

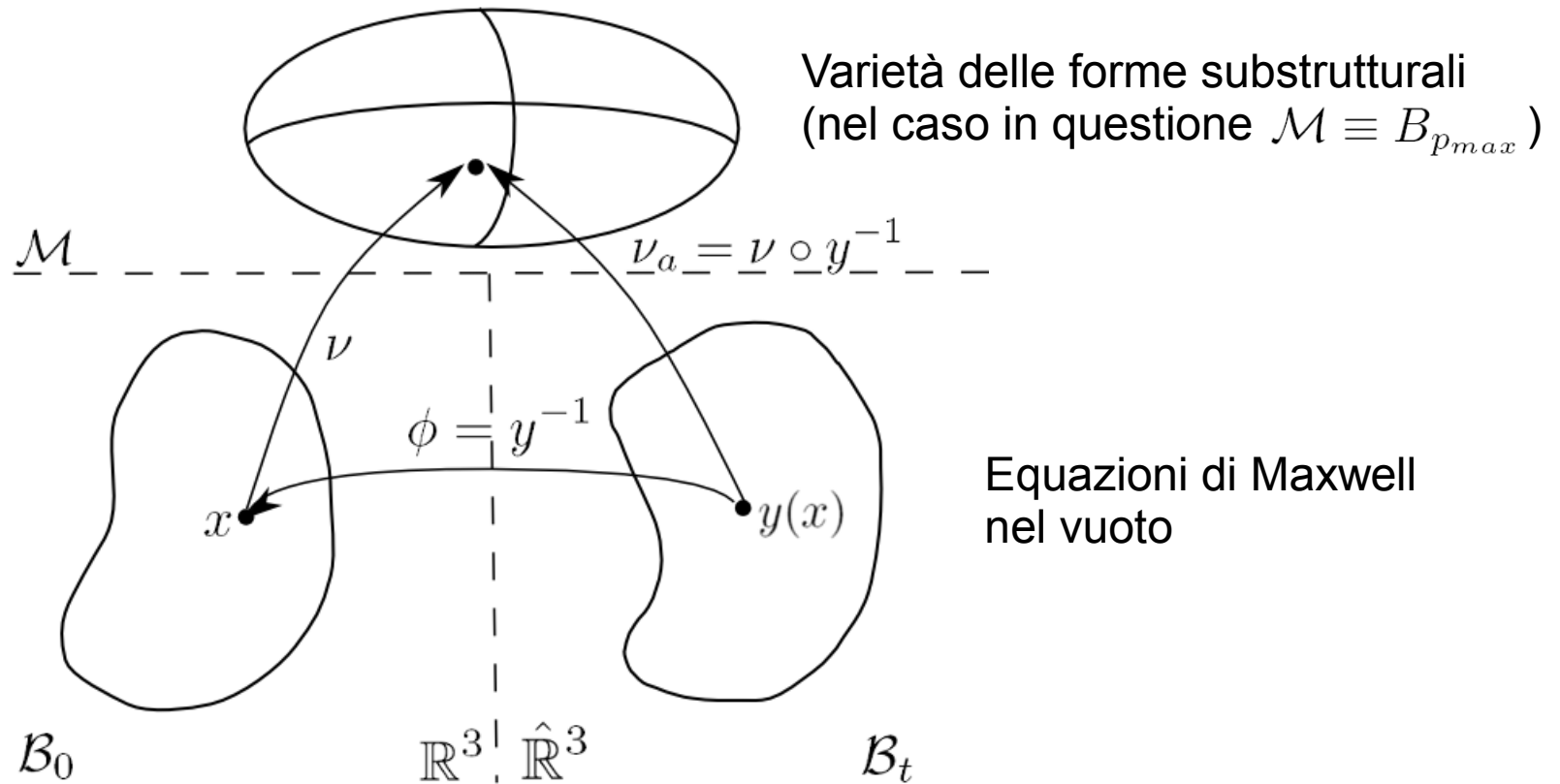
# Conseguenze di un principio variazionale di Ericksen nella meccanica dei corpi elastici con polarizzazione

Paolo Paoletti



DSI – Dipartimento di Sistemi e Informatica  
Dottorato in “Dinamica non lineare e sistemi complessi”  
Università di Firenze

I corpi polarizzabili sono esempi paradigmatici di corpi complessi



P. M. Mariano, Adv. Appl. Mech., 38, 1-93 (2002)

Proposta di Ericksen: principio variazionale basato sul moto inverso

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(y, \phi, \dot{\phi}, F^{-1}, \nu_a, \dot{\nu}_a, \text{grad} \nu_a)$$

J.L. Ericksen, Arch. Rational Mech. Anal. 183, 299-313 (2007)

*Teorema di tipo Noether per corpi elastici con polarizzazione  
nella descrizione basata sul moto inverso*

$$Q = \partial_{\dot{\phi}} \mathcal{L} \cdot (w - F^{-1}v) + \partial_u \mathcal{L} \cdot (\xi - (\text{grad} \nu_a)v)$$

$$\mathcal{F} = \mathcal{L}v + (\partial_{F^{-1}} \mathcal{L})^* (w - F^{-1}v) + (\partial_{\text{grad} \nu_a} \mathcal{L})^* (\xi - (\text{grad} \nu_a)v)$$

$$w \in T_x \mathcal{B}_0 \quad v \in T_{y(x)} \mathcal{B}_t \quad \xi \in T_{\nu_a(y)} \mathcal{M}$$

**Th.1:** Se i campi  $(y, t) \mapsto Q \in C^1([0, \bar{t}], \mathbb{R})$   $(y, t) \mapsto \mathcal{F} \in C^1(\mathcal{B}_t, \mathbb{R}^3)$

sono regolari ed  $\mathcal{L}$  è equivariante rispetto ai cambiamenti di osservatore allora

$$\dot{Q} + \text{div} \mathcal{F} = 0$$

**Corollario:** Le equazioni di bilancio seguono in forma covariante

**Prop.1:**

$$\partial_{F^{-1}} \mathcal{L} = -(\partial_{\det F} \mathcal{L}) \text{cof} F - \frac{1}{\det F} (\partial_{\text{cof} F} \mathcal{L}) (\check{\mathbb{D}}_F - \mathbb{D}_F)$$

$$\mathbb{D}_F = \text{cof} F \otimes \text{cof} F \quad - \quad \mathbb{D}_F[a \otimes b \otimes c] = \check{\mathbb{D}}_F[b \otimes c \otimes a] \quad a, b, c \in \mathbb{R}^3$$

## Sviluppi futuri

- **Analisi dei corpi ferroelettrici con rilassamento**  
(P.M. Mariano, P. Paoletti, *Complex bodies with memory effects: linearized setting*, sottoposto)
- **Interazione fase paraelettrica, fase ferroelettrica**  
(lavoro in via di sviluppo con P.M. Mariano, R. Genesio e A. Tesi)

