

## IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

### ➤ Equazione di continuità

Riprendiamo l'equazione di bilancio di massa, che in caso di mezzo insaturo si scrive (per l'acqua):

$$-\nabla \cdot (\rho_w \mathbf{q}_w) - \rho_w \cdot P = \frac{\partial(n\rho_w S_w)}{\partial t}$$

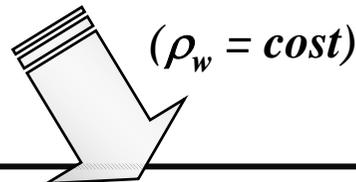
in cui  $P$  rappresenta un pozzo di massa dovuto ad es. al prelievo da parte delle radici.

Inserendo l'equazione del moto per  $\mathbf{q}_w$  :

$$\mathbf{q}_w = -\mathbf{K}_w(S_w) \cdot \nabla \phi_w$$

$$\mathbf{q}_w = \mathbf{K}_w(S_w) \cdot \nabla \psi$$

con  $\mathbf{K}_w$  la conduttività idraulica effettiva dell'acqua.



$$\frac{\partial(nS_w)}{\partial t} - \nabla \cdot \{ \mathbf{K}_w(S_w) \cdot \nabla \phi \} = 0$$

avendo trascurato il termine sorgente o pozzo di massa  $P$ .

## IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

L'equazione completa del flusso in mezzo insaturo si può anche scrivere :

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} - \nabla \cdot \{ \mathbf{K}_w(\theta_w) \cdot \nabla \phi \} = 0$$

(n = cost)

Oppure, introducendo la **DIFFUSIVITA' IDRAULICA D** [L<sup>2</sup>T<sup>-1</sup>] :

$$D_w(\theta_w) = -K_w(\theta_w) \frac{\partial \phi}{\partial \theta_w}$$

*attraverso la quale l'equazione del moto diventa:*

$$\mathbf{q}_w = -D_w(\theta_w) \cdot \nabla \theta_w$$



$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} - \nabla \cdot \{ \mathbf{D}_w(\theta_w) \cdot \nabla \theta_w \} = 0$$

## IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

### ➤ Schema uni-dimensionale

*Moltissime applicazioni sono riferite a condizioni di moto verticale in cui la schematizzazione uni-dimensionale è del tutto accettabile.*

*In tal caso le equazioni per mezzo insaturo diventano:*

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ K_w(\theta_w) \cdot \frac{\partial \phi}{\partial z} \right\} = 0$$

*Oppure:*

$$\frac{\partial \theta_w}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ D_w(\theta_w) \cdot \frac{\partial \theta_w}{\partial z} \right\} = 0$$

*Mayhugh (1958) ha suggerito per  $D_w$  l'espressione:*

$$D_w(\theta_w) = D_{w_0} \exp \left\{ A \cdot (\theta_w - \theta_{w_0}) \right\}$$

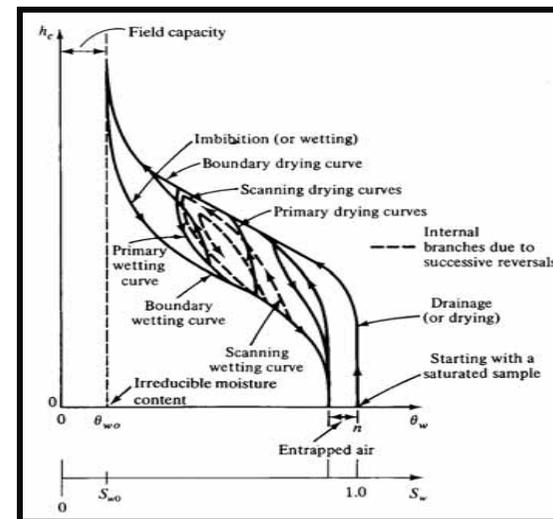
*in cui  $D_{w_0}$  ed  $A$  sono coefficienti di derivazione empirica.*

# IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

## ➤ Condizioni iniziali ed al contorno

Come per le equazioni del moto in mezzo saturo, anche in questo caso è necessario specificare le condizioni iniziali ed al contorno in termini della variabile di stato, normalmente  $p_w$  (o  $\psi$ ), oppure  $S_w$  (o  $\theta_w$ ).

*Inoltre, a differenza del caso di mezzo saturo, è anche necessario specificare se si tratta di una fase di bagnamento o di drenaggio, poiché  $K_w(\theta_w)$  e  $\psi(\theta_w)$  sono soggetti al fenomeno dell'isteresi.*



## ✓ Condizioni iniziali

*La condizione iniziale è costituita dallo stato della variabile dipendente nel dominio  $D$  all'istante  $t = 0$ :*

$$\theta_w(\mathbf{x}, t = 0) = \theta_{w0}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in \mathbf{D}$$

*oppure:*

$$\psi(\mathbf{x}, t = 0) = \psi_0(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} \in \mathbf{D}$$