2,\zeta}}{U_{0,\zeta}}\right|_{\zeta_0} - \beta_u\sqrt{C_{fu}}\dfrac{\partial}{\partial\sigma} b_0\displaystyle\int_{-1}^{y} q_{b\sigma 1} \end{array}\right\} + F_u^2 h_{1,y}$$

$q_{b\sigma 1}$ Portata solida longitudinale $O(\delta)$

q_{by1} Portata solida trasversale $O(\delta)$

Incognite:

1. **Correzione profondità in sponda interna: $D_1|_{y=-1}$**
2. **Correzione pendenza superf. libera:** $h_{01,\sigma}$

Vincoli integrali: $O(\delta)$

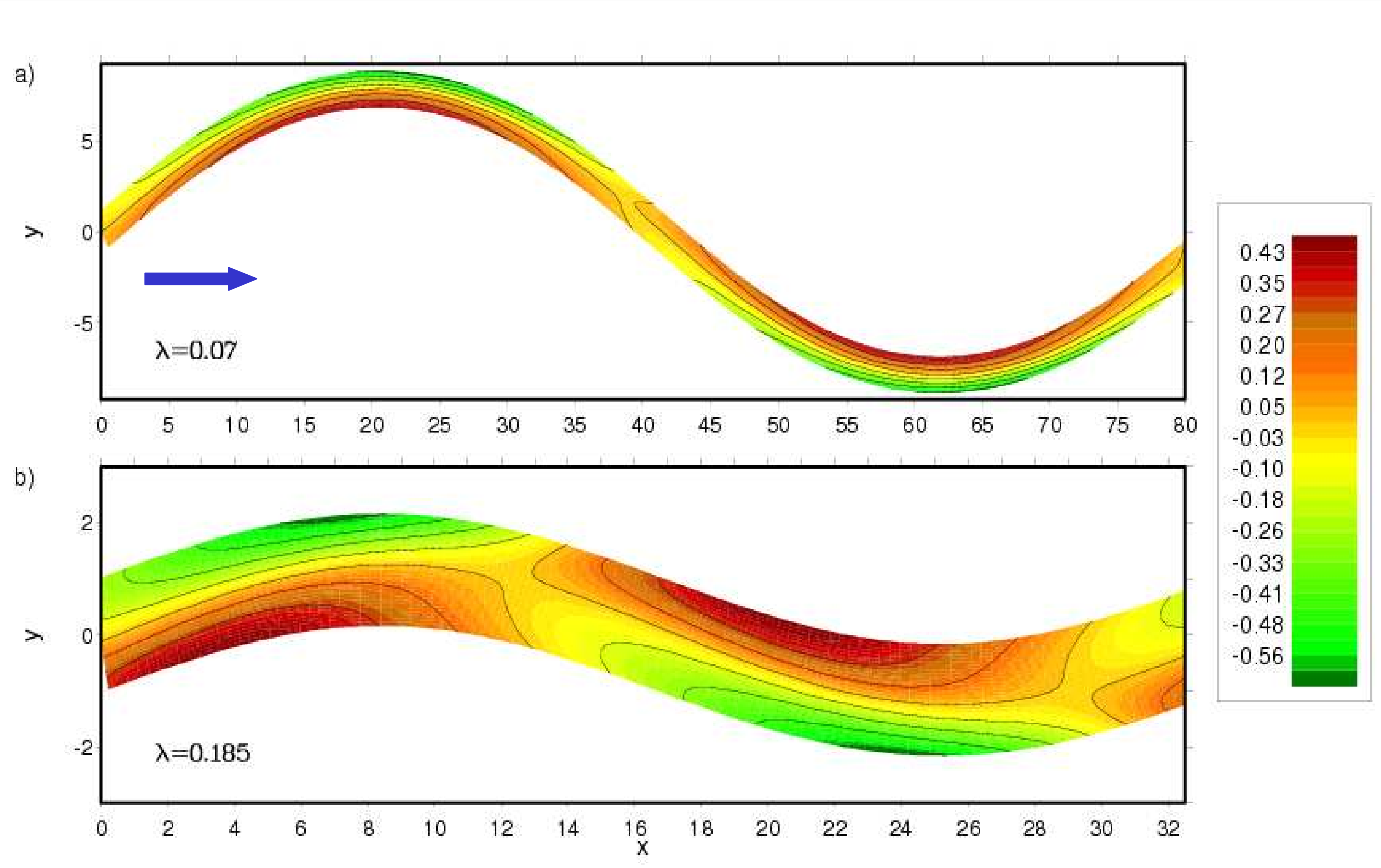
1. **Portata liquida** $\dfrac{Q_u^*}{B_u^* D_u^* U_u^*} = \displaystyle\int_{-B}^{B}\int_{z_0}^{hF_u^2} U_1\,dz\,dn$
2. **Portata solida** $\dfrac{Q_{su}^*}{\sqrt{(s-1)g d_s^{*3}}} = \displaystyle\int_{-B}^{B} q_{bs1}\,dn$

RISULTATI PRELIMINARI

Canale a larghezza costante

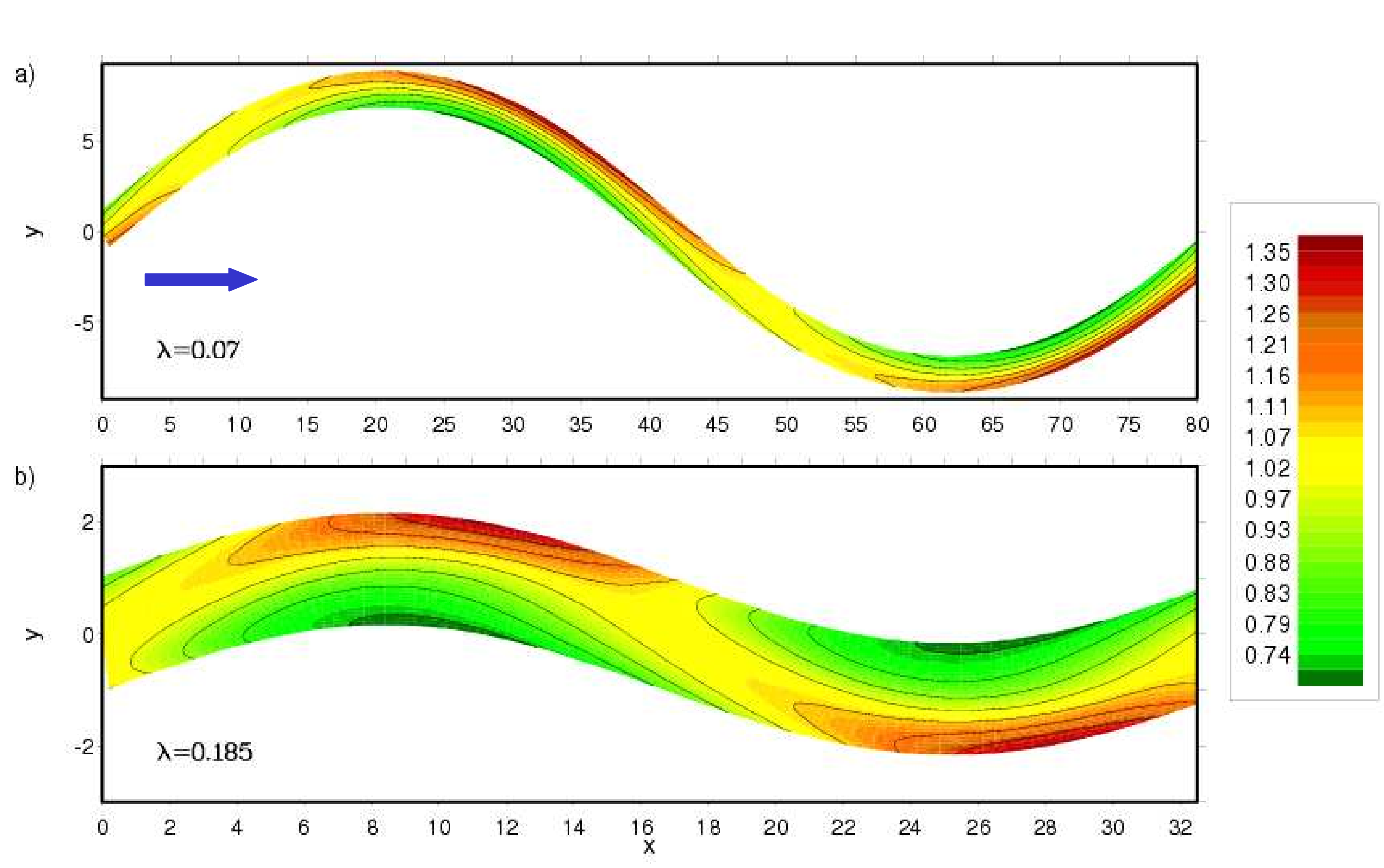
Variazione della quota del fondo $\Delta\eta$ rispetto alla configurazione iniziale

$\nu_0 = 0.04 - d_{50} = 0.005 - \beta = 7.0 - \theta = 0.1$



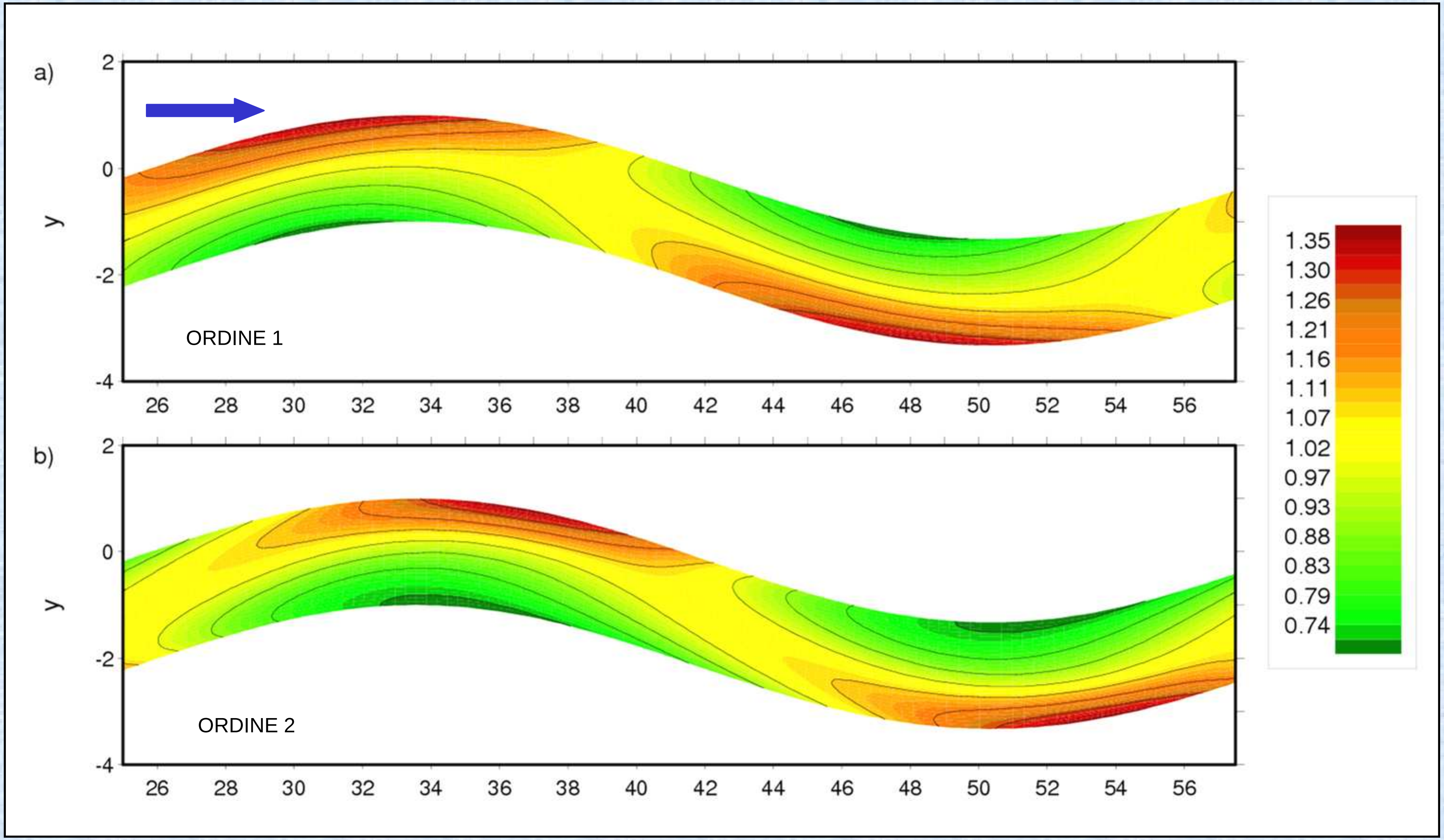
Velocità longitudinale U integrata sulla verticale

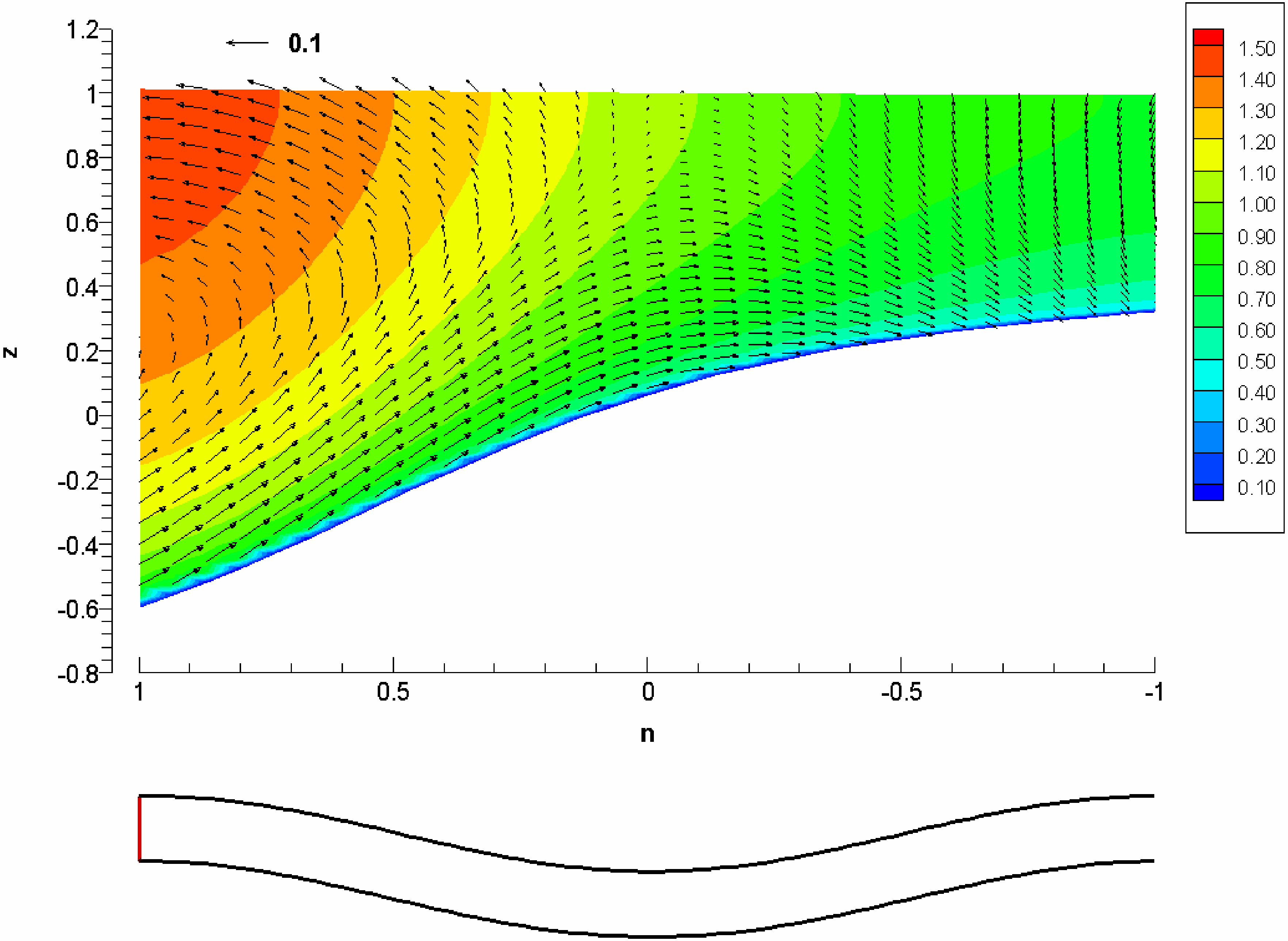
$\nu_0 = 0.04 – d_{50} = 0.005 – \beta = 7.0 – \theta = 0.1$



Velocità longitudinale U integrata sulla verticale

$\nu_0 = 0.04 – d_{50} = 0.005 – \beta = 7.0 – \theta = 0.1 – \lambda = 0.185$

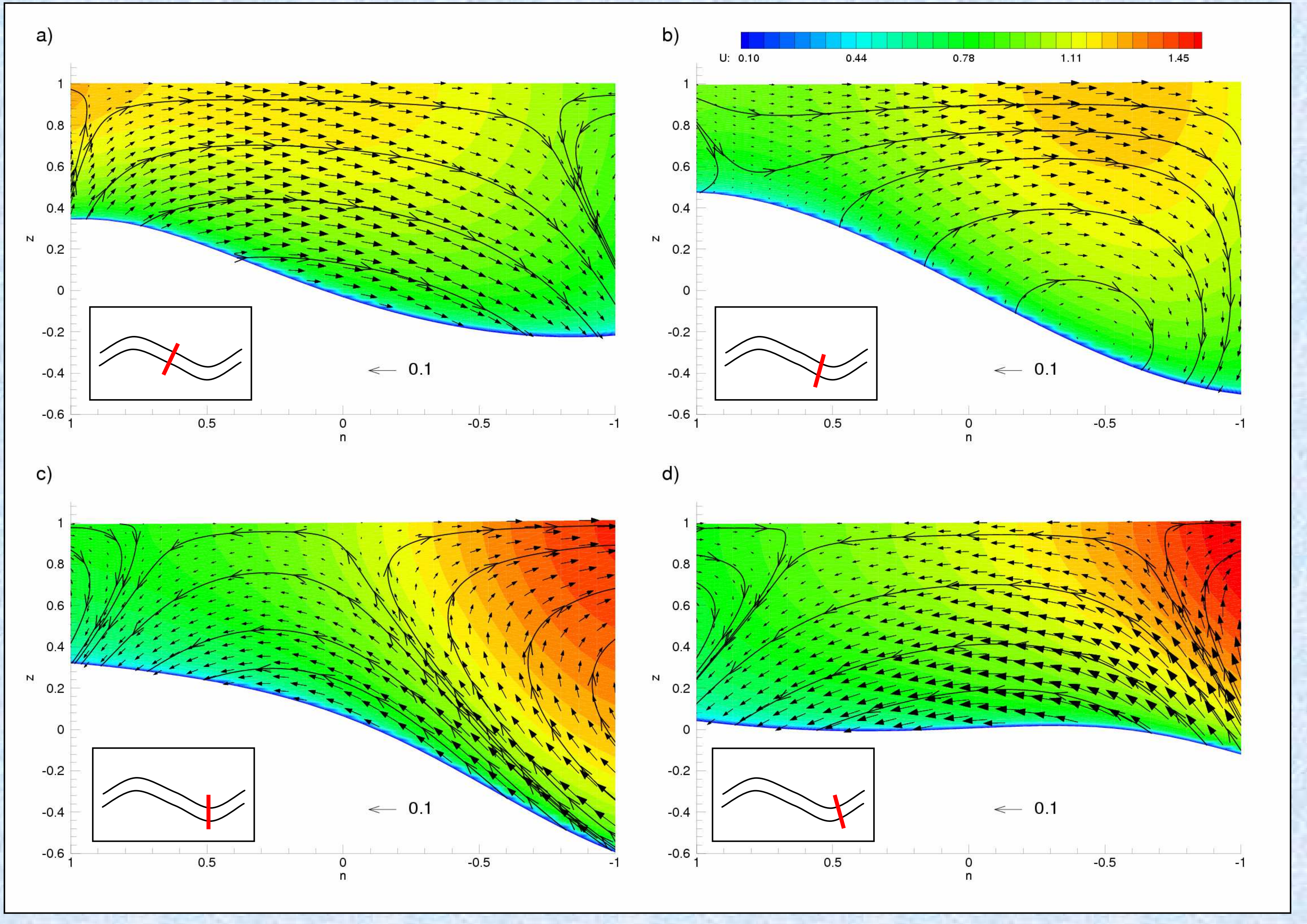




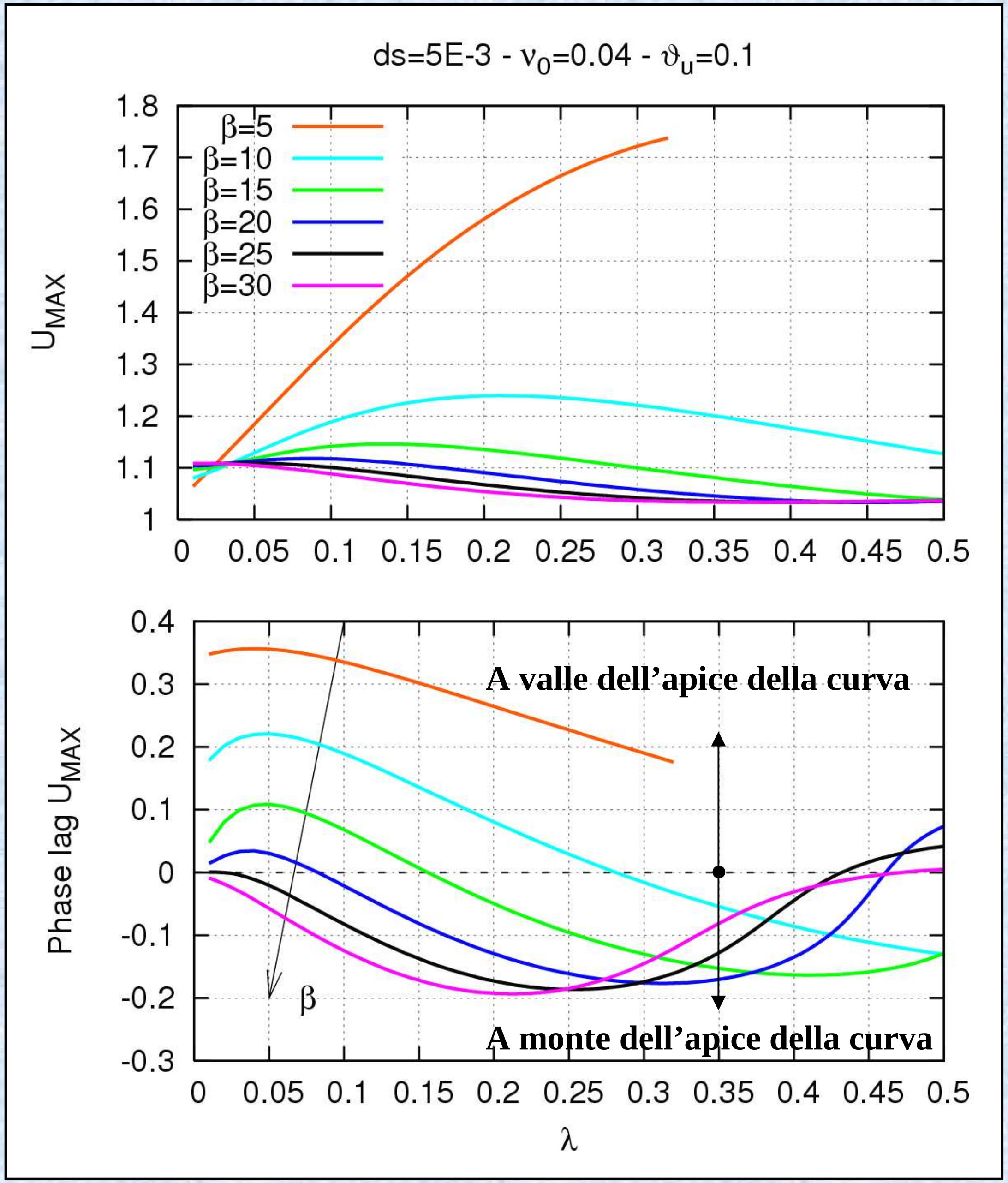
0.1
1.50
1.40
1.30
1.20
1.10
1.00
0.90
0.80
0.70
0.60
0.50
0.40
0.30
0.20
0.10
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
-0.8
z
1
0.5
0
-0.5
-1
n

Campo di moto in sezioni trasversali

$\nu_0 = 0.04 – d_{50} = 0.005 – \beta = 7.0 – \theta = 0.1 – \lambda = 0.185$



Massimo della velocità longitudinale integrata sulla verticale U – Phase lag



EVOLUZIONE PLANIMETRICA dei MEANDRI

$$\underbrace{\text{MODELLO MORFODINAMICO} \quad + \quad \text{LEGGE DI EROSIONE}}$$

EVOLUZIONE PLANIMETRICA (Zolezzi et al., JFM 2001)

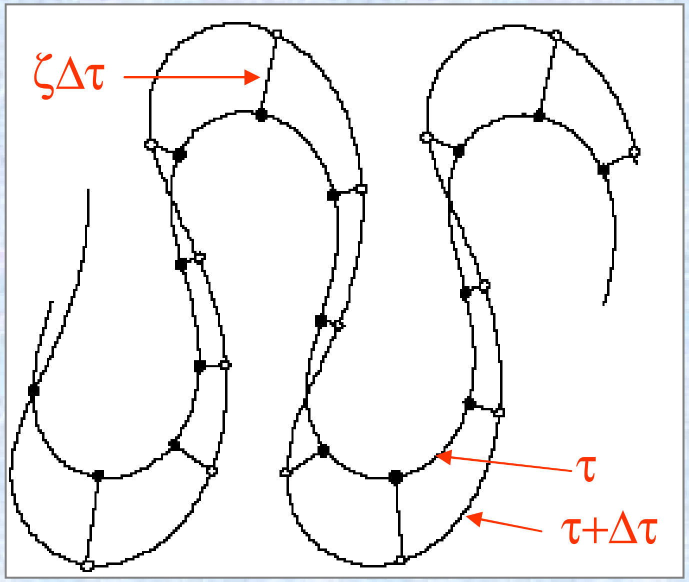
LEGGE di EROSIONE
(Ikeda, Parker & Sawai, JFM 1981)

$$\boxed{\zeta = E(U_{n=1} - U_{n=-1})}$$

velocità di migrazione dell'asse

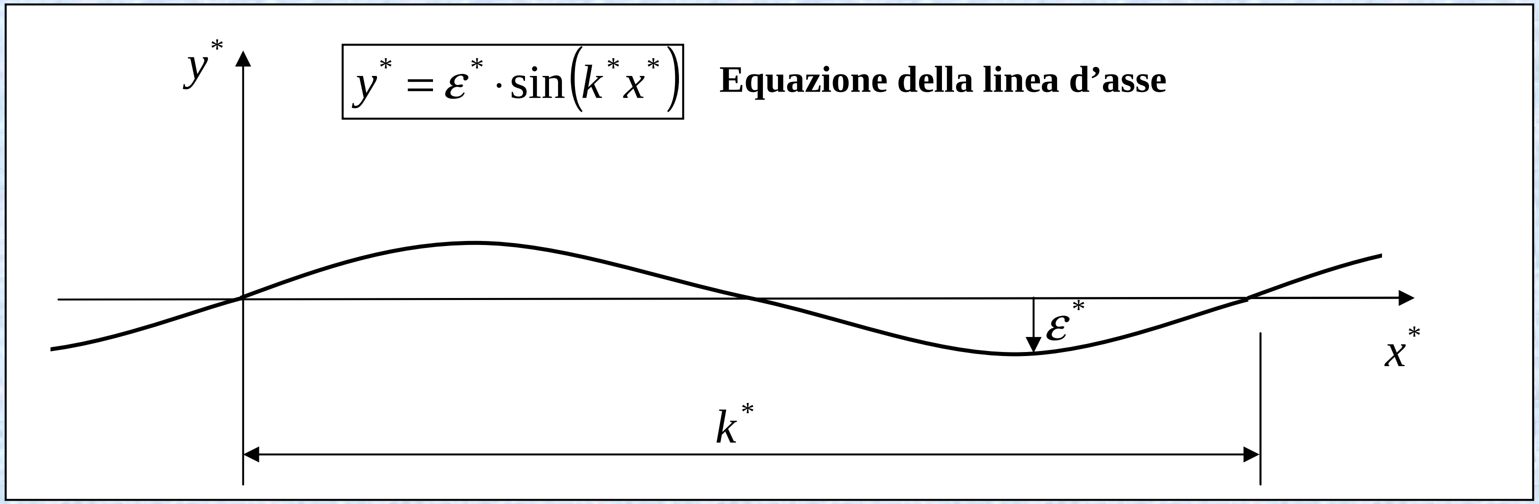
coefficiente adimensionale di erodibilità delle sponde

componente longitudinale, mediata sulla profondità, della velocità della corrente



ANALISI DI STABILITA' PLANIMETRICA

Qual'è la lunghezza d'onda selezionata nel processo di formazione del meandro?



Fissato ε – Variando k $\longrightarrow$ $(\nu_0 = \varepsilon \cdot k^2)$

- **Il meandro tende ad amplificarsi o ad attenuarsi?**
- **Il meandro migra verso valle o verso monte?**

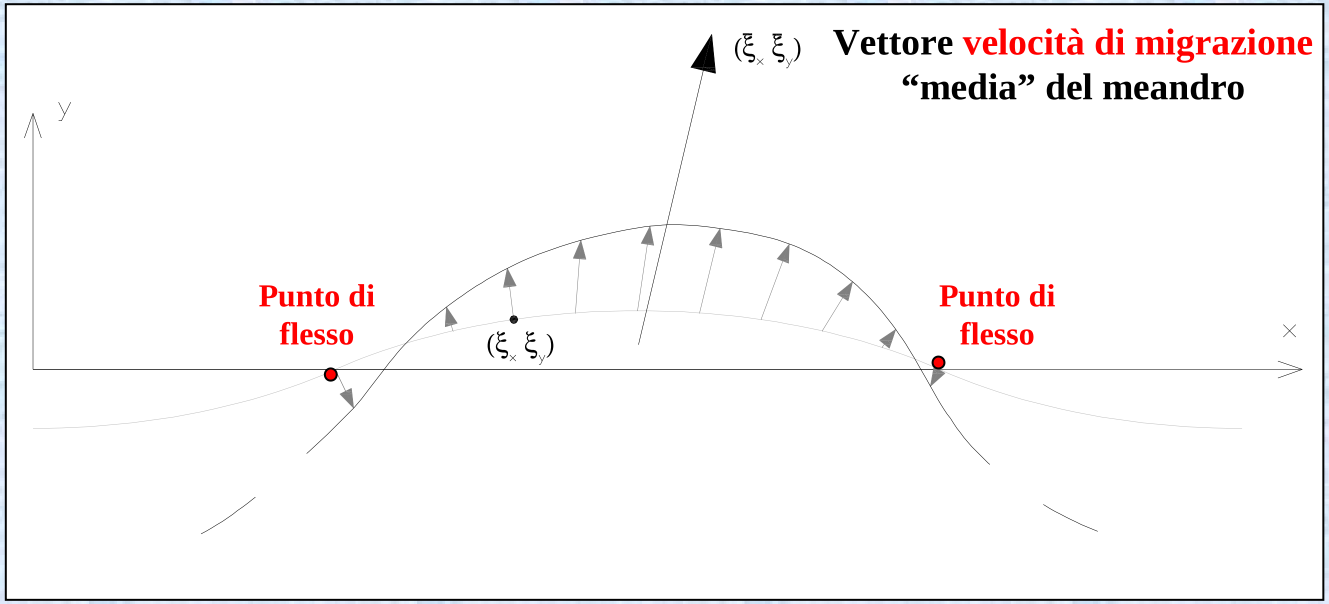
ANALISI DI STABILITA' PLANIMETRICA

Criteri per l'amplificazione e la migrazione

1. Criterio integrale

$\overline{\varsigma_x} \rightarrow$ **MIGRAZIONE**

$\overline{\varsigma_y} \rightarrow$ **AMPLIFICAZIONE**



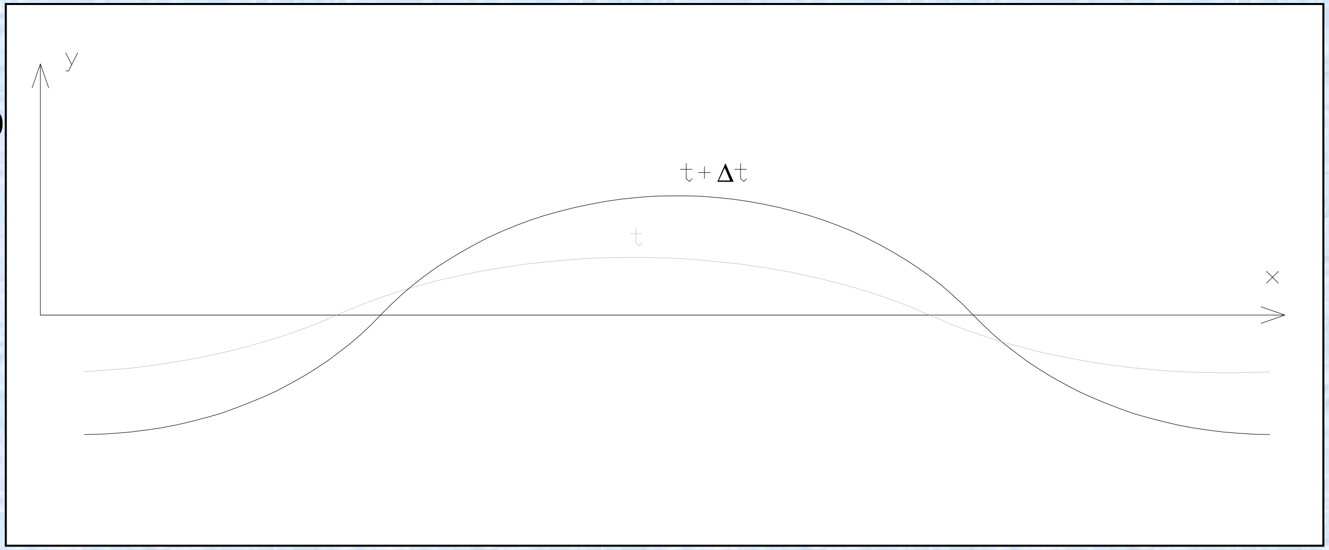
2. Criterio armonico

Ampiezza della fondamentale (t+Δt)

→ AMPLIFICAZIONE

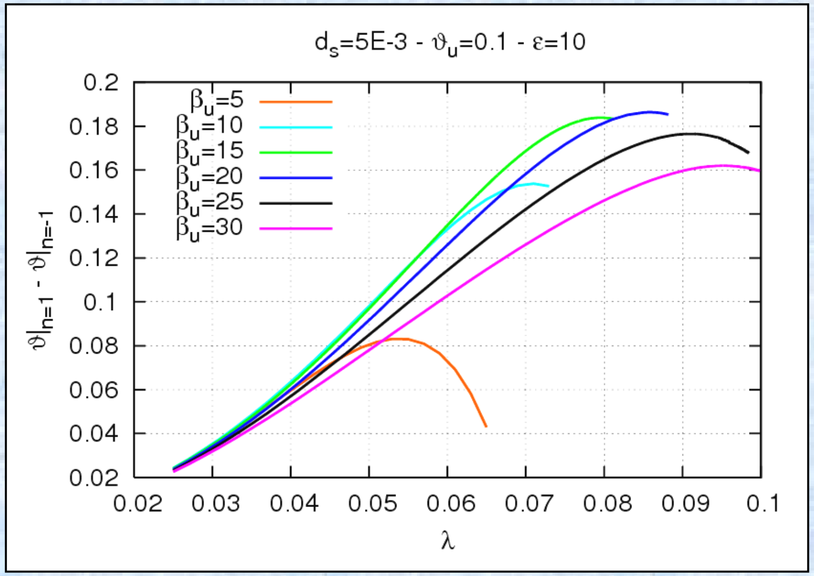
Fase della fondamentale (t+Δt)

→ MIGRAZIONE

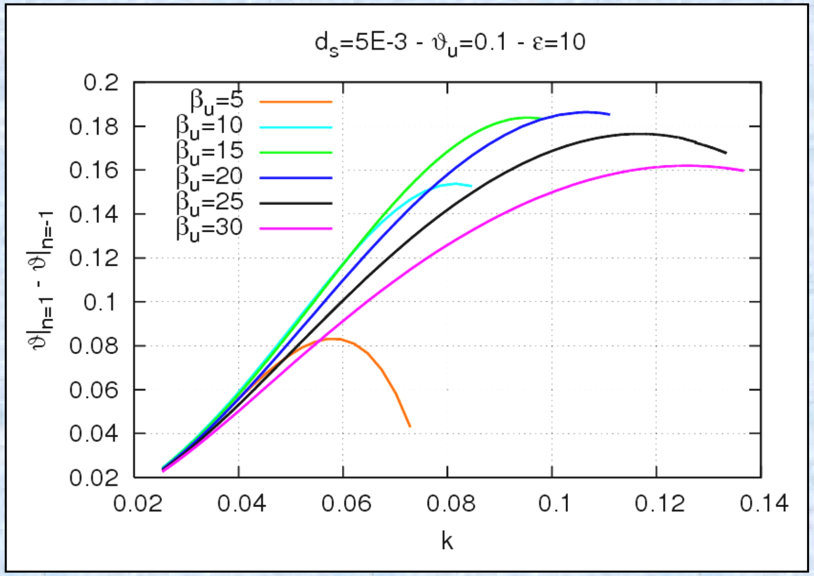


ANALISI DI STABILITA' PLANIMETRICA

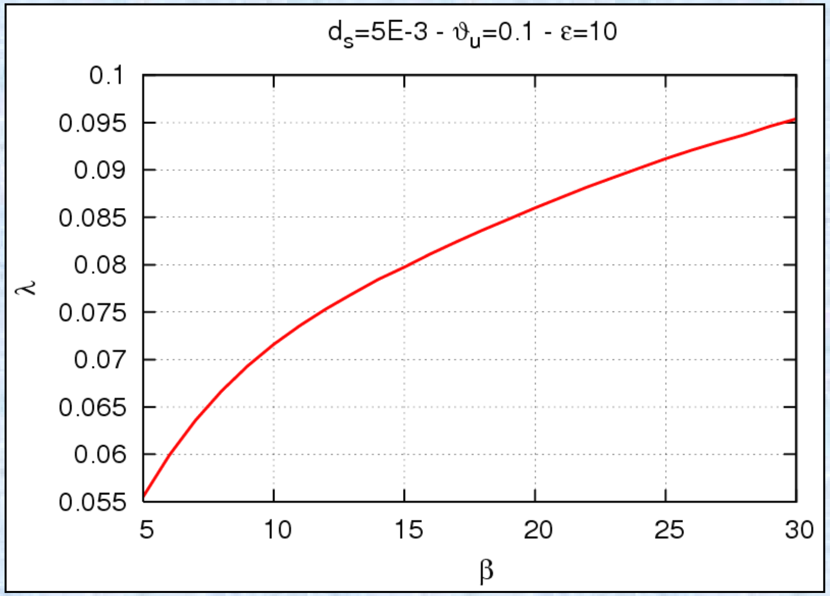
Amplificazione



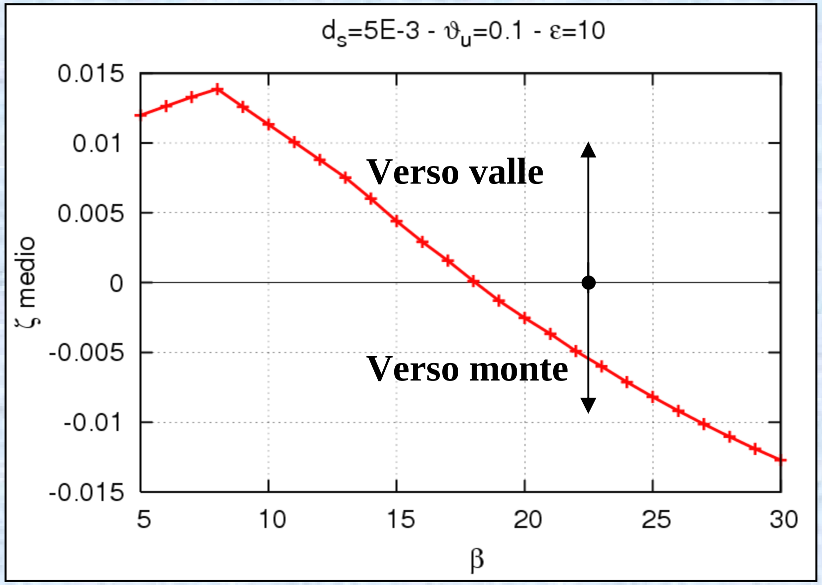
Amplificazione



Numero d'onda selezionato

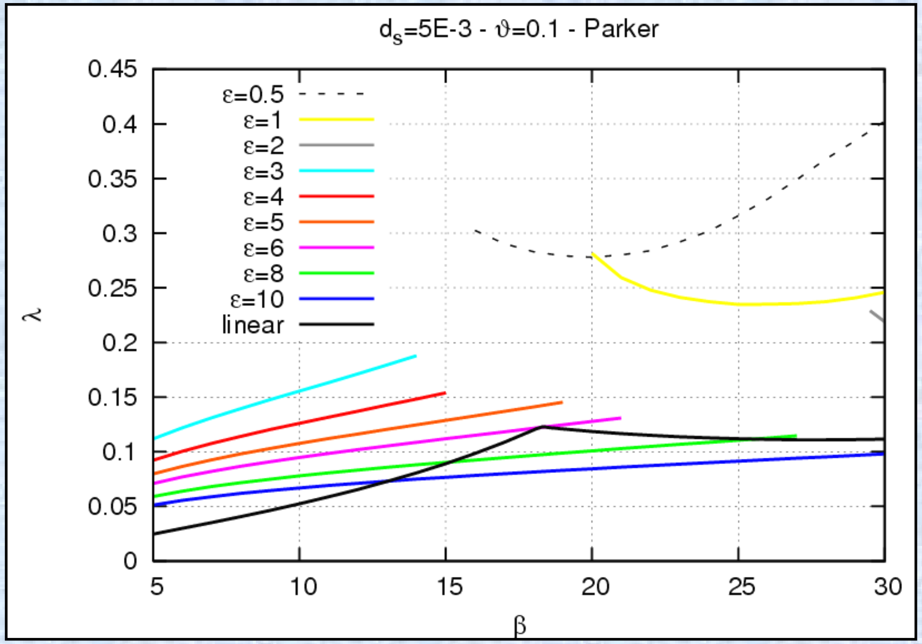


Migrazione

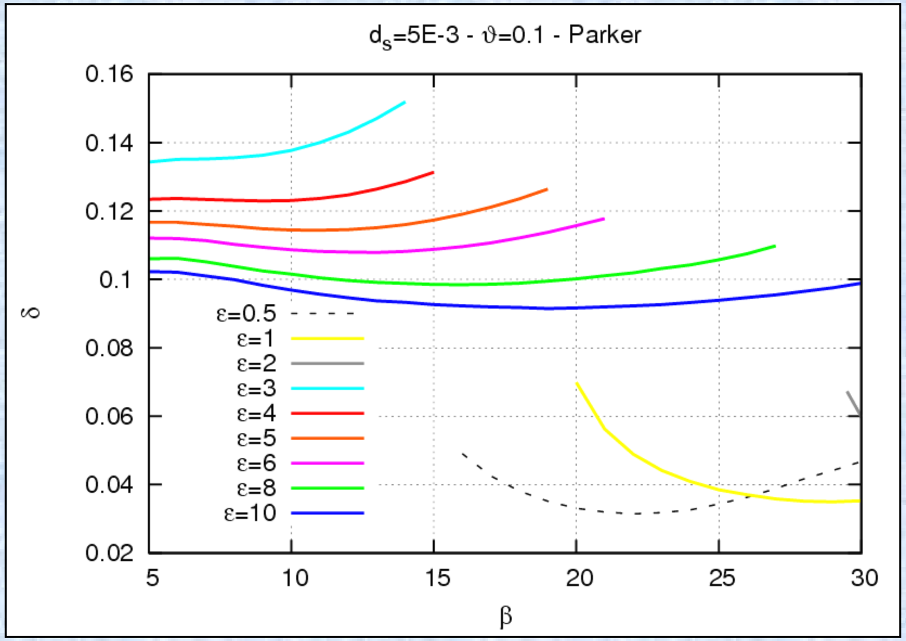


ANALISI DI STABILITA' PLANIMETRICA

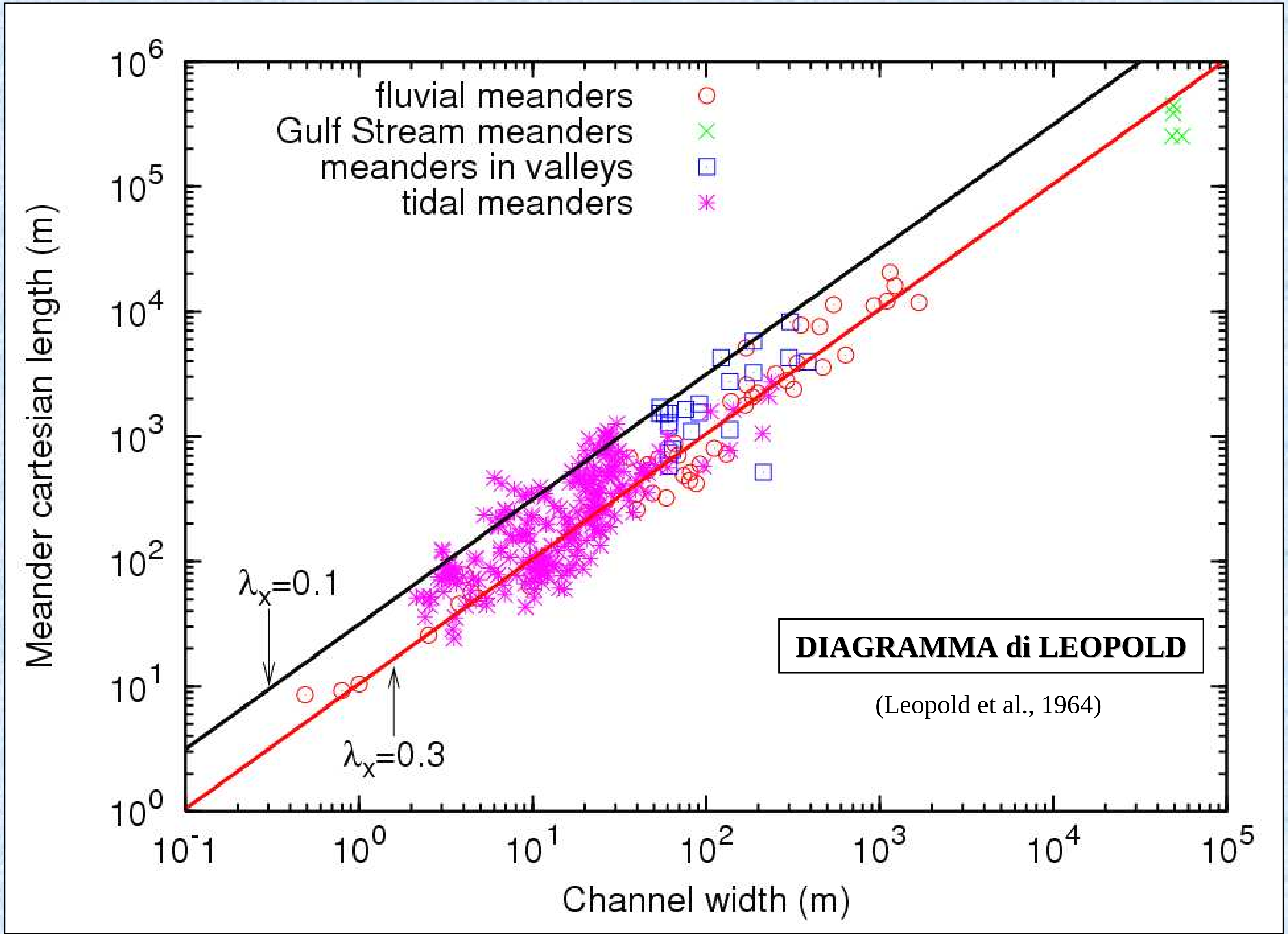
Numero d'onda selezionato



Parametro perturbativo



CONFRONTO CON DATI DI CAMPO



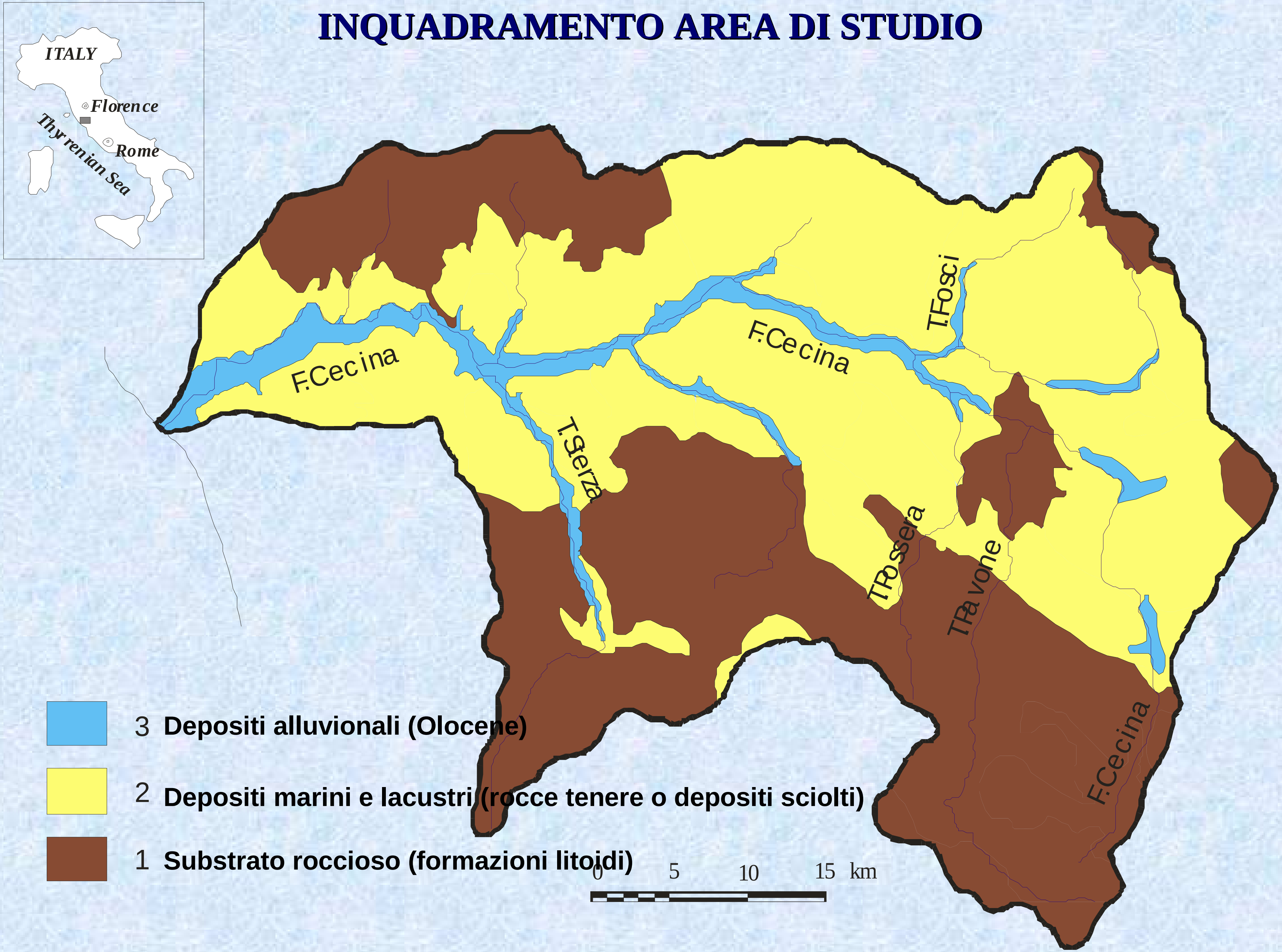
Validazione del modello

- **Confronto con un modello 3D (Dipartimento MOX – Milano)**

- **Confronto con misure di laboratorio**

- **Confronto con dati campo (Fiume Cecina – Toscana)**

INQUADRAMENTO AREA DI STUDIO



3 **Depositi alluvionali (Olocene)**

2 **Depositi marini e lacustri (rocce tenere o depositi sciolti)**

1 **Substrato roccioso (formazioni litoidi)**

INQUADRAMENTO AREA DI STUDIO

Area: 634 km^2

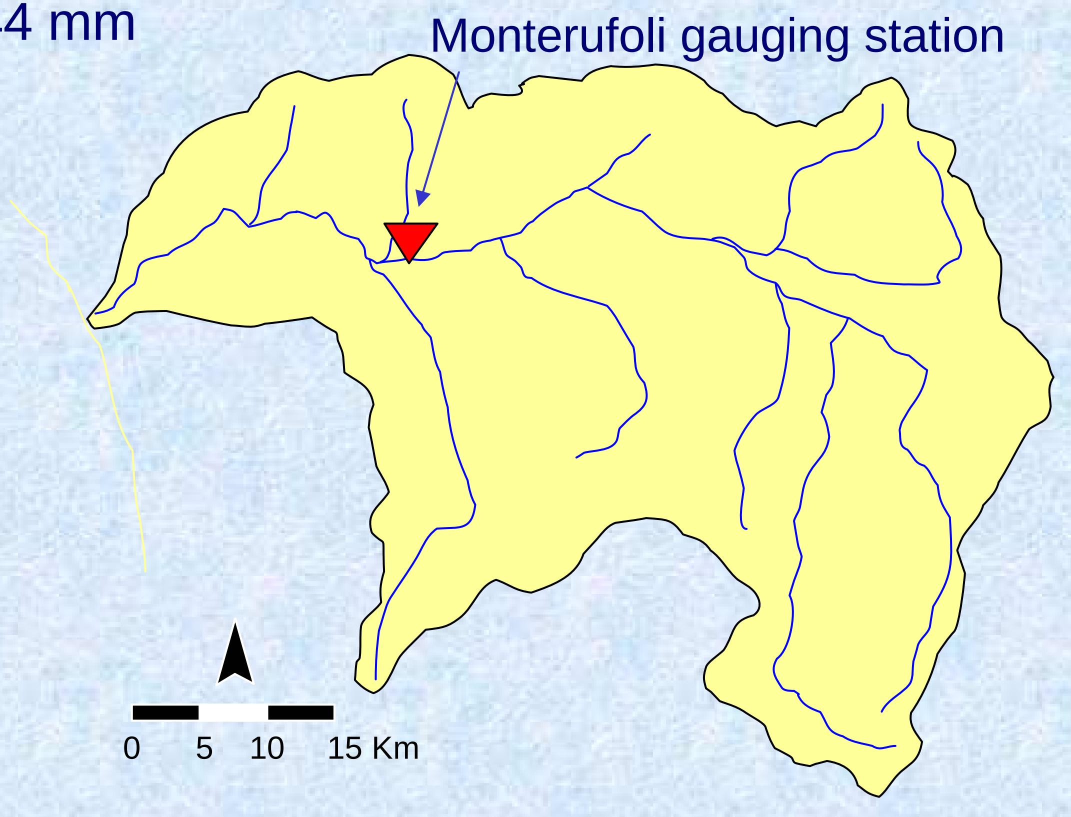
Length: 53 km

Average basin elevation: 309 m a.s.l.

ΔH: 1018 m

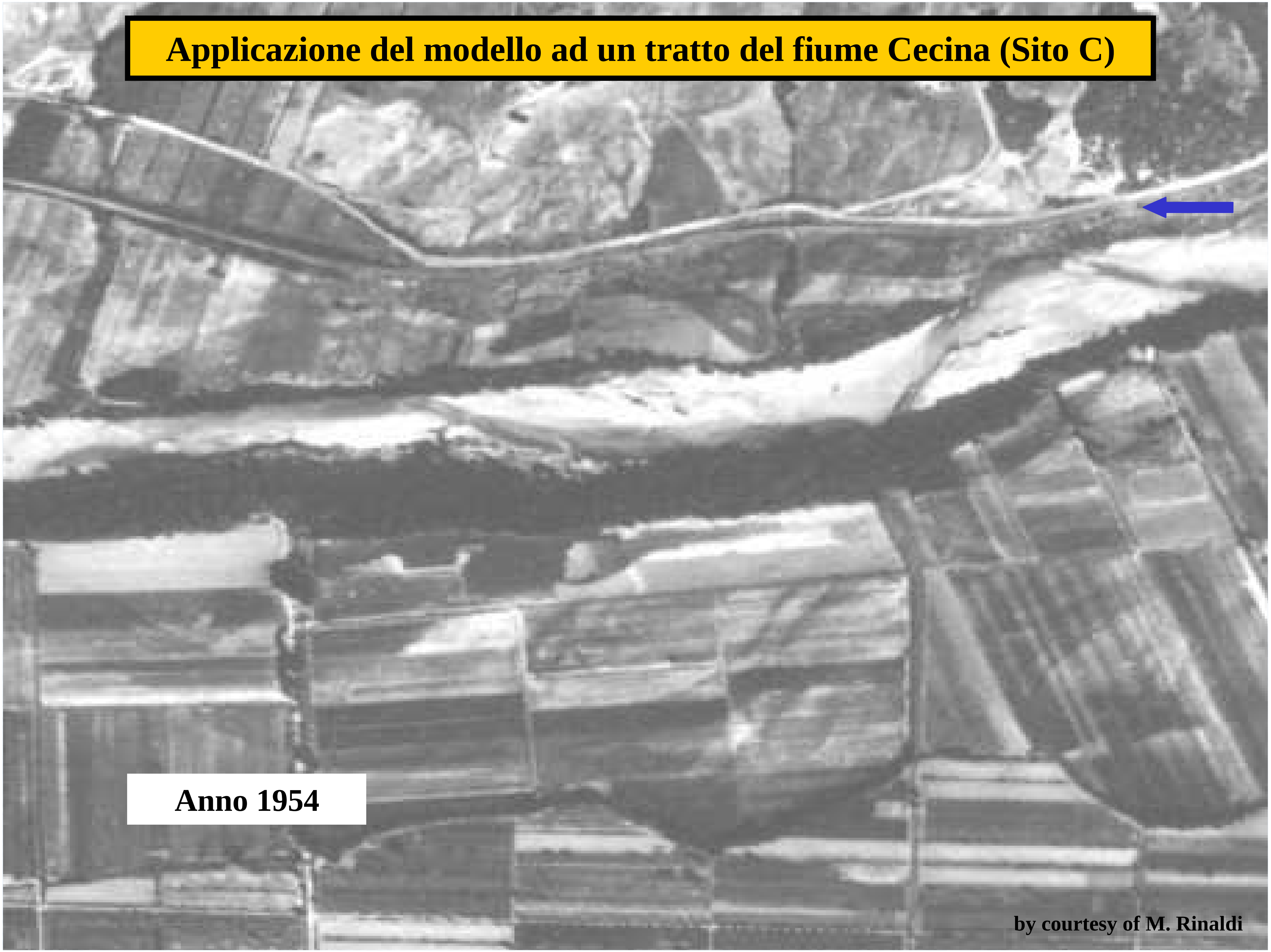
Average annual runoff: 944 mm

Q_{mean}: 7.61 m^3 s^{-1}



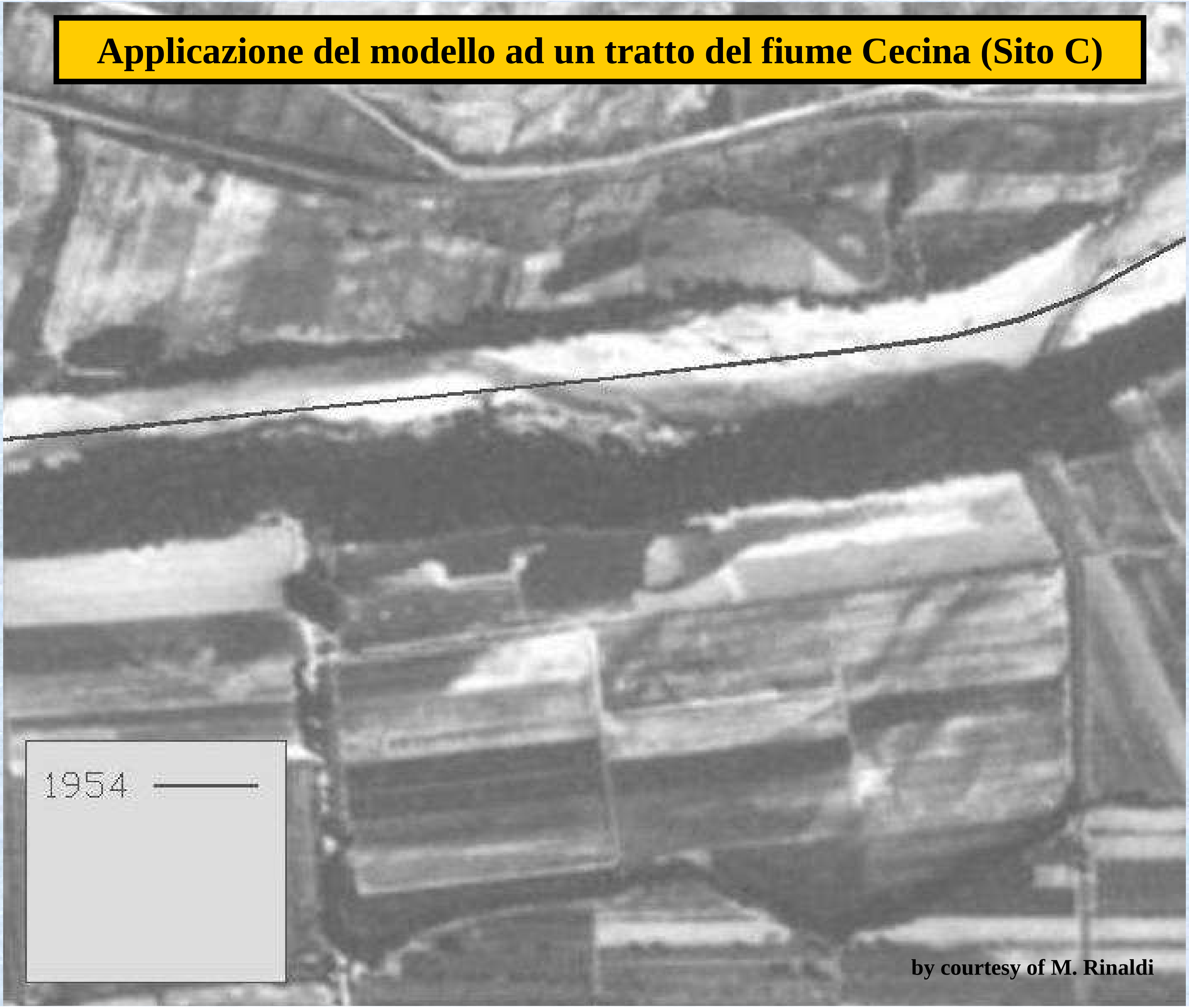
SITO C

Applicazione del modello ad un tratto del fiume Cecina (Sito C)

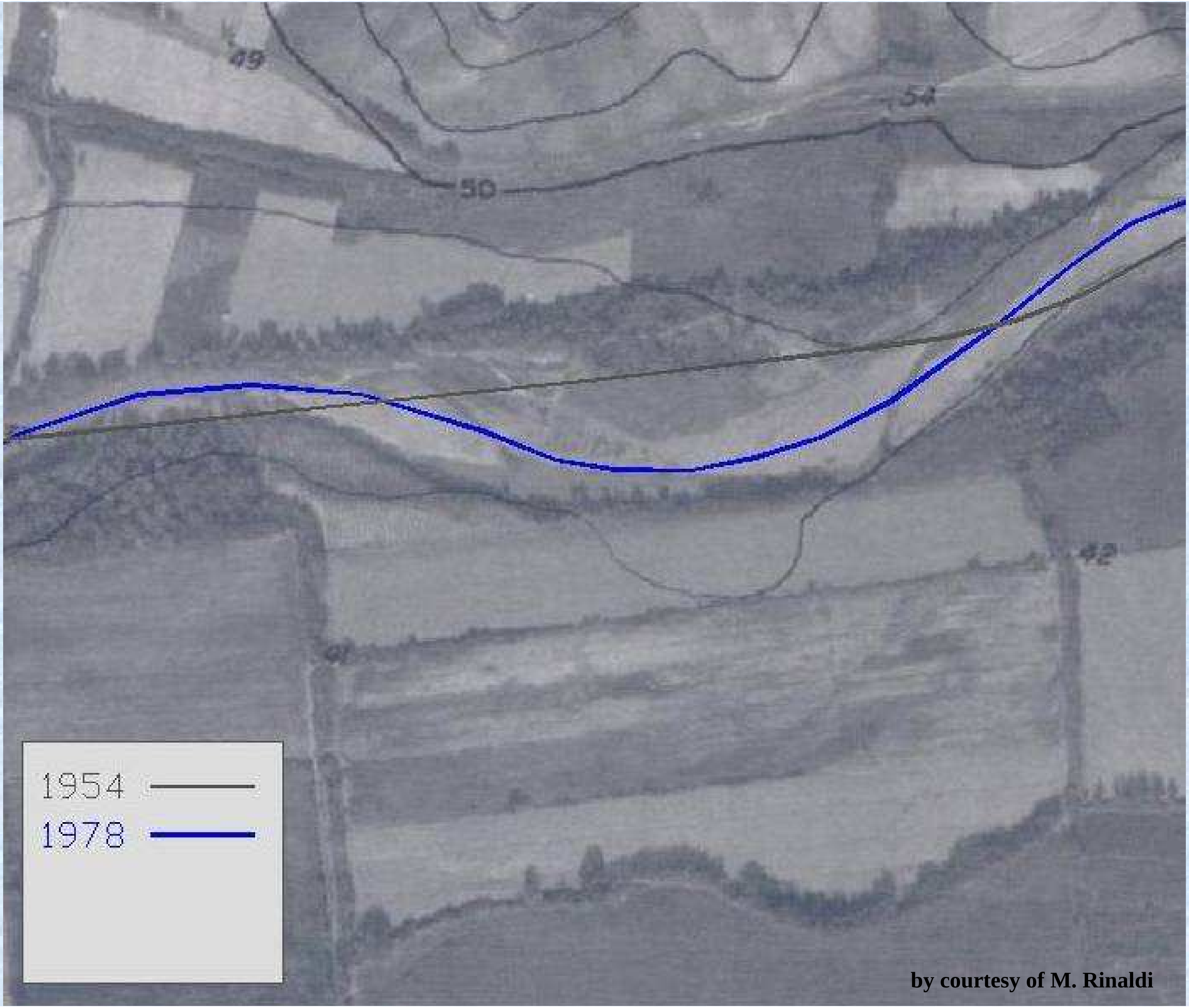


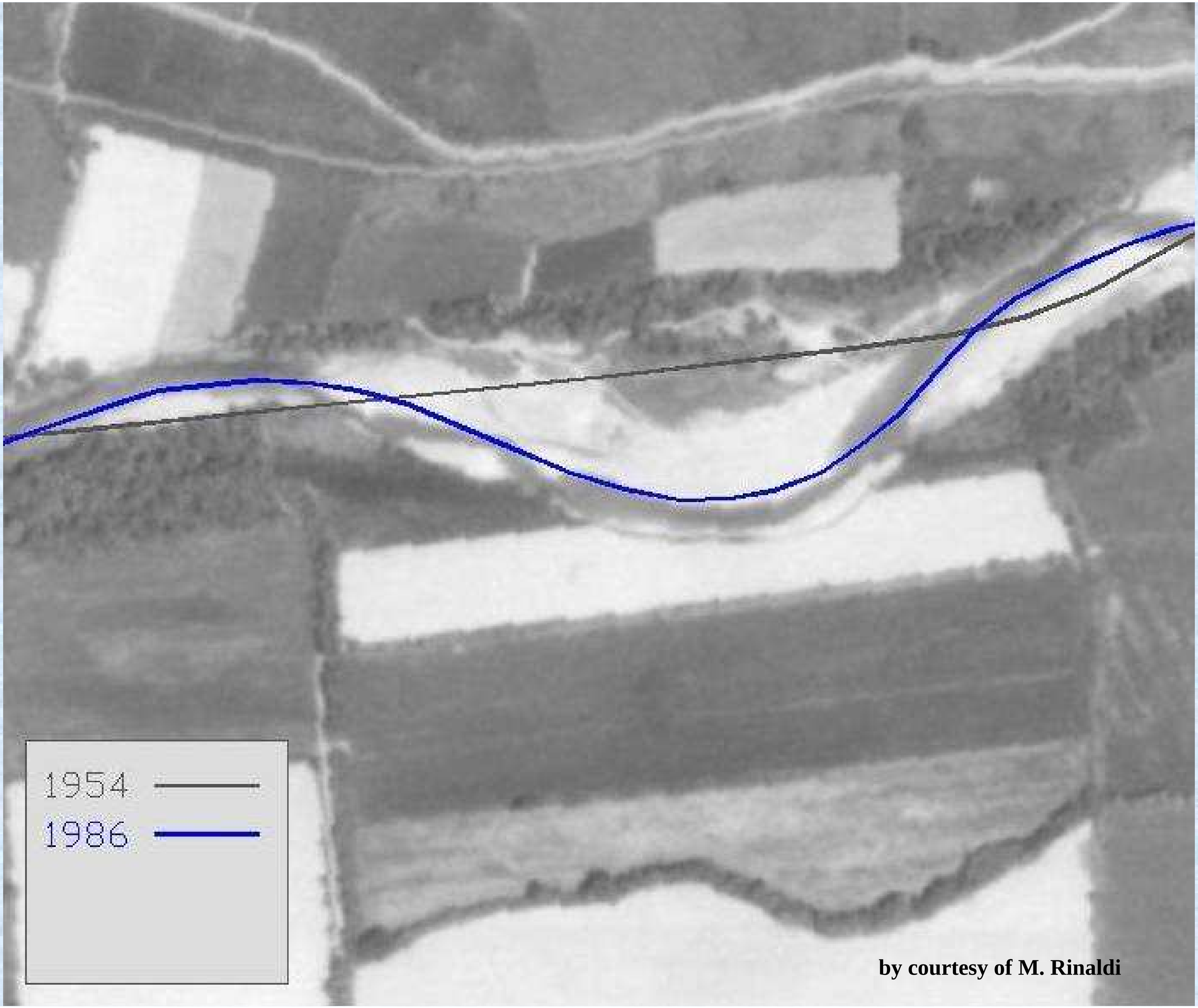
by courtesy of M. Rinaldi

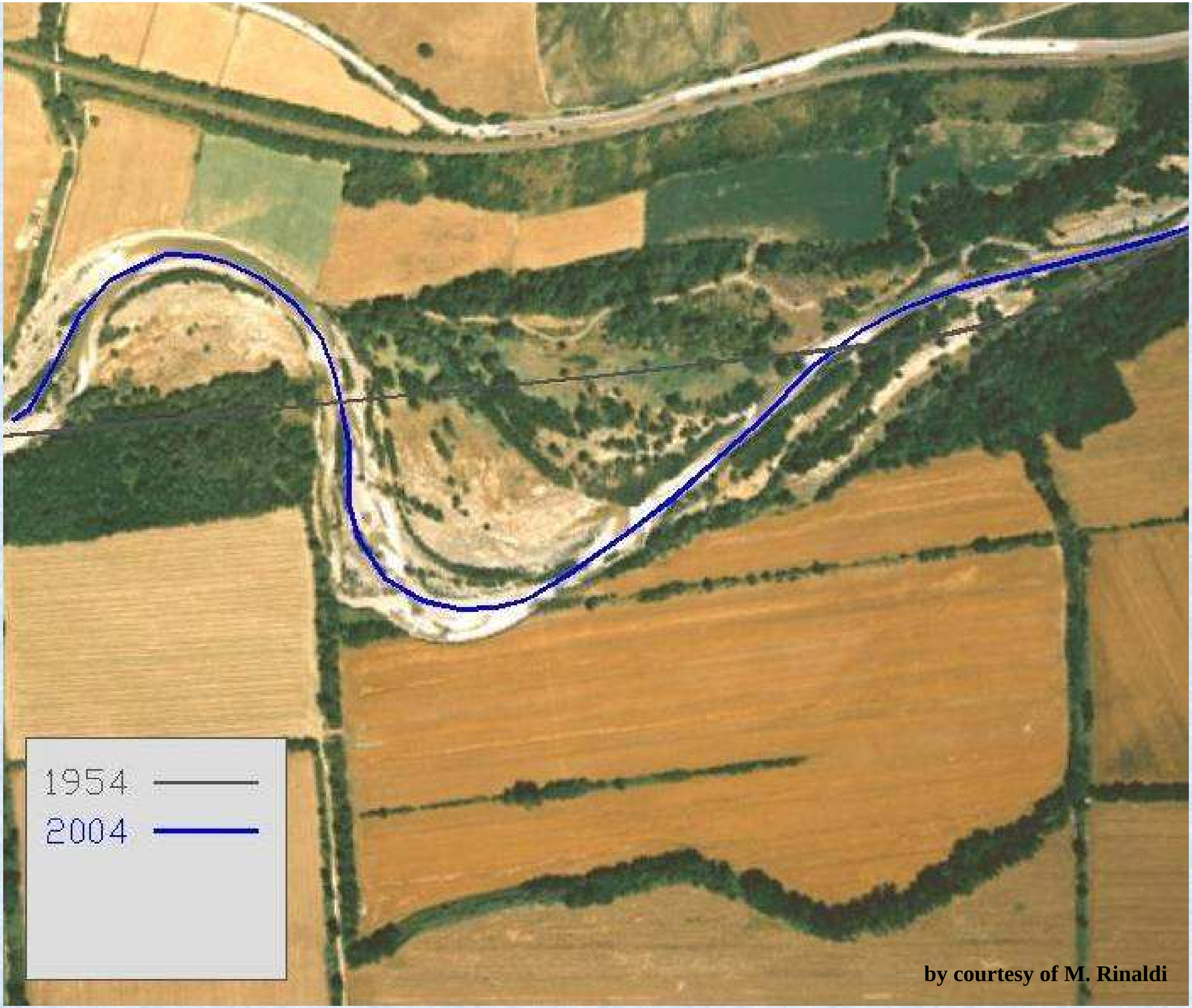
Applicazione del modello ad un tratto del fiume Cecina (Sito C)

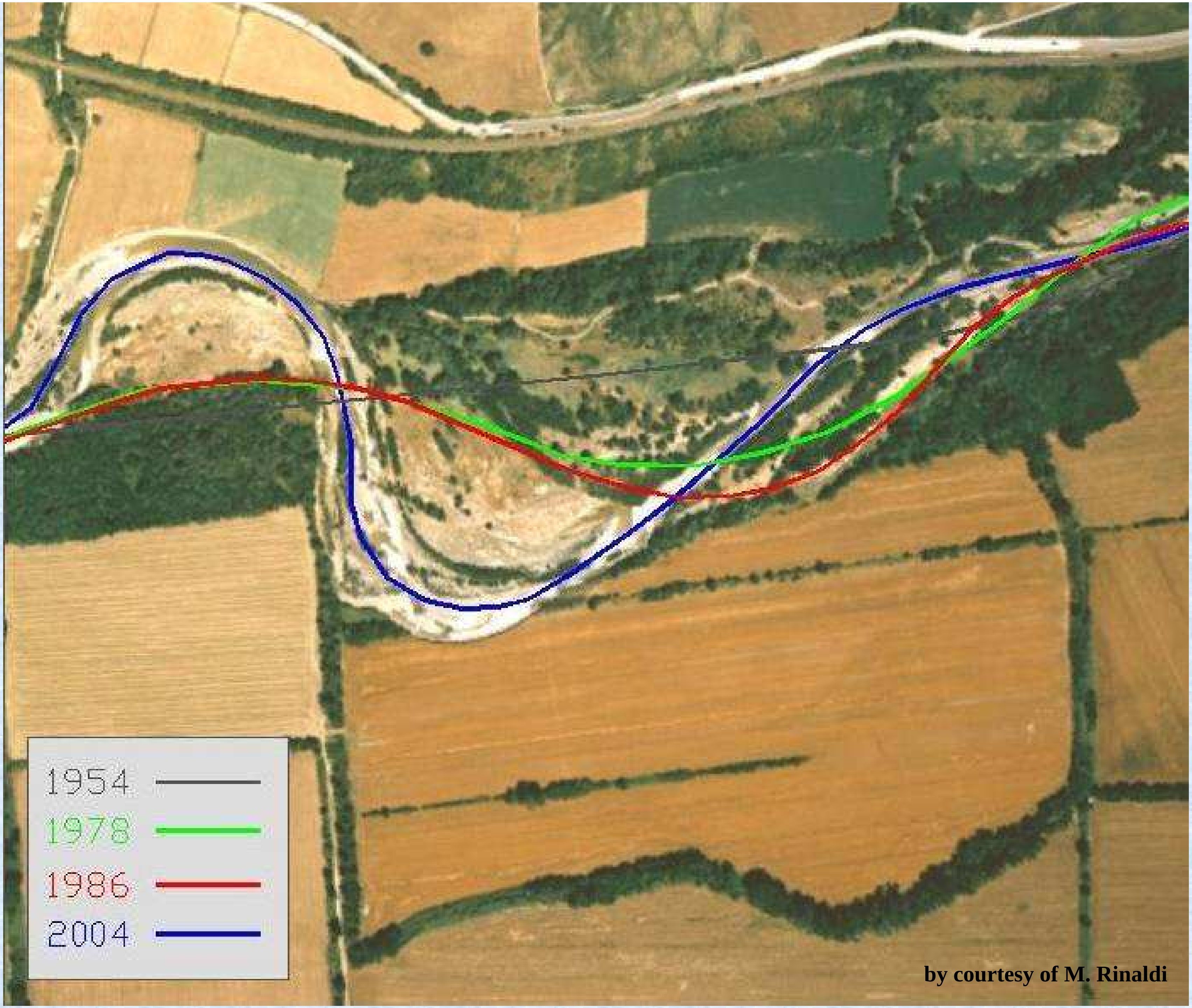


by courtesy of M. Rinaldi

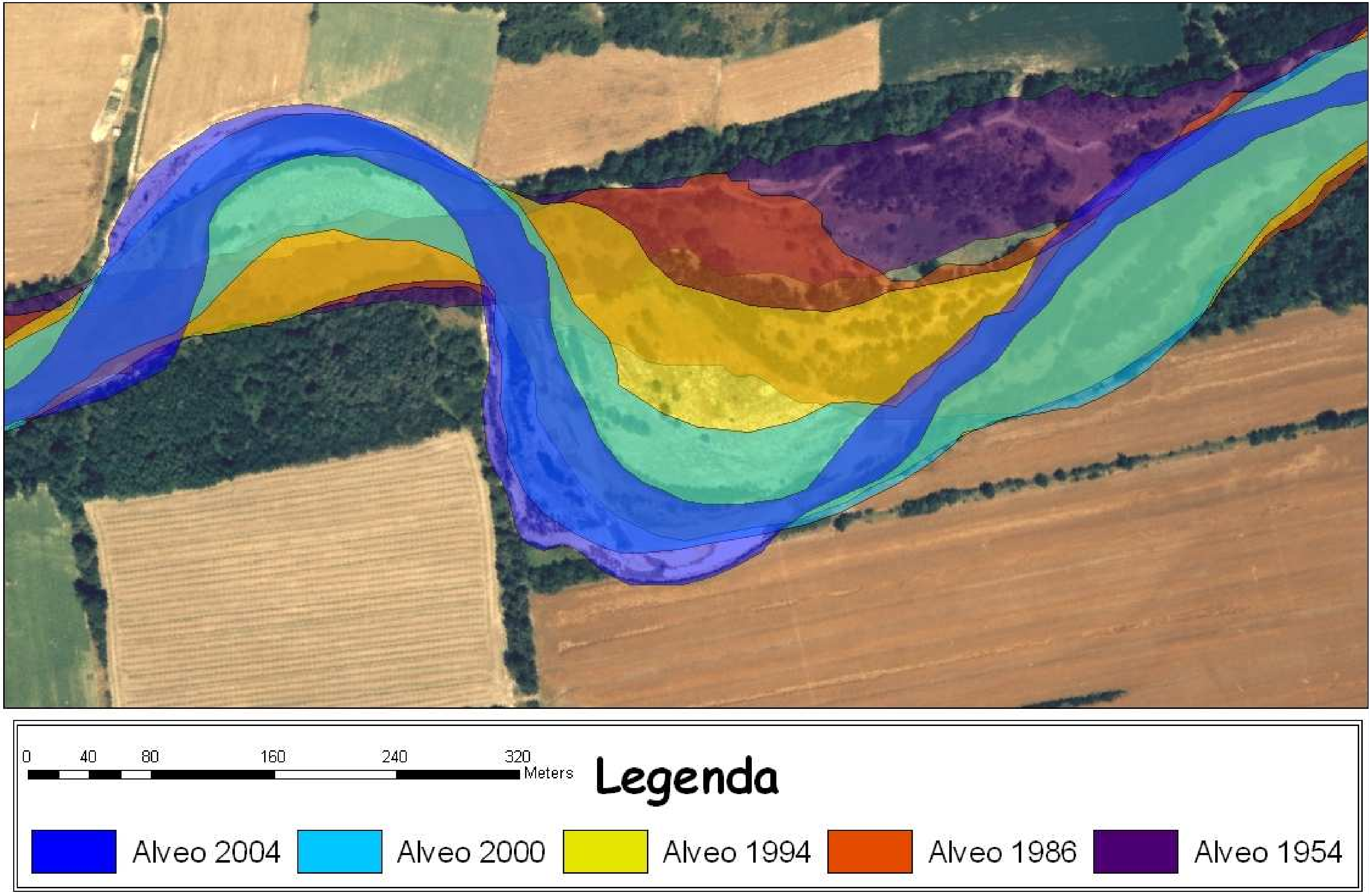

49
54
50
42
41
1954
1978
by courtesy of M. Rinaldi


1954
1986
by courtesy of M. Rinaldi


1954
2004
by courtesy of M. Rinaldi


1954
1978
1986
2004
by courtesy of M. Rinaldi

FIUME CECINA: SITO C (2004)



by courtesy of M. Rinaldi

Applicazione del modello ad un tratto del fiume Cecina (Sito C)
Configurazione planimetrica del 1978

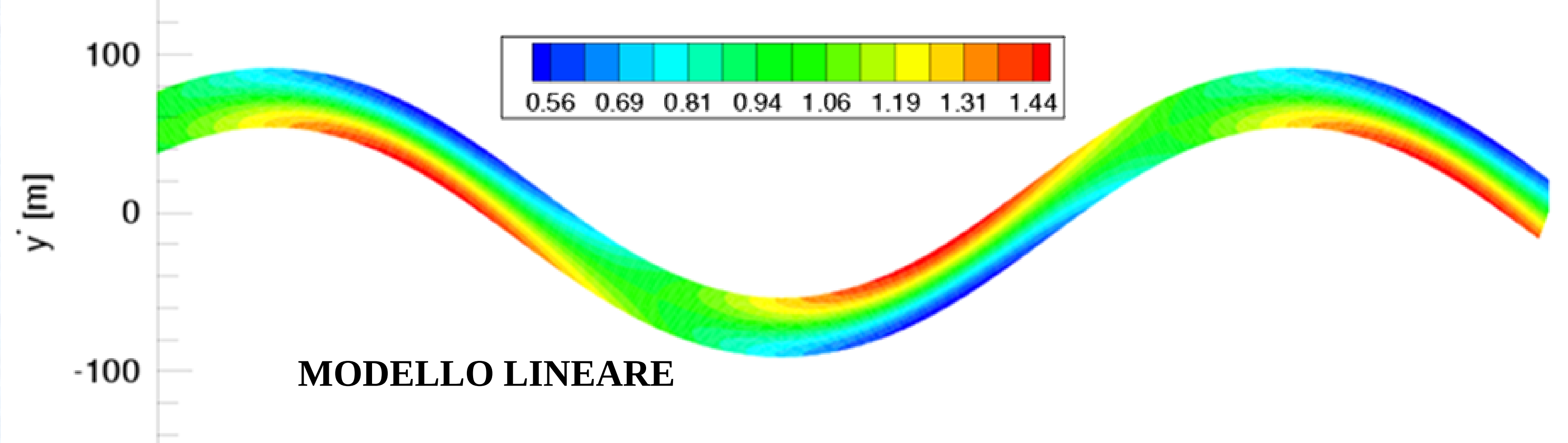
Dati di input:

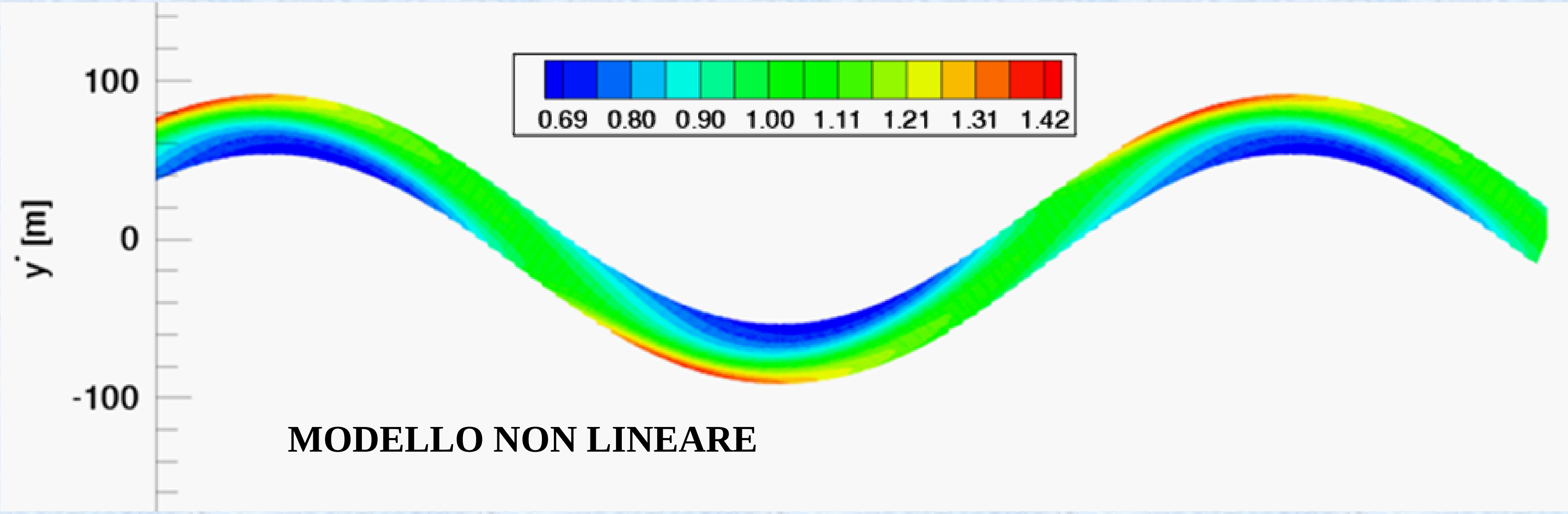
- **Larghezza:** $2B_u^* \cong 40\ m$
- **Pendenza media:** $i_f \cong 0.002$
- **Raggio di curvatura minimo:** $R_0^* \cong 320\ m$
- **Lunghezza d'onda intrinseca:** $L_s^* \cong 970\ m$
- **Profondita' di "bankfull":** $D_0^* \cong 1.3\ m$
- **Portata liquida di "bankfull":** $Q \cong 110\ m^3/s$
- **Diametro medio dei sedimenti:** $d_{50}^* \cong 7.4\ mm$

Parametri adimensionali:

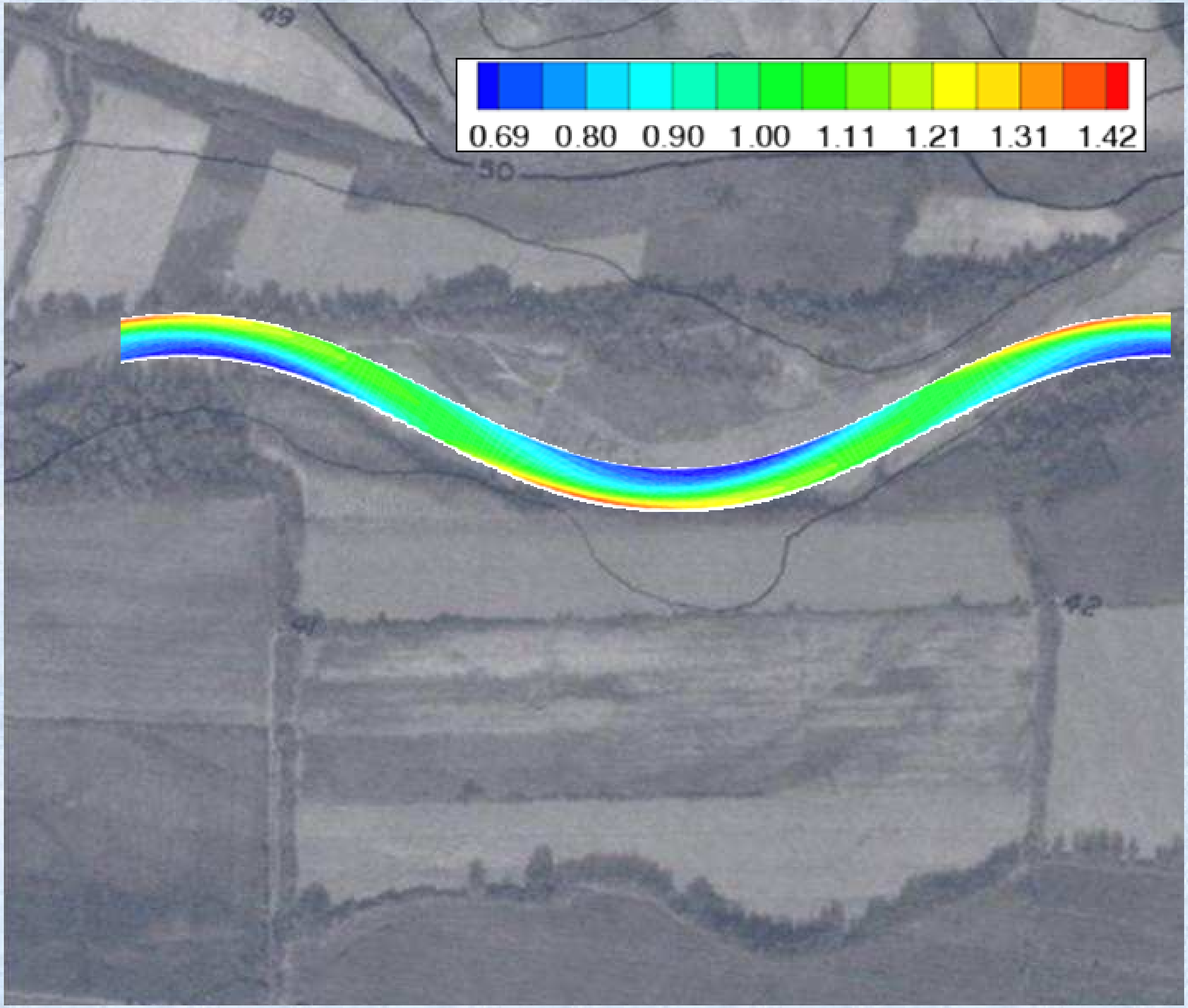
- **Rapporto semilarghezza/profondità:** $\beta_u \cong 15.2$
- **Parametro di Shields:** $\vartheta_u \cong 0.210$
- **Parametro di curvatura:** $\nu_0 \cong 0.062$
- **Numero d'onda:** $\lambda \cong 0.129$
- **Parametro "perturbativo":** $\delta \cong 0.068$
- **Scabrezza relativa:** $d_{50} \cong 5.6 \cdot 10^{-3}$

Velocità longitudinale U integrata sulla verticale

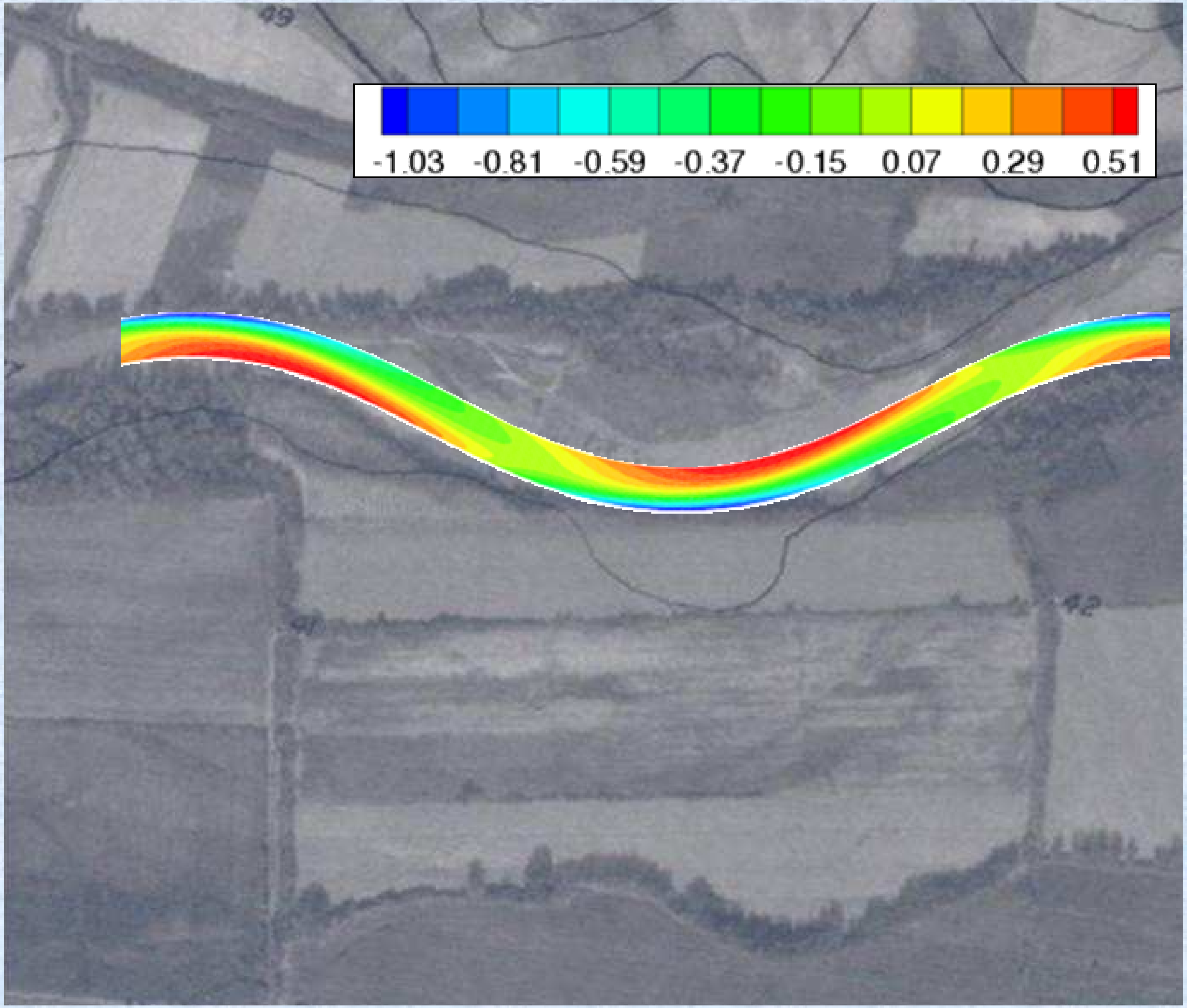




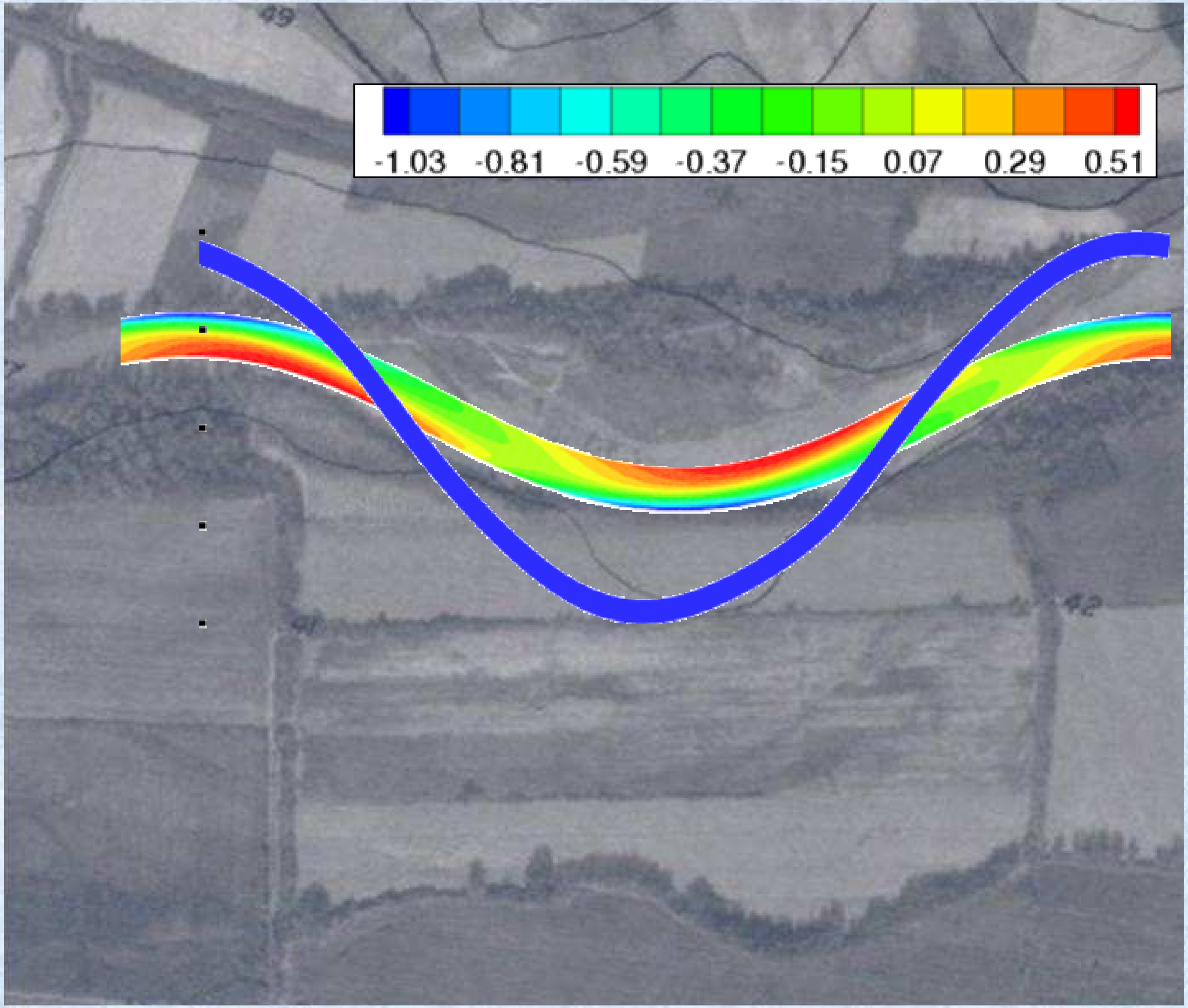
Velocità longitudinale U integrata sulla verticale



Variazione della quota del fondo Δη rispetto alla configurazione iniziale

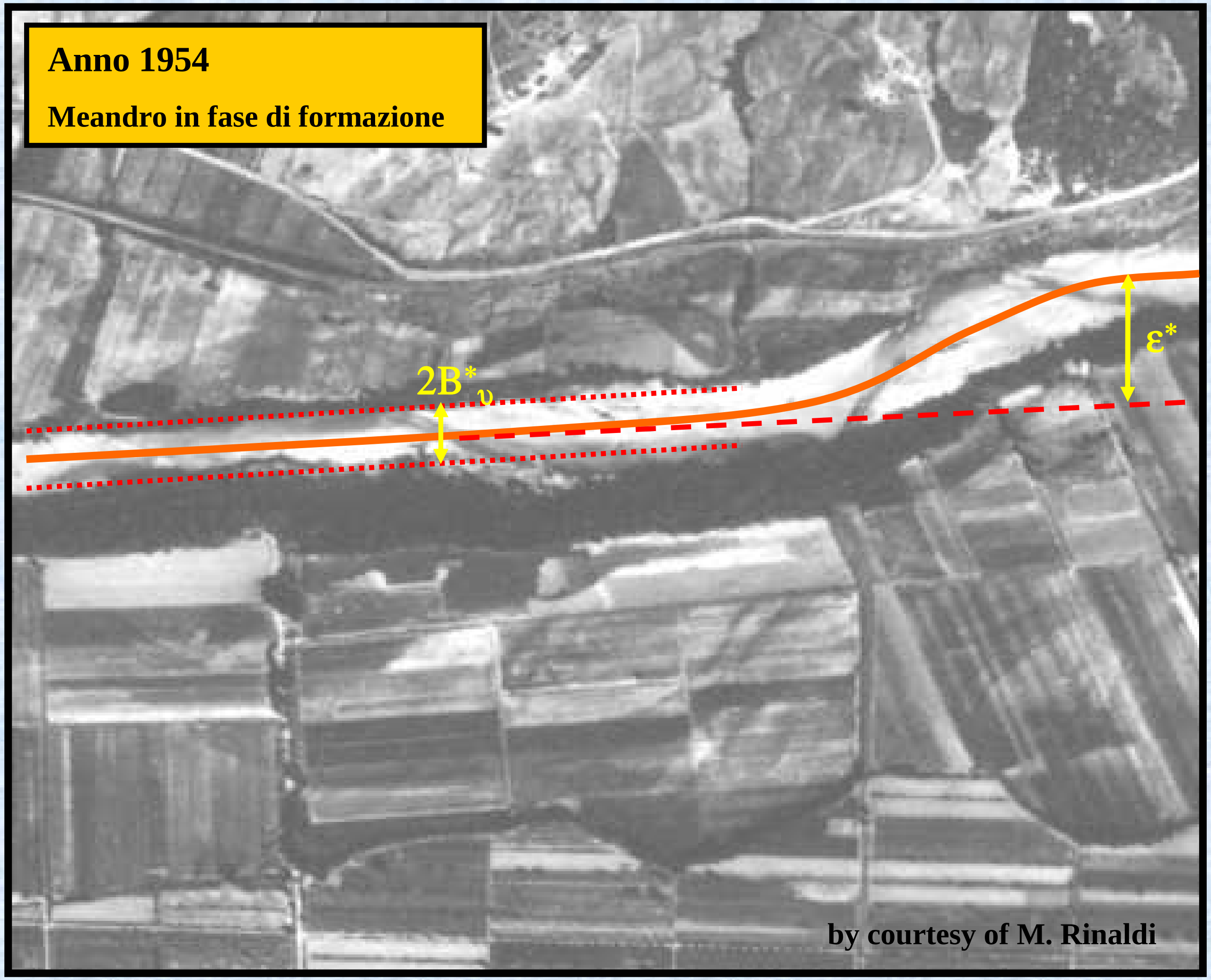


Evoluzione planimetrica



Analisi di stabilità planimetrica

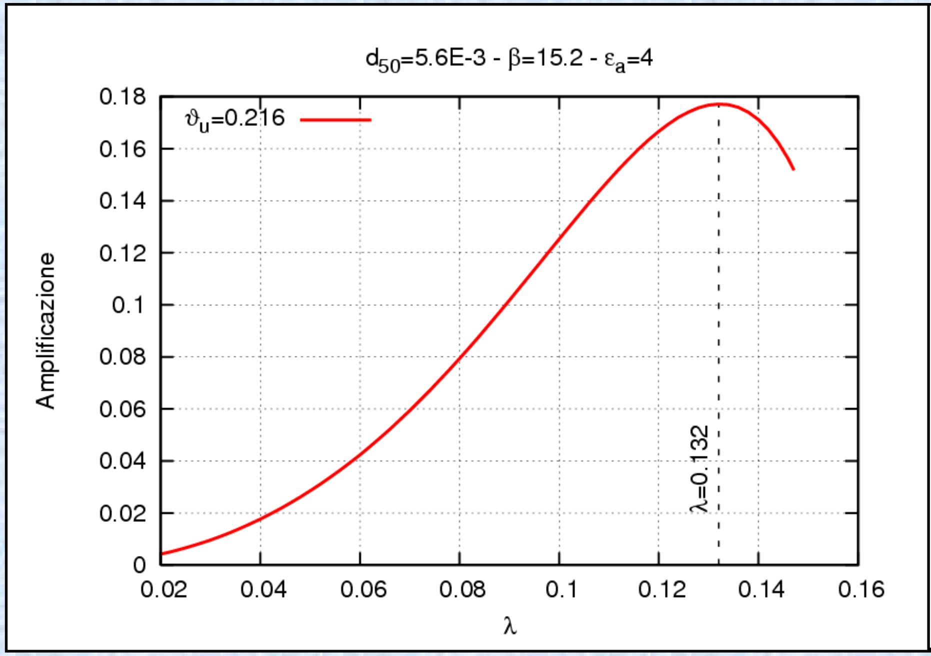
Fiume Cecina (Sito C)

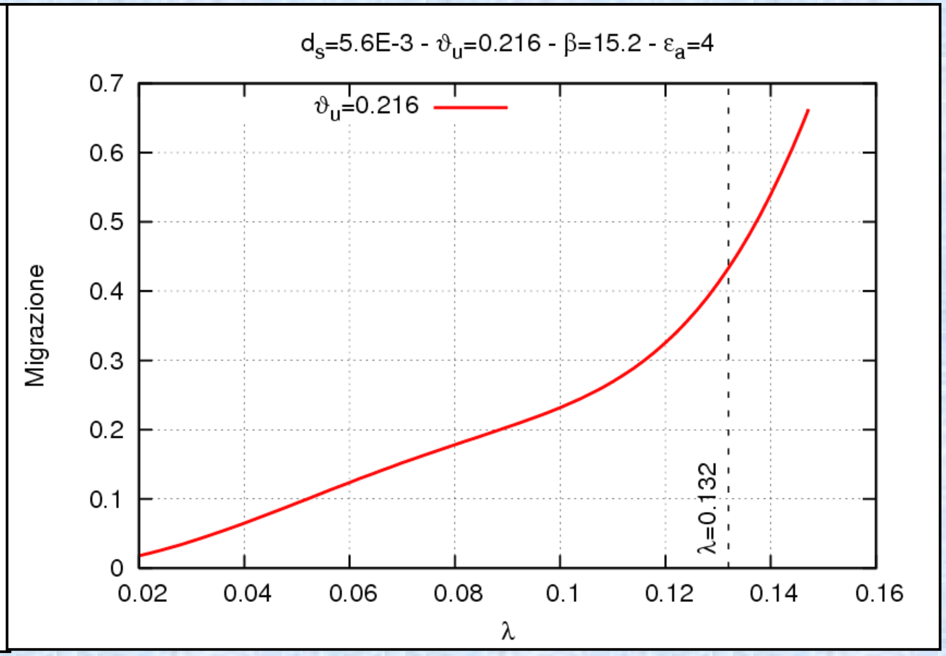


Stima approssimata dell'entità della perturbazione iniziale

$\varepsilon^* \approx 4B^*_u \quad \rightarrow \quad \varepsilon \approx 4$

Analisi di stabilità planimetrica

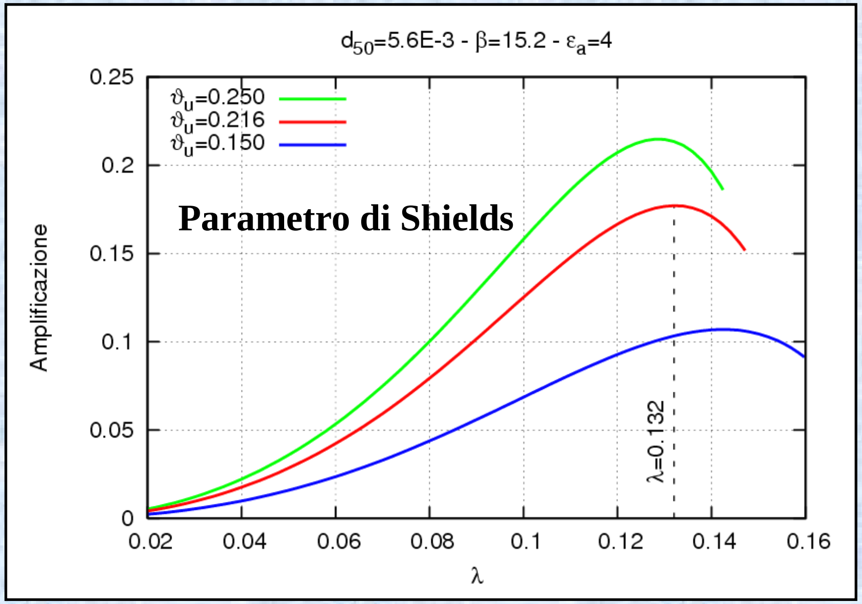


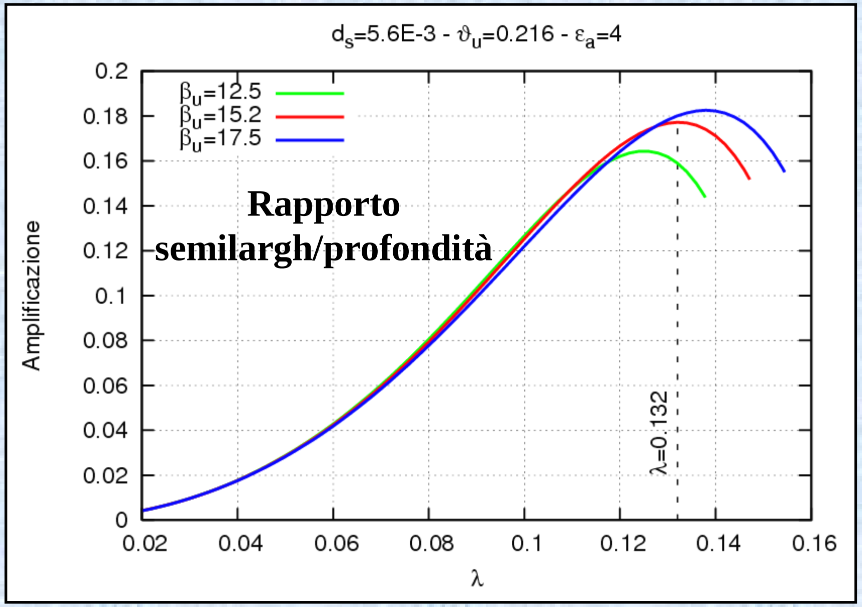


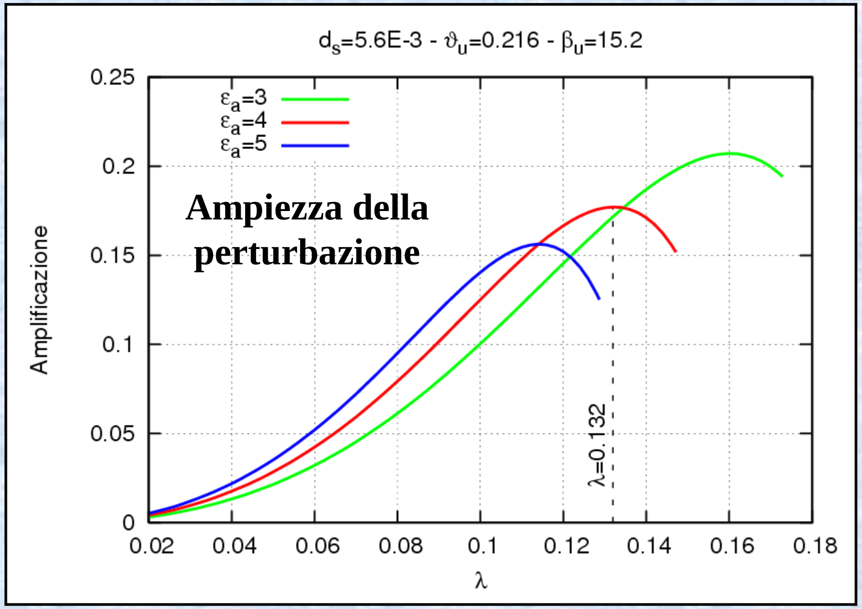
Numero d'onda calcolato $\longrightarrow$ $\lambda \cong 0.132 \quad \left(L_s^* \cong 950\ m\right)$

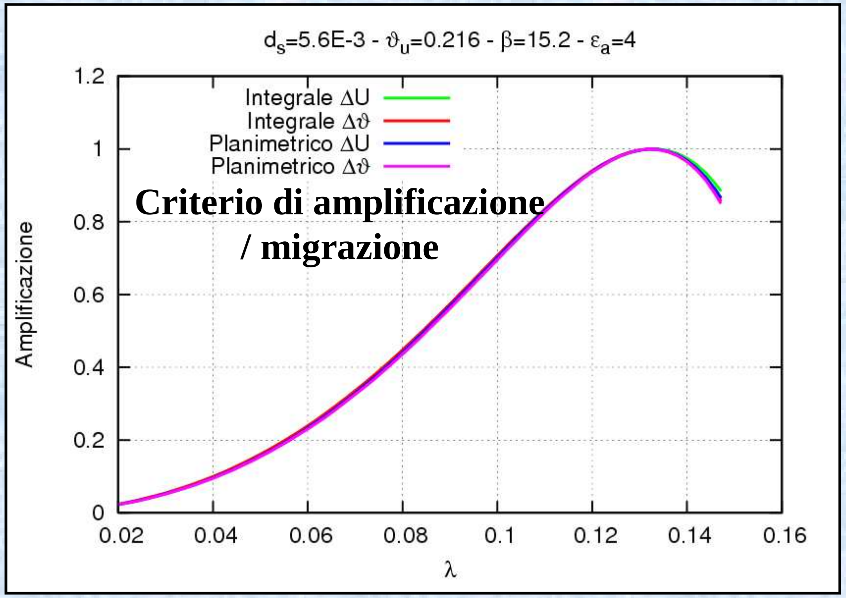
Numero d'onda osservato dalla foto aerea del 1978 $\longrightarrow$ $\lambda \cong 0.129 \quad \left(L_s^* \cong 970\ m\right)$

Stabilità planimetrica – Influenza dei parametri









Prossimi sviluppi

- **Configurazioni di equilibrio in presenza di variazioni di larghezza dell'alveo ("chute cutoff")**

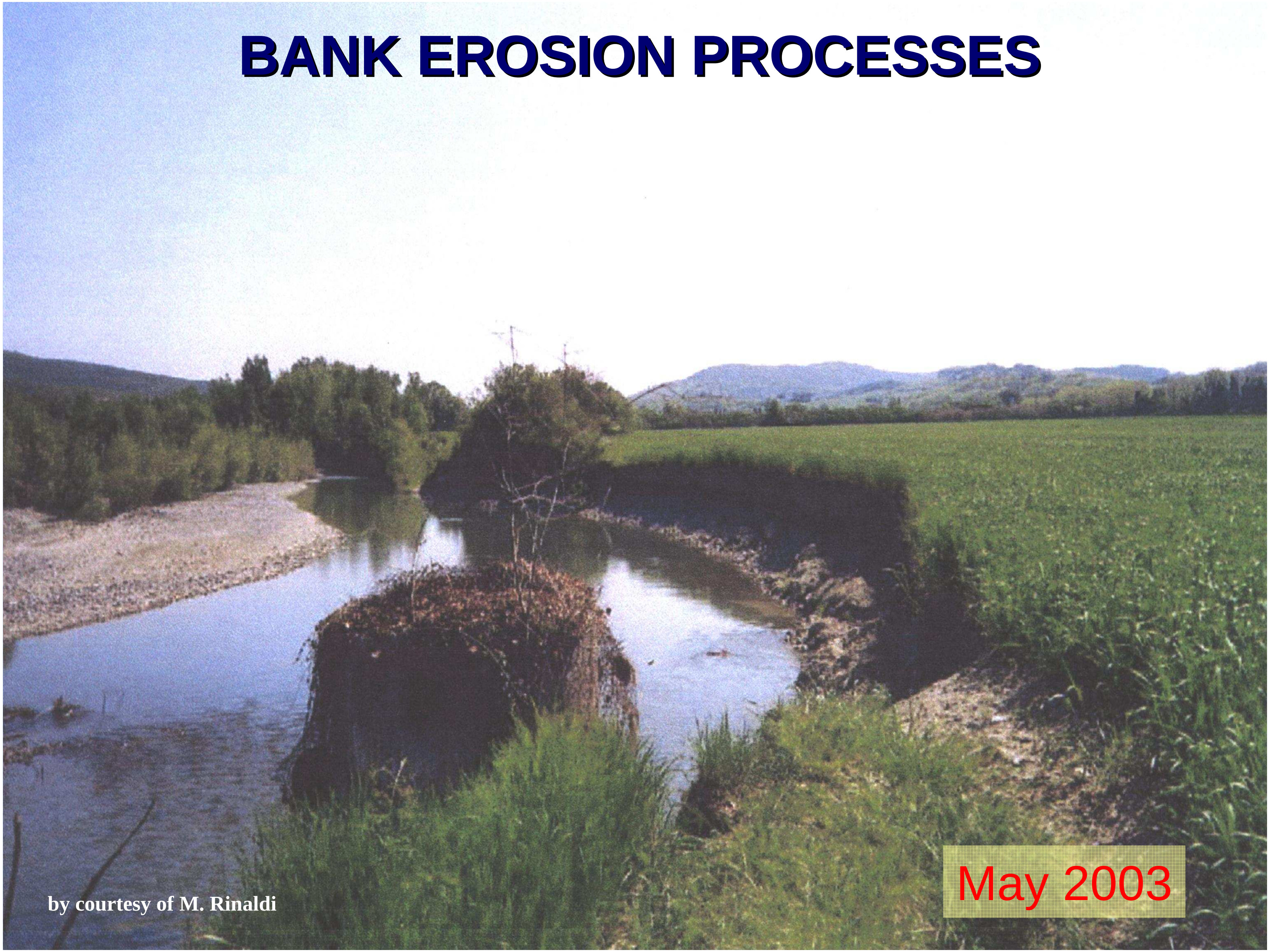
- **Evoluzione morfodinamica:**

  - altimetrica (sponde fisse, evoluzione del fondo)

  - planimetrica

- **Interazione *barre libere – barre forzate* dalla curvatura**

BANK EROSION PROCESSES

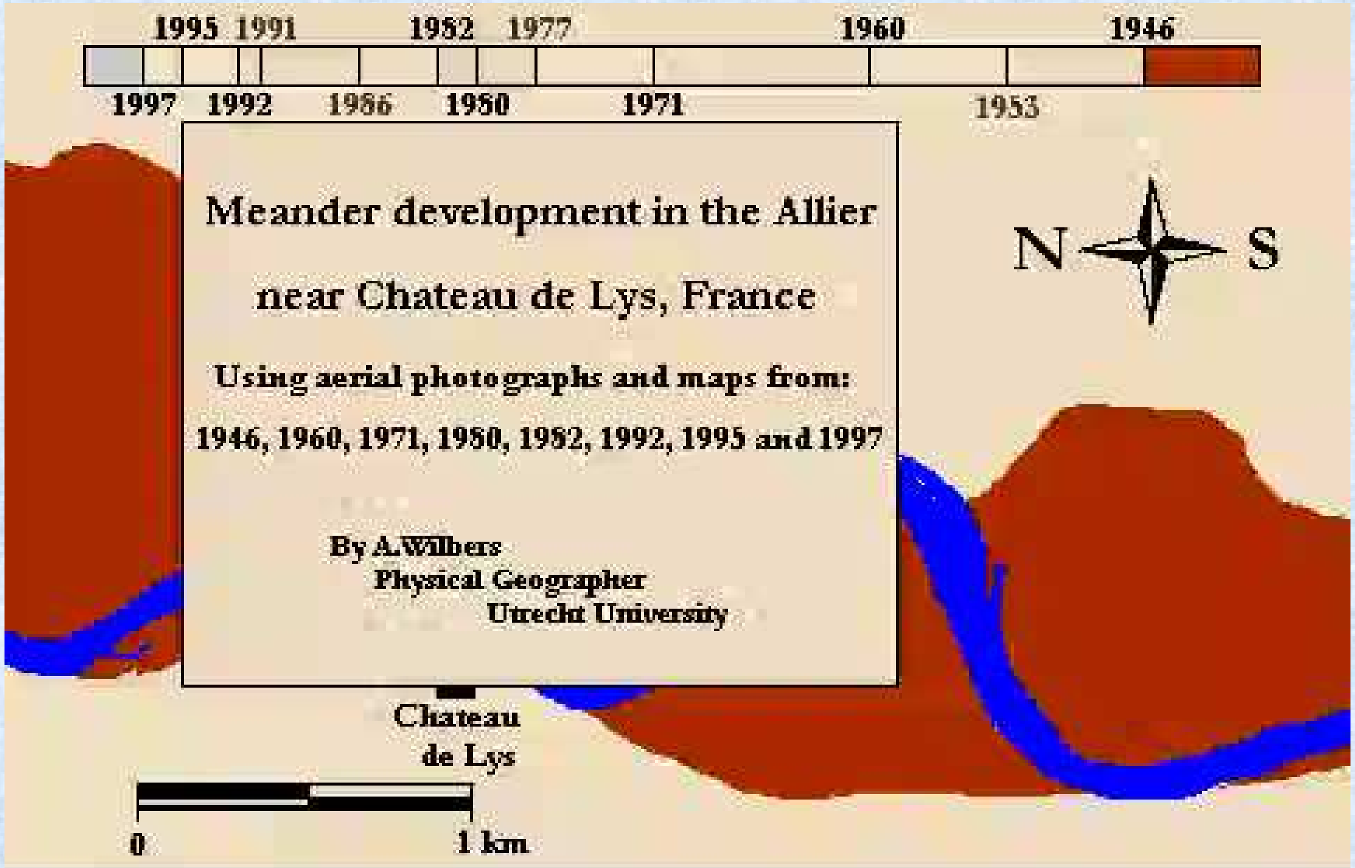


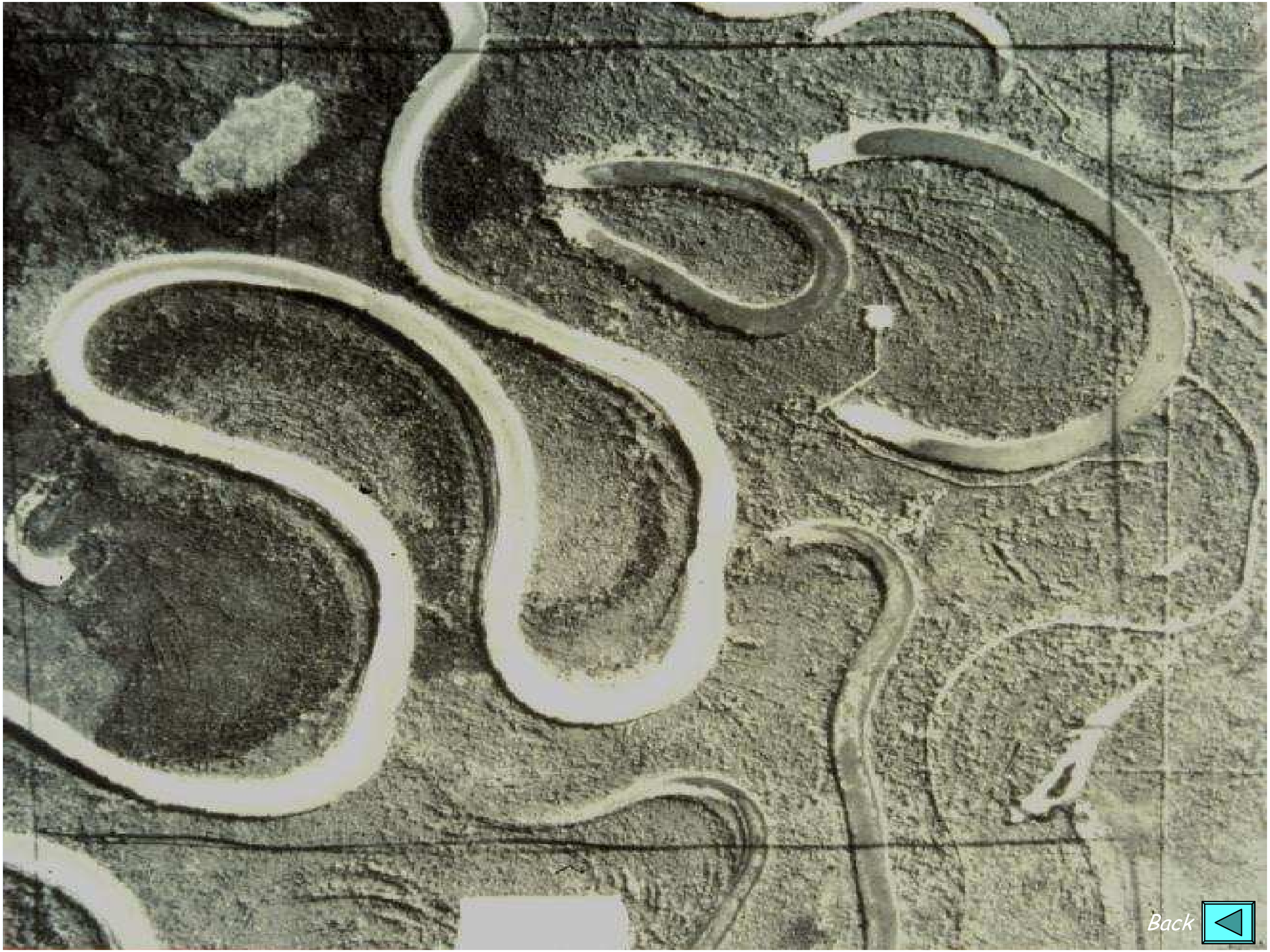
BANK EROSION PROCESSES

Evoluzione planimetrica dei meandri

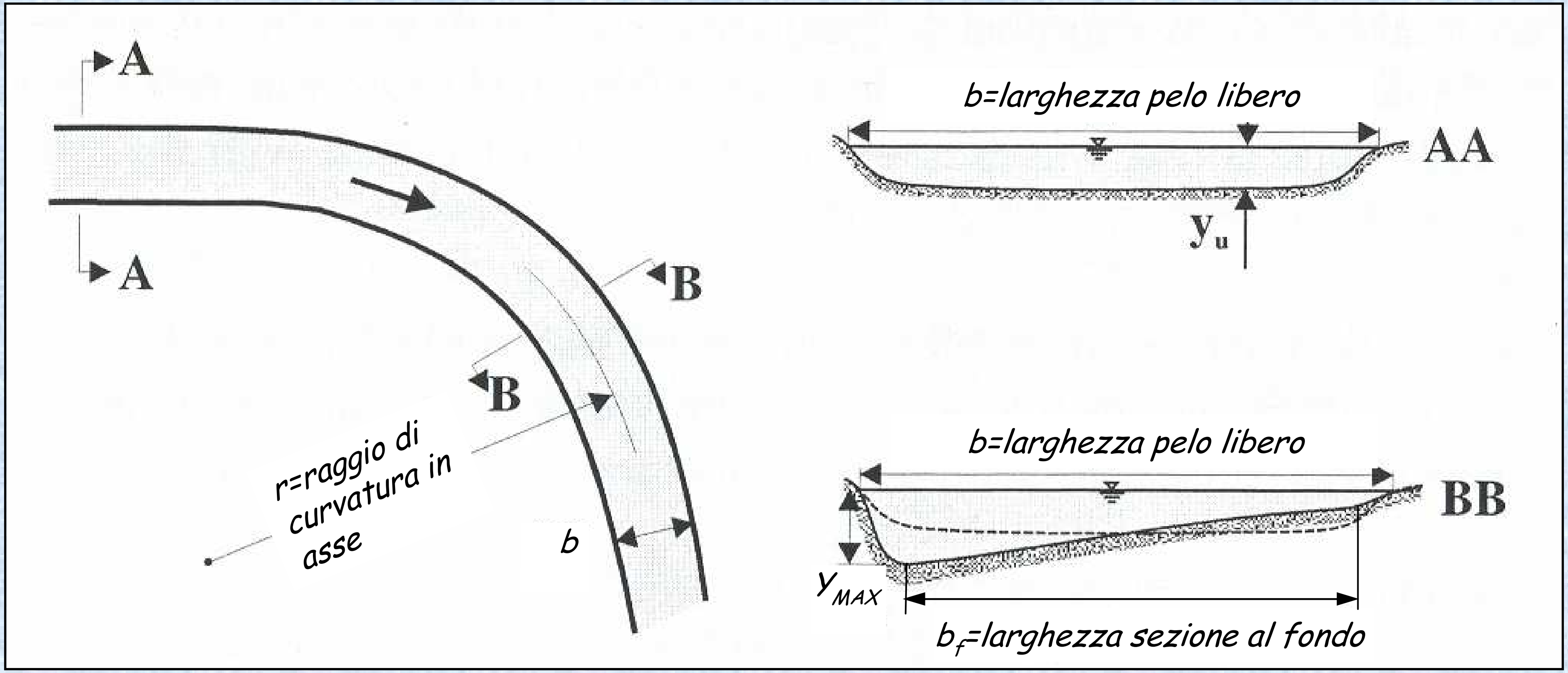
Meander Development in the Allier near Chateau de Lys, France
Provided by A. Wilbers, Utrecht University

Meander bend migration and cut off using aerial photos and maps from:
1945,1960,1971,1980,1982, 1992, 1995, and 1997



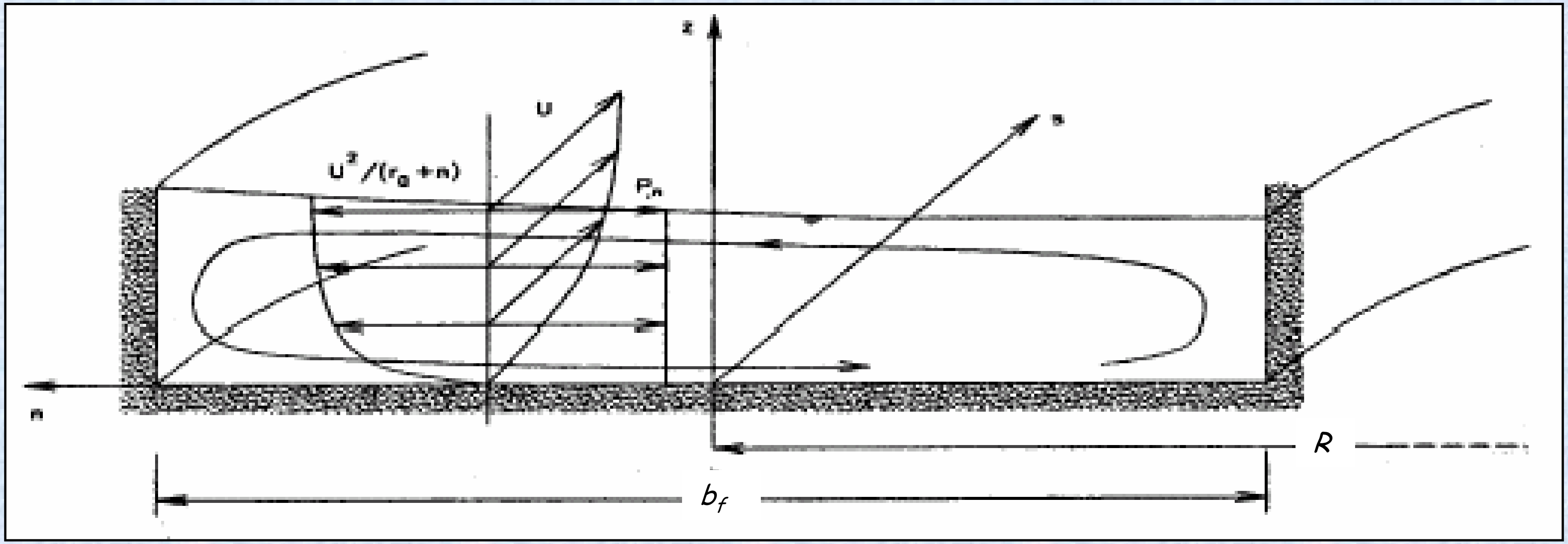


IL CASO DEI CANALI A CURVATURA COSTANTE



y_{MAX}= profondita' massima

CURVATURA COSTANTE – FONDO FISSO



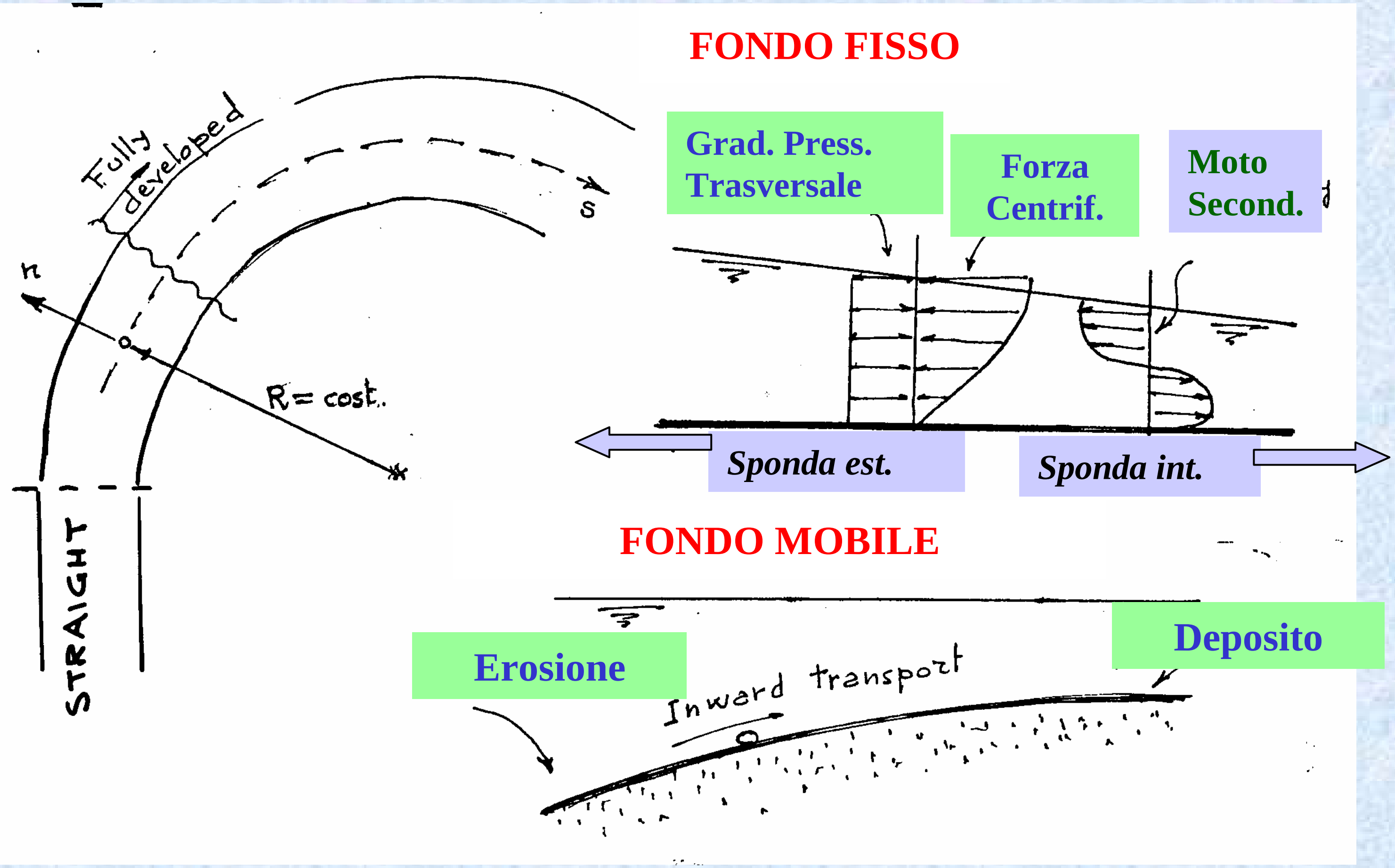
Lo squilibrio fra forza centrifuga (crescente dal fondo alla superficie libera) e gradiente trasversale di pressione (costante dovuta all'inclinazione laterale del pelo libero)

Induce

MOTO SECONDARIO

Diretto verso l'esterno in prossimità del pelo libero
Diretto verso l'interno in prossimità del fondo

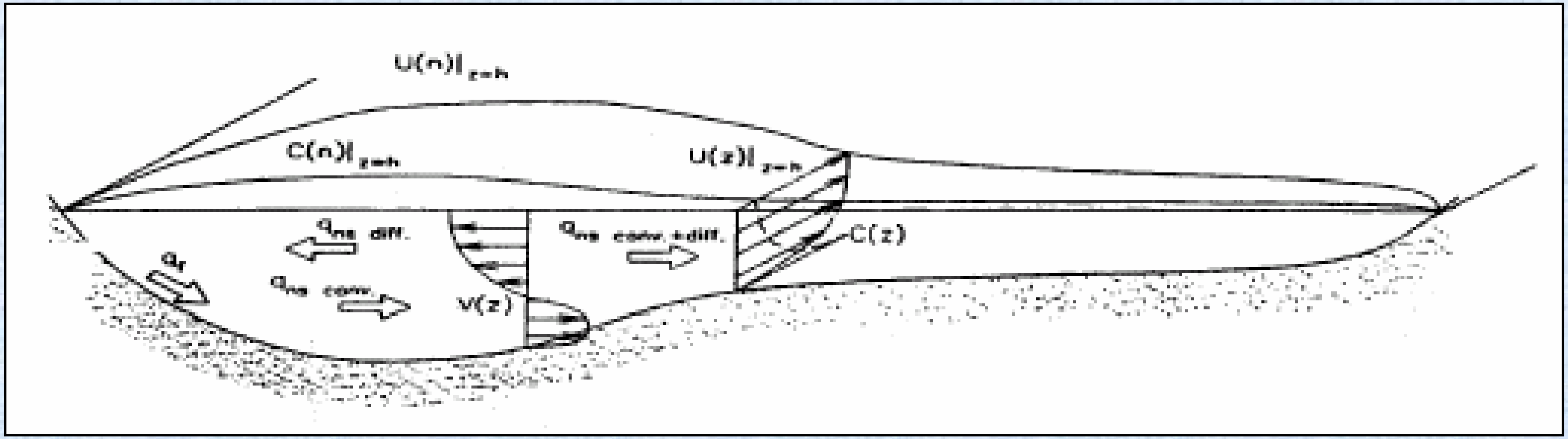
CURVATURA COSTANTE – FONDO MOBILE



- Il moto secondario trascina sedimenti verso l'interno e forma una barra di deposito

- La sezione si approfondisce verso l'esterno

CURVATURA COSTANTE – FONDO MOBILE



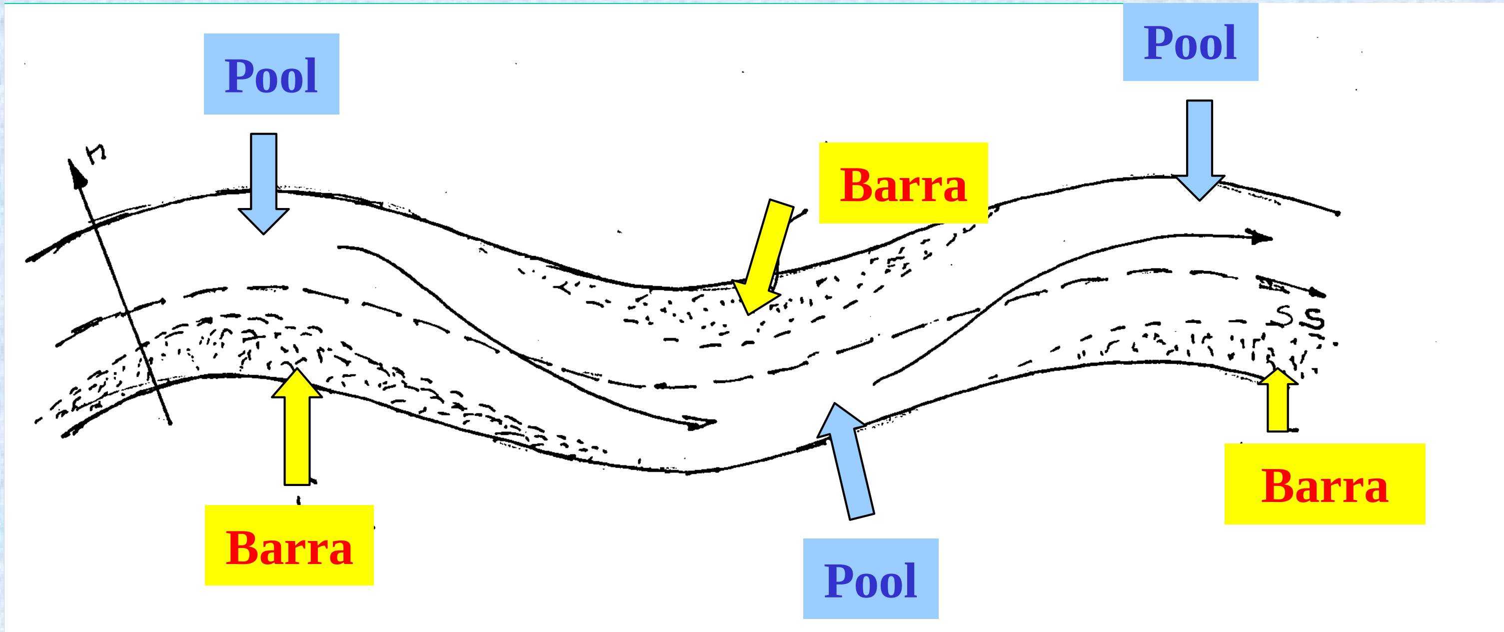
Scavo verso l’esterno **Barra di deposito verso l’interno**

Cosa cambia se la curvatura non è costante?

Se la curvatura varia nella direzione longitudinale

↓

Moto secondario aggiuntivo indotto dalla topografia (effetto di shoaling)



Problemi:

- Valutare il massimo scavo
- La sua localizzazione
- La sua distribuzione spaziale

Back


Rhine River

Barre alternate libere o migranti

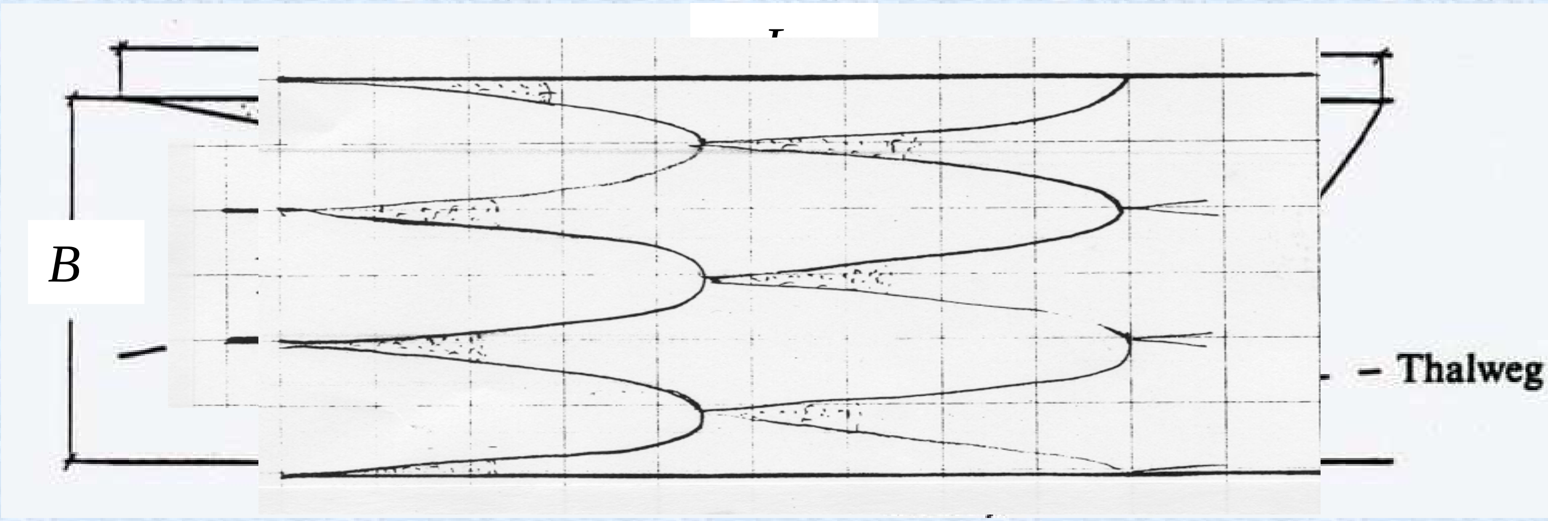
Perturbazioni della topografia, trasversale e longitudinale del fondo (scavi e depositi) dovute a un meccanismo di

INSTABILITA' del FONDO

Formazione di megaforme di fondo (barre migranti)

Barre migranti possono essere:

- **singole (barre alternate)**
- **doppie (barre centrali)**
- **multiple (barre multiple)**



Barre alternate libere o migranti

➢ **Caratteristiche generali delle barre alternate:**

– Hanno dimensioni spaziali dell'ordine della larghezza del canale.

– Producono fenomeni di erosione e deposito dell'ordine della profondità.

– Condizionano l'evoluzione planimetrica del corso d'acqua.

– Migrano verso valle.

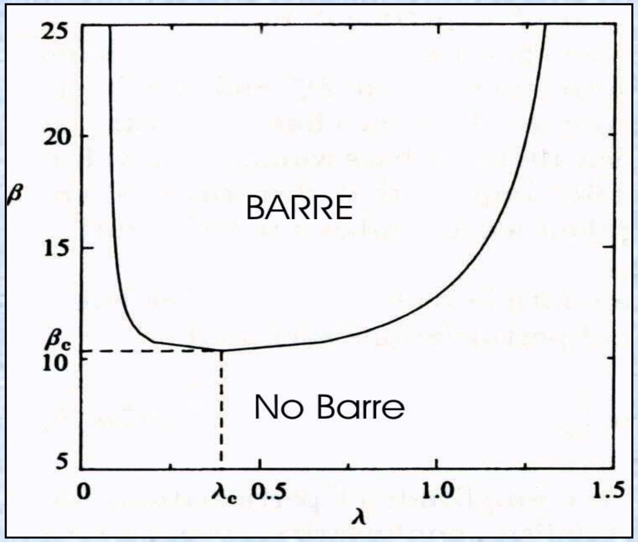
➢ **Criterio di formazione delle barre alternate**

Parametri di controllo

β = Semilarghezza / Profondità media

d_s = d_{50} / Profondità media

ϑ = Tensione di Shields media

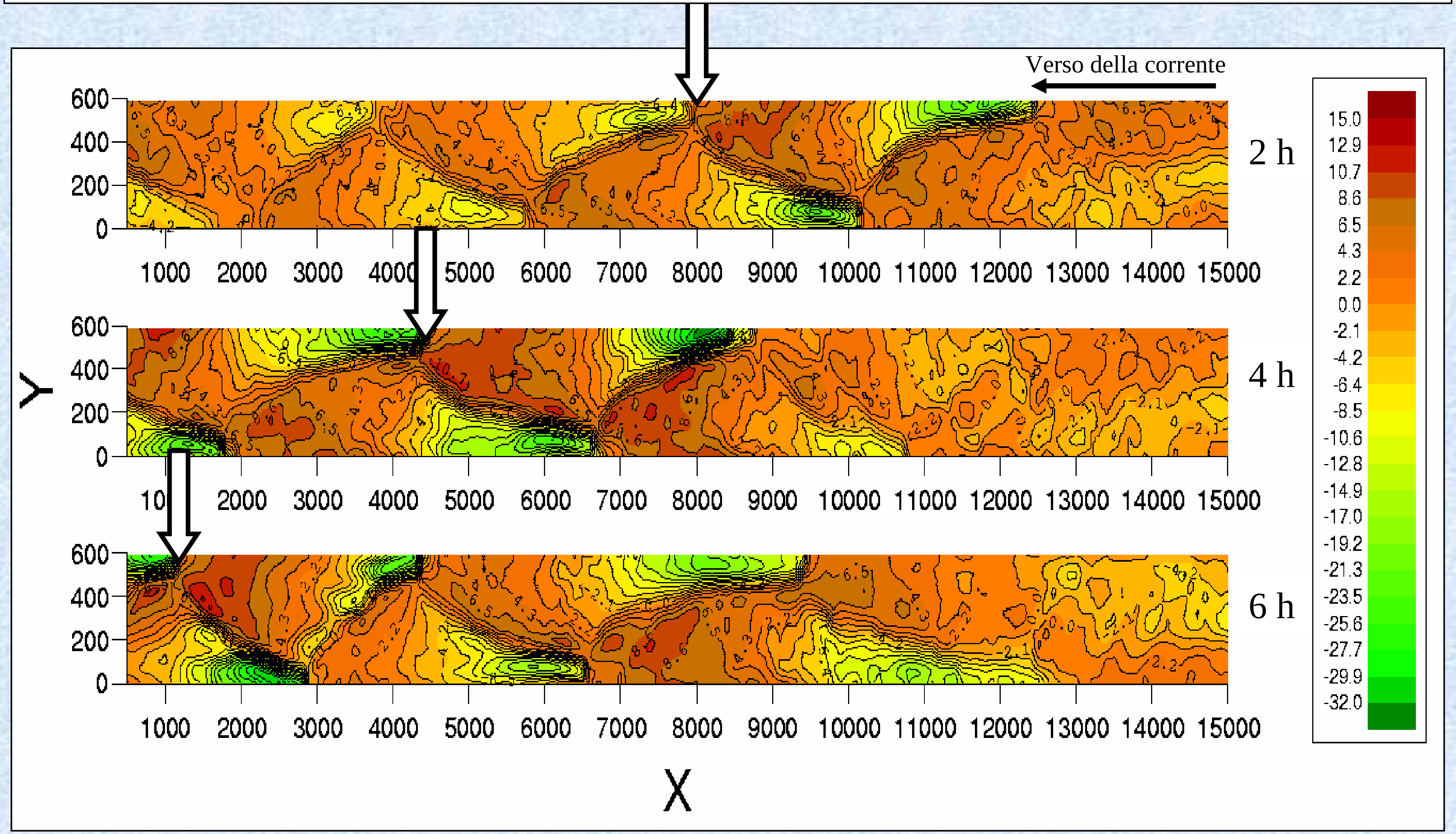


Si formano in alvei larghi per i quali risulti soddisfatta:

$$\beta > \beta_c(\vartheta, d_s)$$

(Colombini, Seminara e Tubino, JFM 1987)

Barre alternate libere o migranti



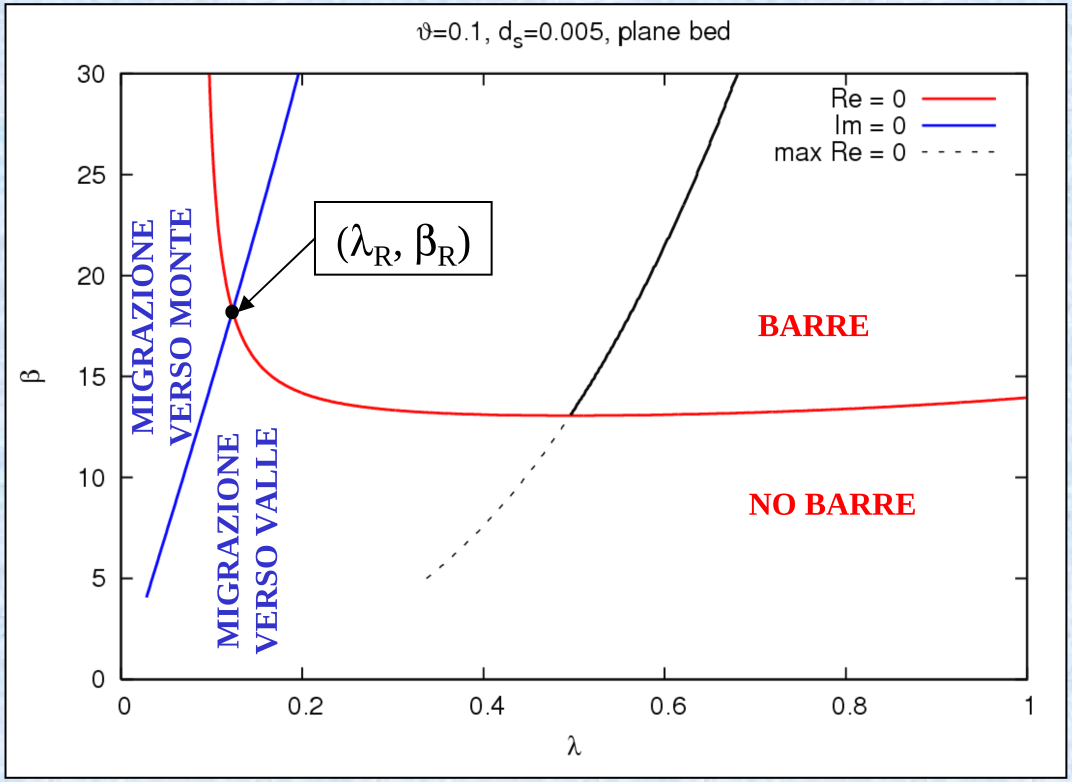
Prof. di moto uniforme: $Y_0 = 26$ *mm*

Ampiezza di equilibrio delle barre $H_{BM} \cong 46$ *mm*

$\beta = 11.5 > \beta_C = 6.5$

back

Risonanza in alvei meandriformi (Blondeaux & Seminara, 1985)



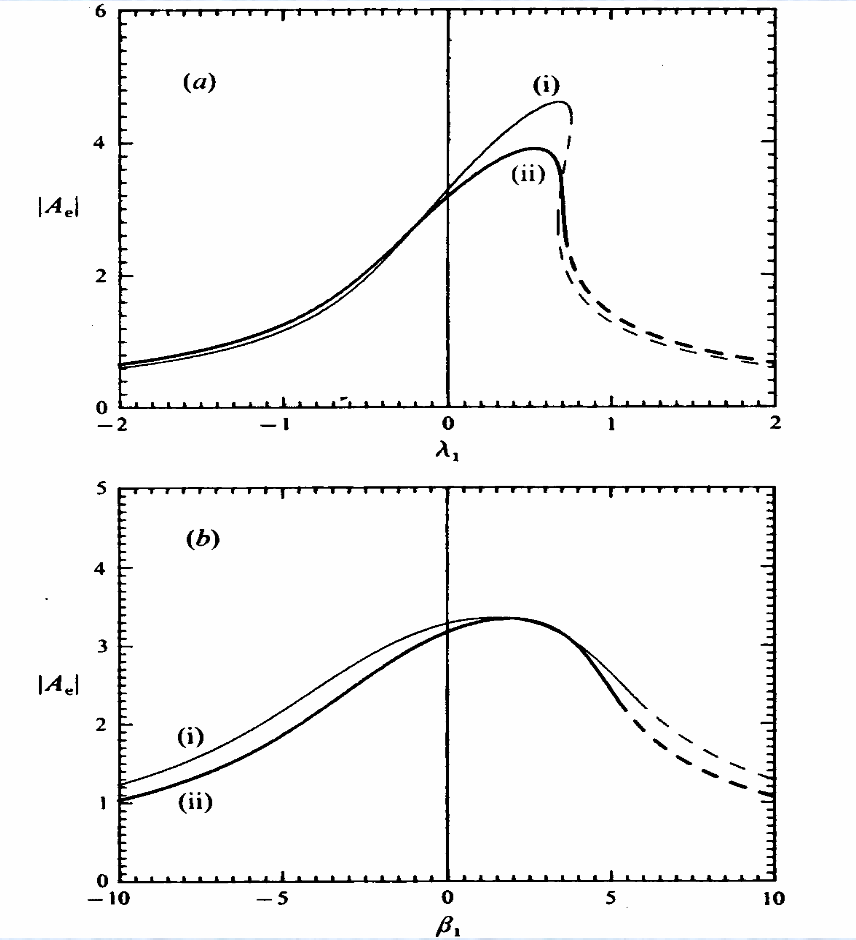
In corrispondenza del valore β_R il sistema ammette una risposta libera nella forma di barre alternate stazionarie (non si amplificano nè migrano) aventi numero d'onda pari a λ_R

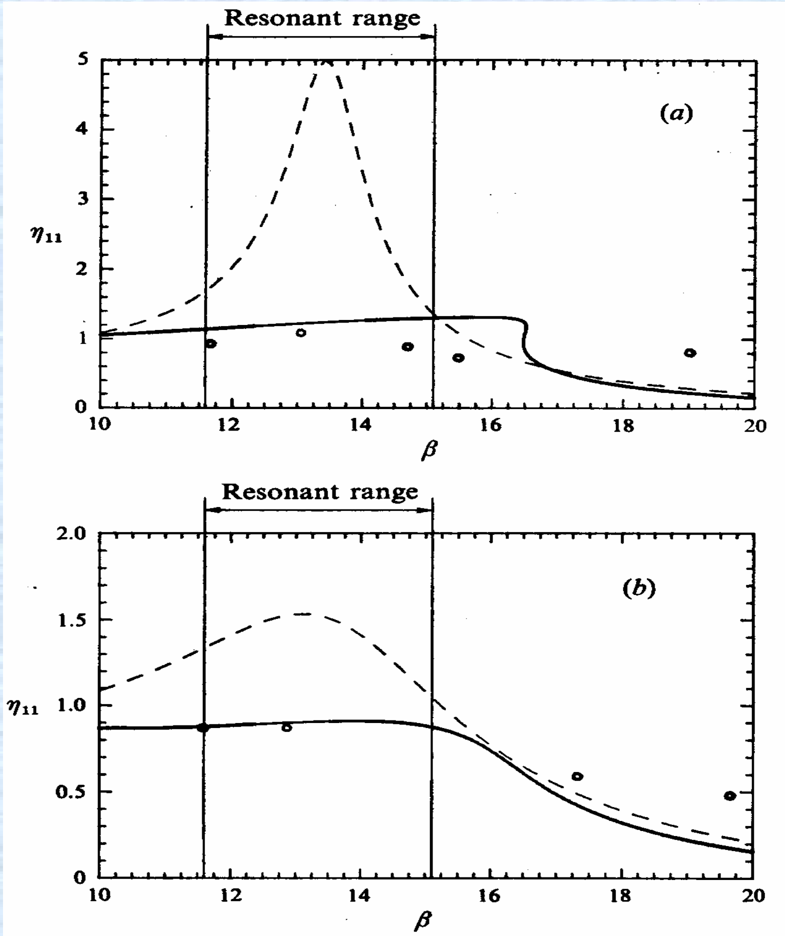
Si ha risonanza (linearmente) in un alveo meandriforme se:

- il numero d'onda λ è prossimo a λ_R
- il rapporto semilarghezza/profondità β è prossimo a β_R

essendo i valori λ_R e β_R funzioni del parametro di Shields ϑ e della scabrezza relativa d_s

Weakly non linear theory (Seminara & Tubino, 1992)





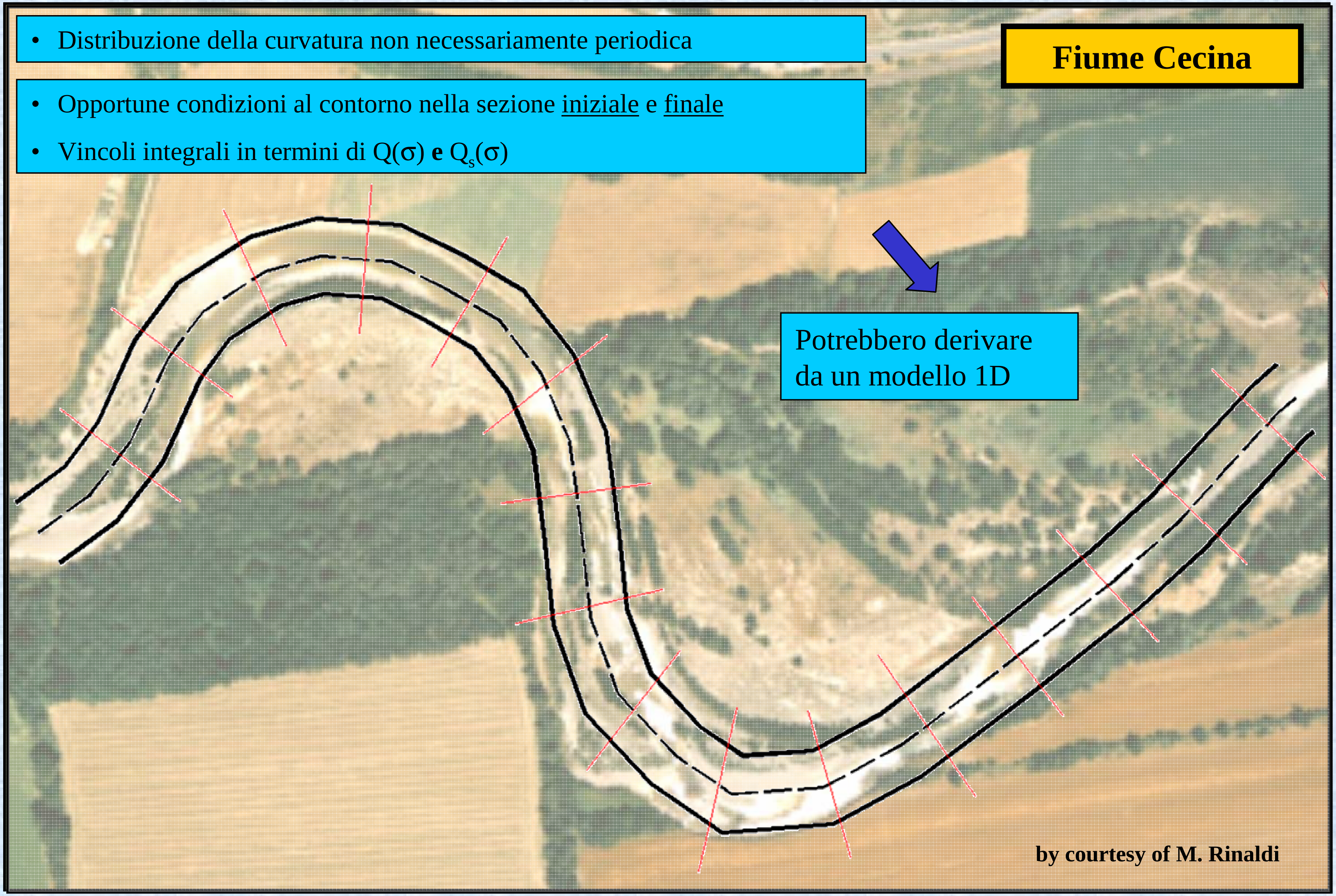
Comparison with experimental observations of Colombini, Tubino and Whiting (1991)

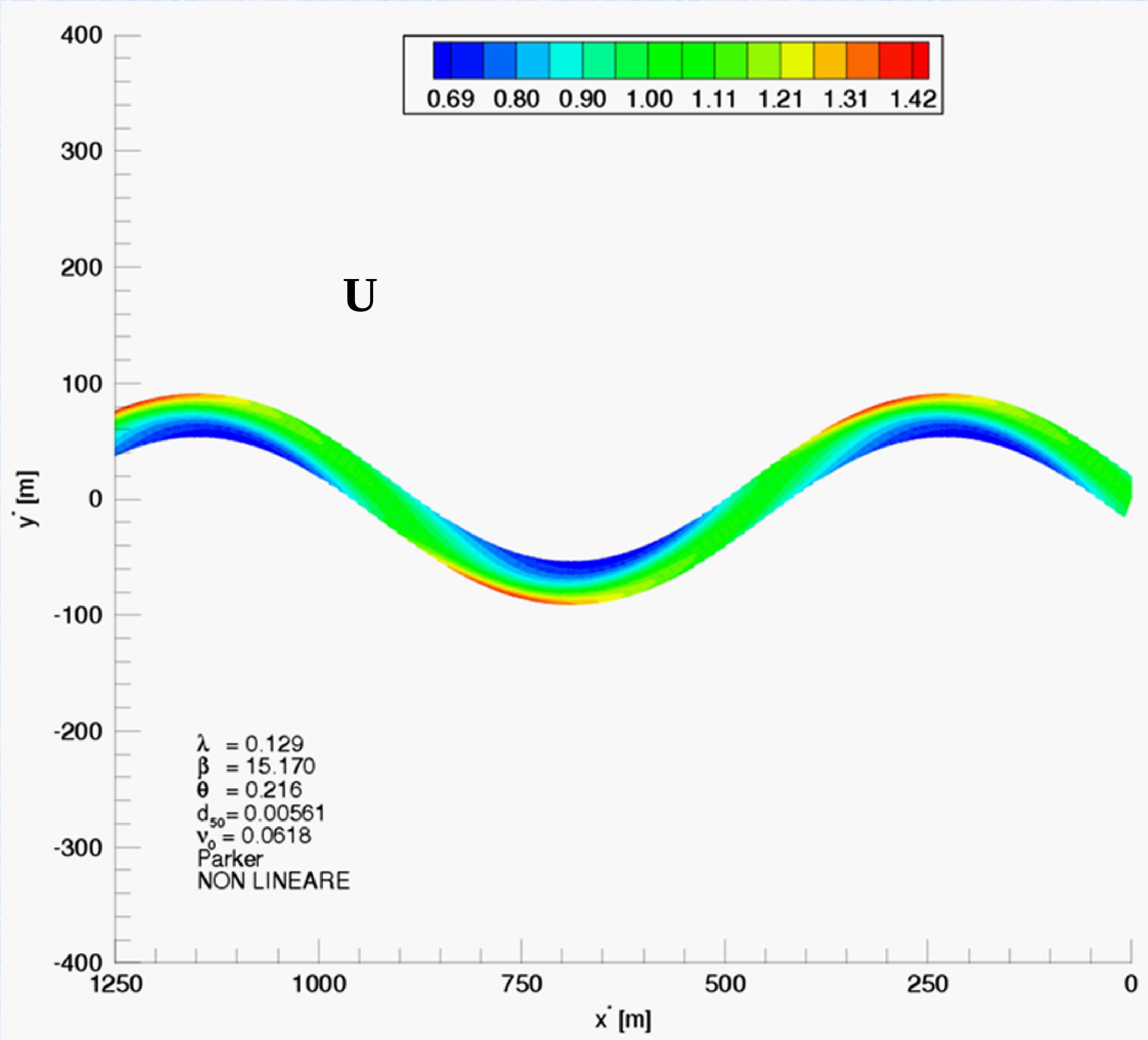
back

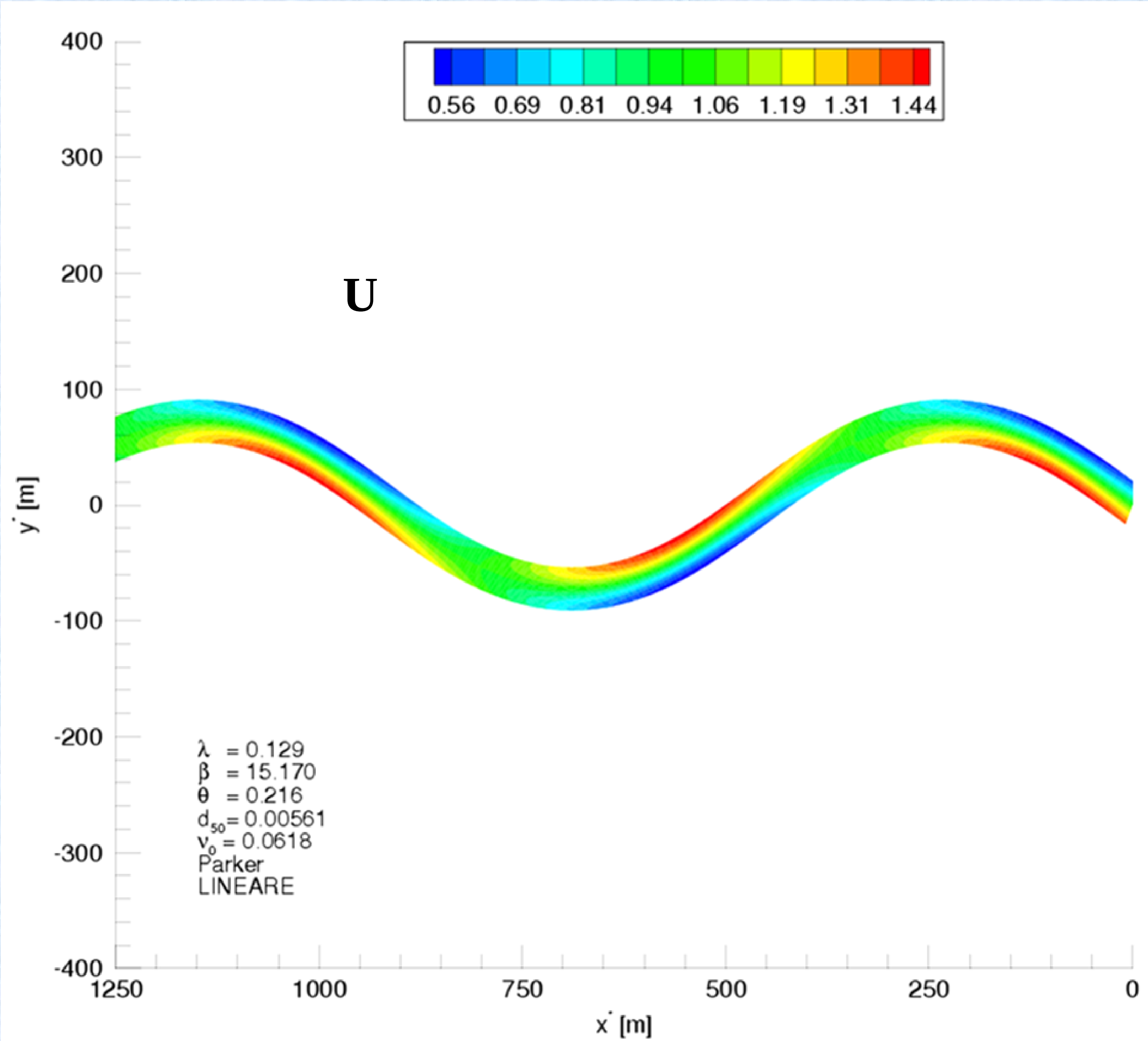
Possibile accoppiamento con modello 1D

- Distribuzione della curvatura non necessariamente periodica

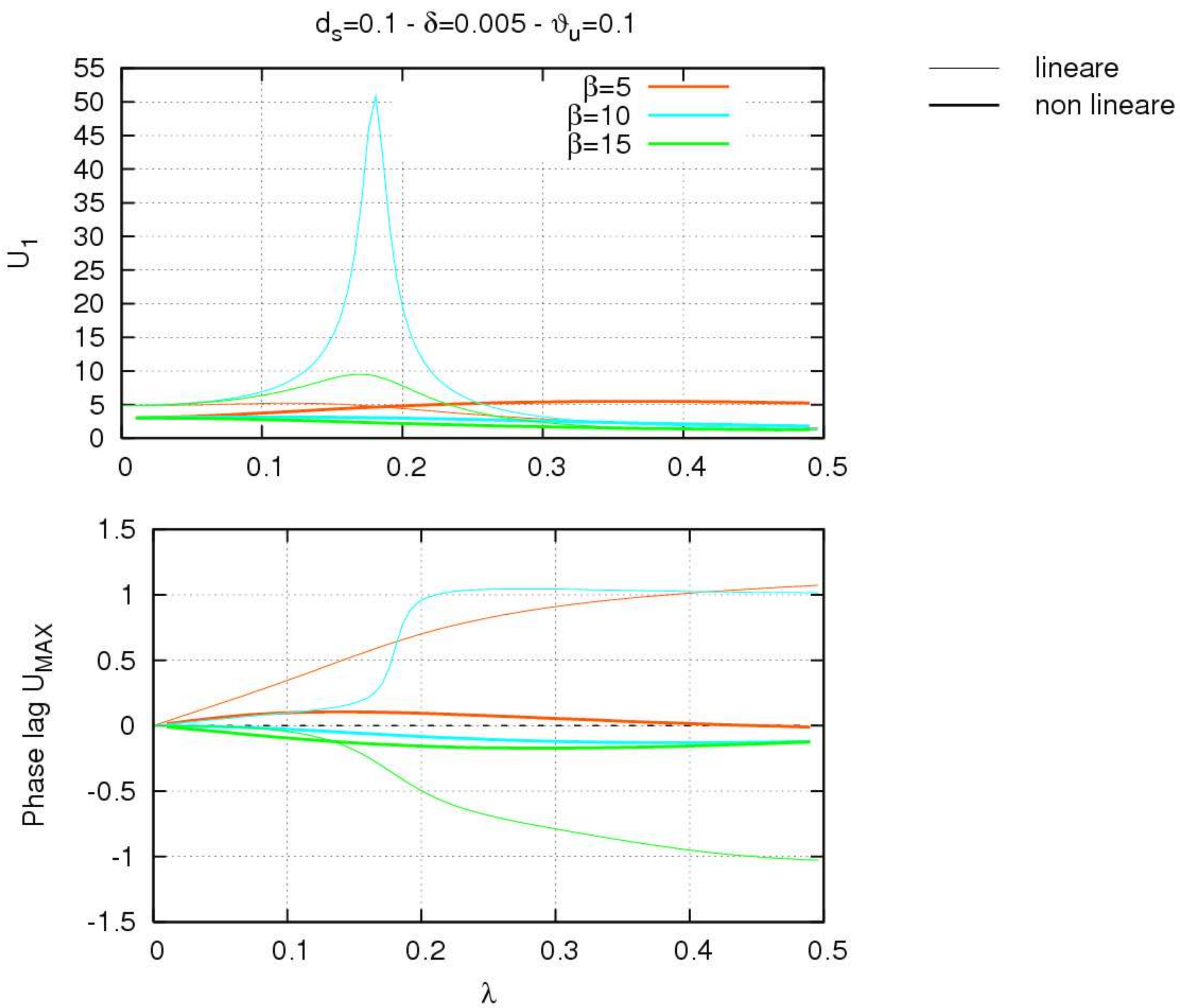
- Opportune condizioni al contorno nella sezione <u>iniziale</u> e <u>finale</u>
- Vincoli integrali in termini di $Q(\sigma)$ **e** $Q_s(\sigma)$




U
0.69 0.80 0.90 1.00 1.11 1.21 1.31 1.42
400
300
200
100
0
-100
-200
-300
-400
y* [m]
1250
1000
750
500
250
0
x* [m]
λ = 0.129
β = 15.170
θ = 0.216
d50= 0.00561
ν0 = 0.0618
Parker
NON LINEARE



0.56 0.69 0.81 0.94 1.06 1.19 1.31 1.44
U
400
300
200
100
0
-100
-200
-300
-400
y* [m]
1250
1000
750
500
250
0
x* [m]
λ = 0.129
β = 15.170
θ = 0.216
d50 = 0.00561
ν0 = 0.0618
Parker
LINEARE



d_s=0.1 - δ=0.005 - ϑ_u=0.1
lineare
non lineare
β=5
β=10
β=15
U_1
Phase lag U_{MAX}
λ