

## Capitolo 4

# MORFODINAMICA FLUVIALE: STABILITÀ

### 4.1 La formazione delle forme di fondo di piccola scala

È di qualche interesse chiarire perchè le forme di fondo di piccola scala si formano.

La ricerca, a partire dal lavoro di Kennedy (1963), ha mostrato chiaramente che la formazione di tutte le forme di fondo è associata ad un meccanismo di instabilità del fondo: in altre parole una piccola perturbazione dell'assetto dell'interfaccia ammasso-corrente tende, sotto opportune condizioni, ad amplificarsi fino ad assumere l'assetto di equilibrio sommariamente descritto in precedenza.

Il meccanismo di instabilità può essere illustrato esaminando l'effetto che una piccola perturbazione dell'assetto del fondo, nella forma di un'onda sinusoidale di piccola ampiezza, induce sul campo di moto e quindi sul trasporto di sedimenti.

Indichiamo con  $Q_s$  la portata solida unitaria diretta longitudinalmente e poniamo:

$$\eta = \eta_o + \eta_1 \exp i\lambda(x - ct) + c.c. \quad (4.1.1)$$

$$Q_s = Q_{so} + Q_{s1} \exp i\lambda(x - ct - \delta) + c.c. \quad (4.1.2)$$

con  $\eta_1$  ampiezza infinitesima (reale e positiva) della perturbazione,  $\lambda$  numero d'onda e  $c$  quantità complessa la cui parte reale individua la celerità della forma di fondo mentre la parte immaginaria ne individua il coefficiente di amplificazione. La perturbazione del fondo induce una perturbazione del campo di moto, quindi del campo delle tensioni al fondo e, conseguentemente, della portata solida al fondo. Quest'ultima perturbazione non è, in generale, in fase con la perturbazione del fondo. La grandezza  $\delta$ , che compare nella (4.1.2), individua tale sfasamento.

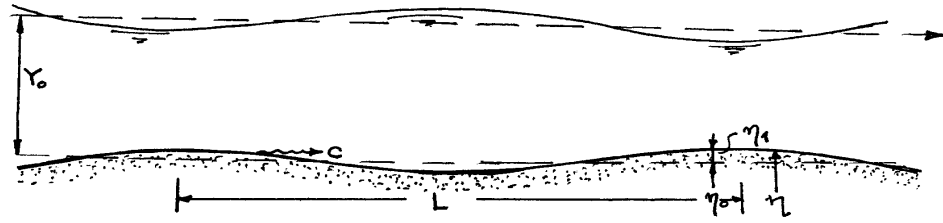


Figura 4.1: Schema di una perturbazione piana del fondo e della superficie libera.

Sostituendo le (4.1.1), (4.1.2) nell'equazione di continuità dei sedimenti (la (2.1.20)) si ottiene:

$$-(1-p)c\eta_1 + Q_s^1 \exp(-i\lambda\delta) = 0 \quad (4.1.3)$$

dove  $Q_s^1$  è un'ampiezza reale e positiva. Segue:

$$c_r = \frac{Q_s^1}{(1-p)\eta_1} \cos \lambda\delta \quad (4.1.4)$$

$$c_i = -\frac{Q_s^1}{(1-p)\eta_1} \sin(\lambda\delta) \quad (4.1.5)$$

Dunque la celerità della perturbazione è positiva (negativa) se lo sfasamento  $\delta$  è compreso fra  $(-L/4)$  ed  $L/4$  (fra  $L/4$  e  $3/4L$ ). La perturbazione si amplifica se  $\delta$  è compreso fra  $-L/2$  e  $0$ , si attenua in caso contrario.

Il comportamento di  $\delta$  può essere dedotto attraverso alcune considerazioni qualitative fondate su alcuni classici risultati teorici di cui ci limitiamo a fornire qui nel seguito i risultati.

Se si assume che il campo di moto indotto dalla perturbazione del fondo possa schematizzarsi come irrotazionale, si ignora cioè lo strato limite turbolento ad esse associato, una classica soluzione per il campo di moto mostra che è possibile individuare tre regimi al variare del numero di Froude  $F$  della corrente indisturbata.

#### 1. Regime subcritico

$$F^2 < \frac{\text{Tanh}\lambda Y_0}{\lambda Y_0} \quad (4.1.6)$$

L'ondulazione della superficie libera è in opposizione di fase rispetto al fondo e presenta ampiezza molto minore dell'ampiezza della perturbazione del fondo.

## 2. Regime supercritico inferiore

$$\frac{\tanh\lambda Y_o}{\lambda Y_o} < F^2 < \frac{1}{\lambda Y_o \tanh\lambda Y_o} \quad (4.1.7)$$

L'ondulazione della superficie libera è in fase con l'ondulazione del fondo e l'ampiezza della prima è superiore all'ampiezza della seconda.

## 3. Regime supercritico superiore

$$F^2 > \frac{1}{\lambda Y_o \tanh\lambda Y_o} \quad (4.1.8)$$

L'ondulazione della superficie libera è in fase con l'ondulazione del fondo ma la sua ampiezza è inferiore all'ampiezza della perturbazione al fondo.

Dunque, posto che l'origine dell'asse  $x$  sia localizzata in corrispondenza della cresta dell'onda di fondo ne consegue che il moto accelera nelle seguenti regioni:

$$\begin{aligned} -L/2 < x < 0 & \quad \text{regimi I e III} \\ 0 < x < L/2 & \quad \text{regime II} \end{aligned}$$

Poichè in un convergente-divergente la tensione è massima poco a monte della sezione in cui la velocità è massima, ne consegue che la fase  $\delta_\tau$  della tensione rispetto alla perturbazione del fondo soddisfa alle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} -L/4 < \delta_\tau < 0 & \quad \text{regimi I e III} \\ L/4 < \delta_\tau < L/2 & \quad \text{regime II} \end{aligned}$$

Se la granulometria dei sedimenti è fine, il trasporto solido dominante è di *fondo* solo in parte del regime I (bassi  $F$ ) e il trasporto solido è praticamente in fase con la tensione.

Dunque, nel regime I si ha, nel caso di granulometria fine:

$$-L/4 < \delta < 0 \quad (4.1.9)$$

donde:

$$c_r > 0 \quad , \quad c_i > 0 \quad (4.1.10)$$

Il regime I è dunque il regime a dune.

Nel caso di sedimenti grossolani il trasporto di fondo ritarda un po' rispetto alla tensione, a causa dell'inerzia dei sedimenti (Parker, 1975) sicchè risulta:

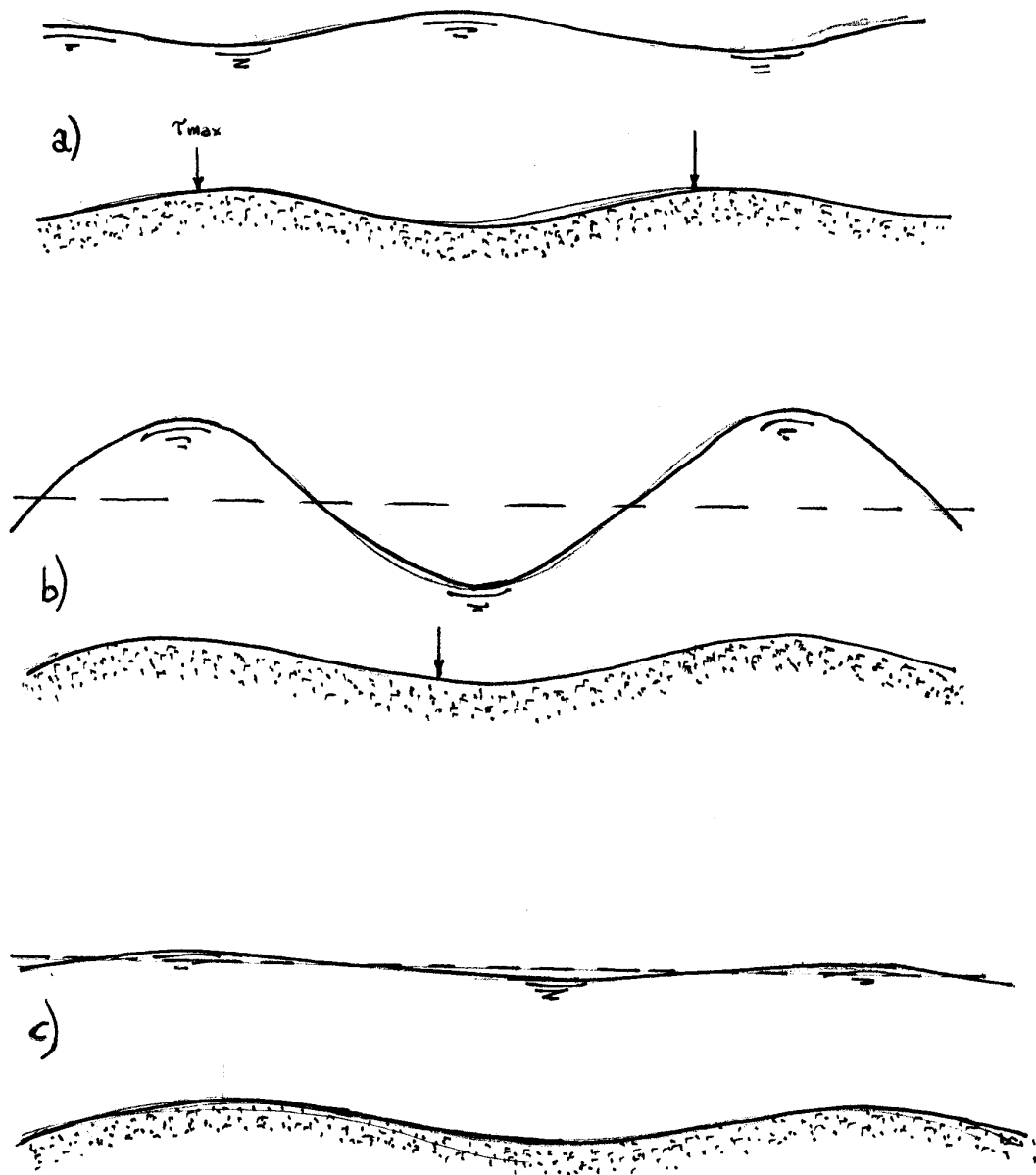


Figura 4.2: a) Regime subcritico; b) Regime supercritico inferiore; c) Regime supercritico superiore.

Regime I	$0 < \delta < L/4$	STABILE
Regime II	$L/2 < \delta < 3/4L$	INSTABILE
Regime III	$0 < \delta < L/4$	STABILE

Il regime II corrisponde in questo caso alla formazione di ANTIDUNE in

materiale grossolano e si ha:

$$c_i > 0 \quad , \quad c_r < 0$$

Le antidune in materiale grossolano migrano dunque invariabilmente verso monte.

Risultato analogo si ottiene nel regime II quando il materiale trasportato è fine sicchè il trasporto dominante è in *sospensione*. In questo caso il trasporto ritarda rispetto alla tensione perchè il processo di trasporto dei sedimenti è controllato dalla distribuzione locale della concentrazione che non è in fase con la tensione. Possono verificarsi due casi:

Regime II  $L/2 < \delta < 3/4L$   $c_i > 0$  ,  $c_r < 0$  (Prop. a monte)

Regime II  $3/4L < \delta < 2L$   $c_i > 0$  ,  $c_r > 0$  (Prop. a valle)

Essi descrivono la formazione di antidune in materiale fine che si propagano rispettivamente verso monte o verso valle.