

➤ Definizione completa di un problema di inquinamento

1. Definizione della configurazione geometrica del dominio di moto;
2. Identificazione della variabile dipendente del problema di inquinamento, ovvero la concentrazione delle sostanze inquinanti di interesse per il problema specifico;

Se le sostanze inquinanti interagiscono tra loro, la concentrazione di ciascuna di esse è una variabile di stato e sono necessarie informazioni sulle rispettive modalità di interazione.

Poiché nell'equazione della dispersione la velocità V compare sia nel flusso di advezione sia come componente del coefficiente di dispersione D , è necessario conoscere $V(\mathbf{x}, t)$.

Tale informazione può essere un dato di input del modello di inquinamento (tracciante passivo), oppure, se le variazioni di concentrazione influenzano la densità del fluido $\rho(\mathbf{x}, t)$, la velocità rappresenta una variabile di stato ed un'incognita del problema.

Analogamente in un problema di flusso insaturo, il contenuto di umidità $\theta(\mathbf{x}, t)$ può essere noto come input del modello oppure viene considerato una variabile dipendente del problema.

3. Definizione delle equazioni di bilancio di massa per ciascun inquinante considerato;
4. Identificazione del valore dei coefficienti che compaiono in tali equazioni;
(in particolare la dispersività e la diffusione molecolare nel mezzo poroso considerato)
5. Definizione dei diversi termini di pozzo e/o sorgente che compaiono in tali equazioni;
6. Definizione delle condizioni iniziali ed al contorno cui sono soggette le variabili di stato del problema.

➤ Il trasporto di inquinanti per sola advezione

Il trasporto di inquinanti in un mezzo poroso è dovuto ad advezione, dispersione e diffusione. Tuttavia in molti casi, o in prima approssimazione, il trasporto di inquinante dovuto alla dispersione idrodinamica è molto più piccolo di quello dovuto all'advezione.

In tal caso, per mezzo saturo:

$$|c\mathbf{q}| \gg |n\mathbf{D}_h \cdot \nabla c|$$

In tali condizioni, le sostanze inquinanti presenti nell'acquifero si spostano lungo le linee di corrente del fluido ed alla stessa velocità del fluido.

Approssimazione del fronte netto di interfaccia

Talvolta la zona di transizione che si sviluppa a causa della dispersione idrodinamica tra due zone occupate l'una da acqua inquinata e l'altra da acqua non inquinata, è sottile rispetto alle dimensioni di tali zone di fluido.

In tali condizioni è possibile introdurre un'approssimazione per cui la zona di transizione viene sostituita da un fronte netto di interfaccia.

Il fronte, spostandosi con la velocità dell'acqua secondo il campo di moto, separa continuamente le due zone occupate dall'acqua con diversa concentrazione di un dato inquinante.

➤ Approssimazione del fronte netto di interfaccia

In figura è illustrato un fronte netto che separa due domini fluidi R_1 ed R_2 a diverse concentrazioni dello stesso inquinante. Se il fluido è lo stesso ed il tracciante è supposto passivo, $\rho_1 = \rho_2$ e $\mu_1 = \mu_2$ e pertanto $K_1 = K_2$.

Poiché il fluido non attraversa l'interfaccia, si ha:

$$V|_1 \cdot \nu = V|_2 \cdot \nu = 0$$

dove ν è il versore normale alla superficie e V_1 e V_2 sono le velocità dell'acqua sui lati 1 e 2 del fronte.

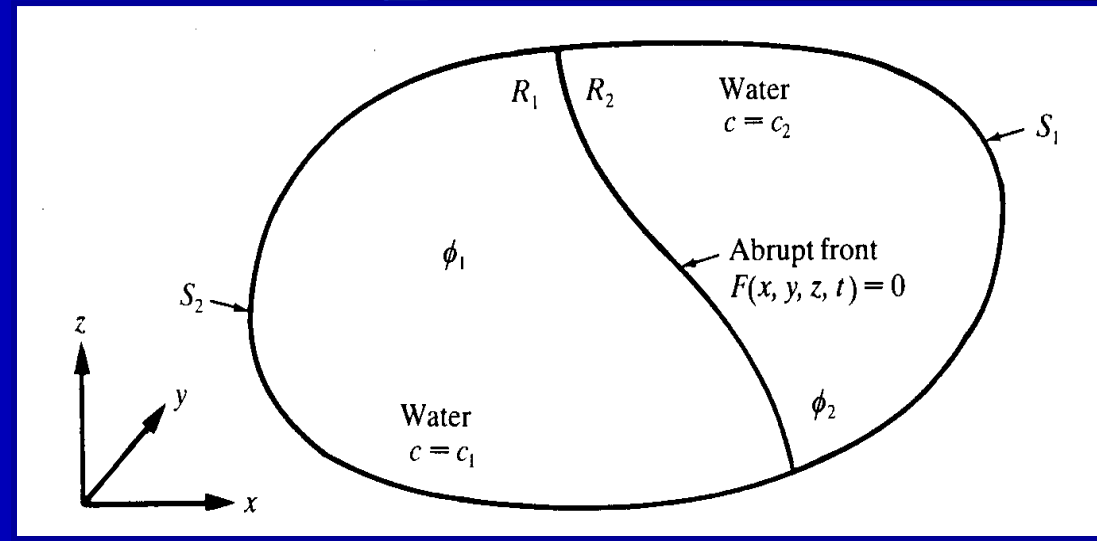
Per la condizione al contorno generalizzata all'interfaccia, dovrà essere:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{V}_1 \cdot \nabla F = 0 \quad \frac{\partial F}{\partial t} + \mathbf{V}_2 \cdot \nabla F = 0$$

in cui V_1 e V_2 sono definite dalla legge di Darcy come:

$$\mathbf{V}_1 = -\frac{K}{n} \nabla \phi_1 \quad \mathbf{V}_2 = -\frac{K}{n} \nabla \phi_2$$

e ϕ_1 e ϕ_2 sono i carichi piezometrici rispettivamente nel dominio R_1 ed R_2 .



IL TRASPORTO DEGLI INQUINANTI

➤ Advezione dell'inquinante

Quando la situazione giustifica l'ipotesi di sola advezione, l'equazione di bilancio per flusso in mezzo saturo ed in assenza di termini pozzo/sorgente, si riduce alla:

$$\frac{\partial nc}{\partial t} = -\nabla \cdot c\mathbf{q}, \quad \mathbf{q} = n\mathbf{V}$$

che nel caso più semplice di mezzo poroso omogeneo indeformabile ($\nabla n=0$ e $\partial n/\partial t=0$), diventa:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla c - c \nabla \cdot \mathbf{V}$$

Per moto permanente di un fluido incompressibile $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$. In tali condizioni si ha ancora:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\mathbf{V} \cdot \nabla c$$

Per moto permanente di un fluido incompressibile $\nabla \cdot \mathbf{V} = 0$. In tali condizioni si ha ancora:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -V_x \frac{\partial c}{\partial x} - V_y \frac{\partial c}{\partial y}$$

IL TRASPORTO DEGLI INQUINANTI

➤ Macrodispersione

L'equazione della dispersione idrodinamica in un punto dell'acquifero si riduce ad esempio in caso di flusso di moto saturo, alla:

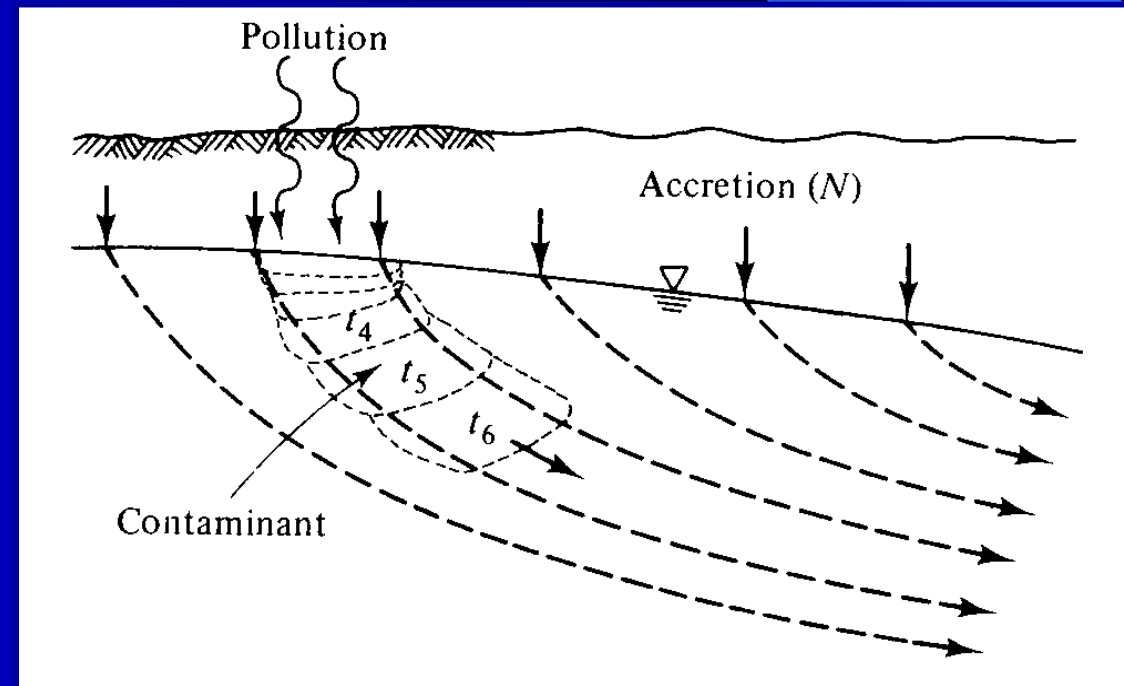
$$\frac{\partial(nc)}{\partial t} + \nabla \cdot \{ c\mathbf{q} + \mathbf{J}_c^* \} - \tau_c^* = 0$$

in cui $\mathbf{J}_c^ = -n\mathbf{D}_h \cdot \nabla c$ è la somma dei flussi dispersivo e diffusivo, $\mathbf{D}_h = \mathbf{D} + \mathbf{D}_d^*$, e $\tau_c^* = -f + n\rho\Gamma - \text{Pc} + \text{Rc}_R$ indica i termini sorgente relativi ai fenomeni superficiali che si verificano all'interfaccia tra il solido ed il liquido, alle reazioni chimiche ed al fenomeno di decadimento, ed alle immissioni ed estrazioni di acqua inquinata.*

In tale espressione $c = c(x, y, z, t)$
 $\mathbf{q} = \mathbf{q}(x, y, z, t).$

Tuttavia, in certe condizioni, l'approccio "idraulico" di considerare il problema di dispersione come un problema di flusso bi-dimensionale nel piano x-y è giustificato.

Nell'esempio in figura una fonte localizzata di inquinante raggiunge la falda freatica. A breve distanza e dopo breve tempo il fenomeno è tri-dimensionale.



IL TRASPORTO DEGLI INQUINANTI

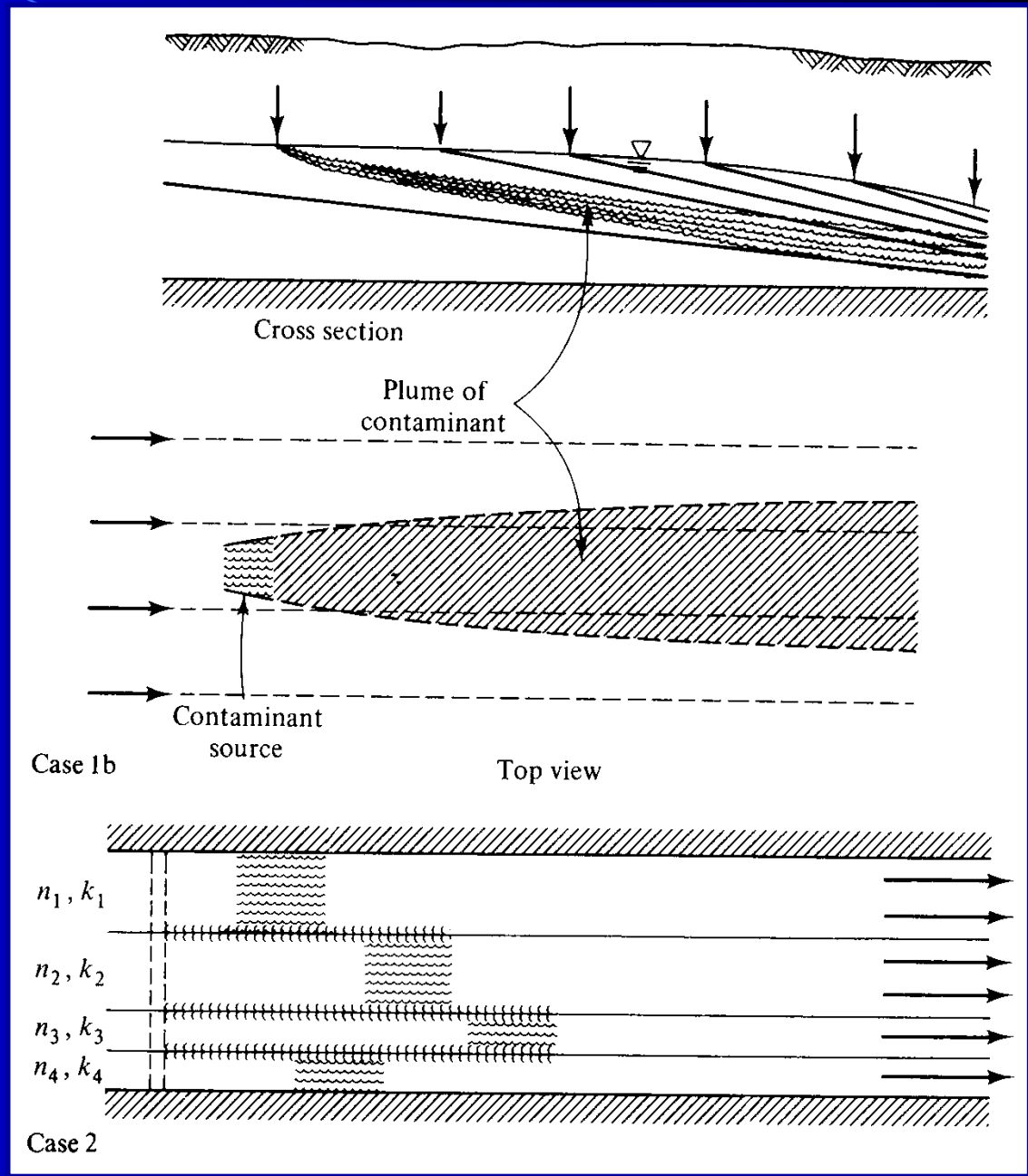
➤ Macrodispersione

Nel secondo caso la situazione è la stessa ma il tempo è più lungo e la distanza è maggiore.

Il fenomeno può essere considerato bi-dimensionale nel piano orizzontale ad una distanza sufficiente (circa 10-15 volte lo spessore del dominio fluido) dalla fonte di inquinamento locale.

Nel terzo caso un pozzo completamente penetrante immette acqua di qualità diversa in un acquifero confinato e stratificato [$K = K(z)$].

A causa della dispersione trasversale, ad una certa distanza dal pozzo di immissione, la qualità media dell'acqua dipenderà solamente da x e da y .



➤ Macrodispersione

Pertanto, in certe condizioni, può essere giustificato un approccio basato sull'ipotesi di flusso e trasporto di inquinante essenzialmente orizzontale. Tale modello si ottiene integrando l'equazione precedente sull'intera profondità B dell'acquifero.

Per un acquifero confinato si ottiene:

$$\int_{b_1}^{b_2} \left(\frac{\partial(nc)}{\partial t} + \nabla \cdot \{ c\mathbf{q} + \mathbf{J}_c^* \} - \tau_c^* \right) dz = \frac{\partial}{\partial t} B\overline{nc} + \nabla \cdot B(\overline{c\mathbf{q}} + \overline{\mathbf{J}_c^*}) - B\overline{\tau_c^*} + \\ + (c\mathbf{q} + \mathbf{J}_c^*) \Big|_{b_2} \cdot \nabla(z - b_2) - (c\mathbf{q} + \mathbf{J}_c^*) \Big|_{b_1} \cdot \nabla(z - b_1) = 0$$

Gli ultimi due termini rappresentano il flusso di inquinante normale alle superfici superiore ed inferiore dell'acquifero. Per un acquifero confinato tali termini si annullano e si ha:

$$\frac{\partial}{\partial t} B\overline{nc} + \nabla \cdot B(\overline{c\mathbf{q}} + \overline{\mathbf{J}_c^*}) - B\overline{\tau_c^*} = 0$$

Tutte le variabili sono ora solamente funzione di x , y e t .

IL TRASPORTO DEGLI INQUINANTI

➤ Macrodispersione

Analizziamo ora il flusso totale di inquinante contenuto in tale equazione,

$$B(\overline{cq})$$

Poiché:

$$\overline{cq} \equiv (nc)V$$

si può scrivere:

$$\mathbf{q} = \overline{\mathbf{q}} + \hat{\mathbf{q}}, \quad c = \overline{c} + \hat{c}, \quad c\mathbf{q} = \overline{c}\overline{\mathbf{q}} + \overline{\hat{c}\hat{\mathbf{q}}}$$

in cui il cappello indica le deviazioni lungo la verticale.

Il termine

$$\overline{\hat{c}\hat{\mathbf{q}}}$$

detto **MACRODISPERSIONE** è dovuto alle fluttuazioni di $\mathbf{q}$ lungo la verticale.

Per proseguire l'analogia tra dispersione e macrodispersione è possibile definire, quale ipotesi di lavoro, un coefficiente di macrodispersione $\overline{\mathbf{D}}_{ij}$ ($i, j = 1, 2$) ed una macrodispersività A_{ijkm} , correlato ad una macrodispersività longitudinale A_L ed una macrodispersività trasversale A_T dell'acquifero. Il flusso di macrodispersione è dunque dato dalle:

$$\overline{\hat{c}\hat{\mathbf{q}}} = -\overline{\mathbf{D}} \cdot \nabla \overline{c}, \quad \overline{D}_{ij} = \frac{\overline{\hat{q}_i \hat{q}_j}}{q} \overline{L} = A_{ijkm} \frac{\overline{\hat{q}_k \hat{q}_m}}{q} f(Pe^*, \delta^*)$$

$$A_{ijkm} \frac{\overline{\hat{K}_{in} \hat{K}_{jl}}}{\overline{K_{nk} K_{lm}}} \overline{L}, \quad i, j, k, m = 1, 2 \quad (\equiv x, y)$$