

# Un confronto tra modelli cristallino e isotropo per la plasticità “strain gradient”

---

Lorenzo Bardella

DICATA

Università degli Studi di Brescia

Alessandro Giacomini

Dipartimento di Matematica

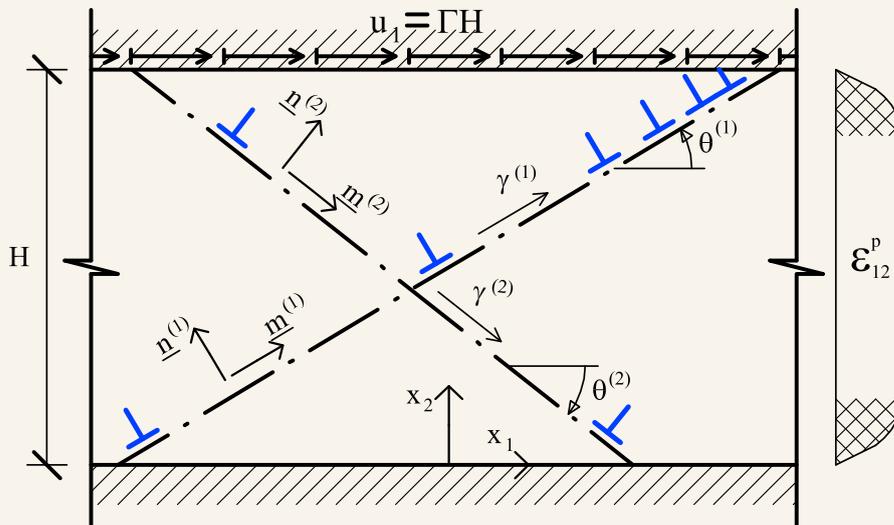
Università degli Studi di Brescia



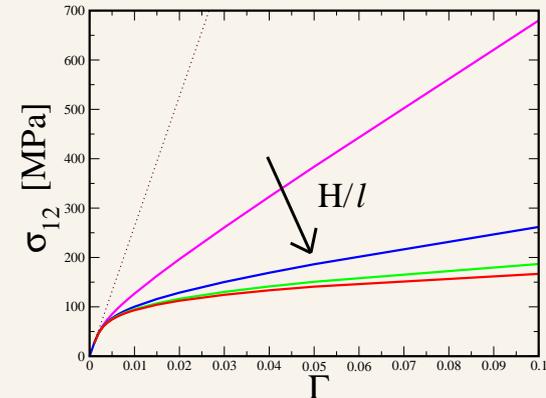
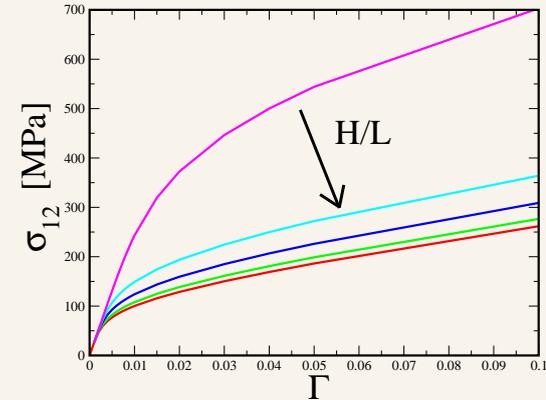
GMA08, Genova, 29 febbraio-1 marzo 2008

# Contesto scientifico di riferimento: “Continuum micromechanics of strain gradient polycrystals”

Stima delle proprietà meccaniche macroscopiche e dell'effetto scala di policristalli tramite omogeneizzazione. *Per un singolo grano:*



$$\boldsymbol{\varepsilon}^p = \sum_{\beta=1}^N \gamma^{(\beta)} \text{sym} (\mathbf{m}^{(\beta)} \otimes \mathbf{n}^{(\beta)})$$



## Principale risultato ottenuto: isotropizzazione di un singolo grano e confronto

---

Imponendo che *ogni direzione sia un possibile sistema di scorrimento* si è ottenuto il  $\Gamma$ -limite che governa il problema di un singolo grano isotropo. Nel caso lineare è stato possibile risolvere analiticamente le equazioni di Eulero-Lagrange, da cui:

$$\sigma_{12} = \frac{\Gamma\mu}{1 + \frac{\mu\gamma_0}{h_0} \left\{ 1 - \frac{1}{3} \frac{\tanh(\lambda H/2)}{\lambda H/2} - \frac{2}{3} \frac{\tanh[H/(2L)]}{H/(2L)} \right\}} \quad \lambda = \frac{1}{L} / \sqrt{1 + \frac{3\mu\gamma_0}{4h_0} \frac{\ell^2}{L^2}}$$

da confrontare con la stima che si può ottenere dal modello isotropo di Gurtin e Anand (2005):

$$\sigma_{12} = \frac{\Gamma\mu}{1 + \frac{3\mu\varepsilon_0}{2\sigma_0} \left[ 1 - \frac{\tanh(\lambda H/2)}{\lambda H/2} \right]} \quad \lambda = \frac{1}{L} / \sqrt{1 + \frac{3\mu\varepsilon_0}{4\sigma_0} \frac{\ell^2}{L^2}}$$

nonostante questo modello dovrebbe addirittura tener conto dei bordi di grano...

## Sviluppi futuri

---

- Studio numerico del caso non lineare e discussione della legge di Hall-Petch sulla base dell'omogeneizzazione di Fleck e Willis (2004).
- Ulteriore sviluppo del modello per il singolo grano:
  - energia dei difetti;
  - descrizione continua delle interazioni a corto raggio tra le dislocazioni.
- Metalli policristallini:
  - condizioni al contorno (e modellazione) per i bordi di grano interni;
  - omogeneizzazione per la stima delle proprietà meccaniche macroscopiche.