

**Corso di laurea specialistica in  
Ingegneria delle Acque e della Difesa del Suolo**

*Corso di*

**GESTIONE delle  
RISORSE IDRICHE**

*a.a. 2003-2004*



*Prof. Luca Lanza*

**Dipartimento di Ingegneria Ambientale - DIAM**

# IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

## ➤ **Contenuto di Umidità e Saturazione**

*Nel mezzo insaturo gli spazi interstiziali sono riempiti parzialmente da acqua e parzialmente da aria.*

*È necessario introdurre due variabili di stato che definiscano il contenuto relativo di acqua e di aria nel dominio di moto, ovvero nel REV:*

➤ *il **CONTENUTO DI UMIDITA'** (o di acqua);*

$$\theta_w = \frac{\text{Volume d'acqua nel REV}}{\text{Volume del REV}}; \quad 0 \leq \theta_w \leq n,$$

➤ *il **GRADO DI SATURAZIONE**;*

$$S_w = \frac{\text{Volume d'acqua nel REV}}{\text{Volume dei vuoti nel REV}}; \quad 0 \leq S_w \leq 1.$$

*Ovviamente le due quantità sono legate tra di loro dalla relazione:*

$$\theta_w = n \cdot S_w$$

*in cui  $n$  rappresenta la porosità del mezzo insaturo.*

# IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

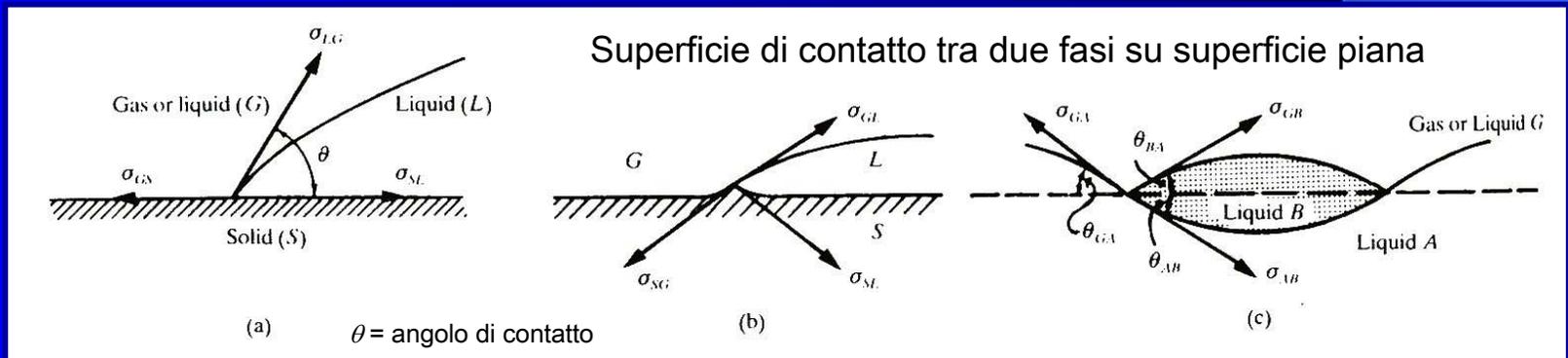
## ➤ Angolo di Contatto e Bagnabilità

*Interfaccia di energia libera tra liquido ed aeriforme (dovuta al bilancio delle forze di attrazione tra le molecole che non sono bilanciate sulla superficie).*

*La superficie di interfaccia si comporta come una membrana sottile soggetta ad una tensione che tende a ridurre per quanto possibile la propria area superficiale.*

*La tensione all'interfaccia tra i due mezzi,  $\sigma_{ij}$ , è definita come il lavoro richiesto per aumentare la superficie di contatto di un'area unitaria (dipende dalla temperatura).*

*Se la fase aeriforme è costituita dai vapori della sostanza liquida prende il nome di tensione superficiale.*



L'equazione di equilibrio tra le forze impone (eq.<sup>ne</sup> di Young):

$$\sigma_{LG} \cos \theta + \sigma_{SL} = \sigma_{GS} \quad \text{oppure} \quad \cos \theta = \frac{\sigma_{GS} - \sigma_{SL}}{\sigma_{LG}}$$

# IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

L'equazione di Young indica che non è possibile alcun equilibrio se:

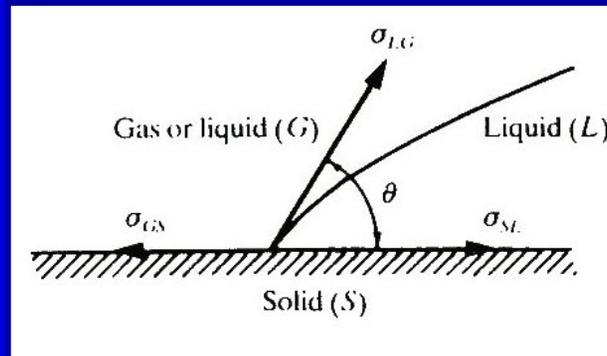
$$\frac{\sigma_{GS} - \sigma_{SL}}{\sigma_{LG}} > 1$$

in tal caso il liquido si sparge indefinitamente sulla superficie.

*Il prodotto  $\sigma_{LG} \cdot \cos\theta$  è detto tensione di adesione, e determina quale dei due fluidi (L o G) bagna la superficie solida, ovvero aderisce ad essa e tende a spandersi su di essa.*

- Se  $\theta < 90^\circ$  si dice che il fluido bagna la superficie.
- Se  $\theta > 90^\circ$  si dice che il fluido non bagna la superficie.

*Nella zona insatura l'acqua è la fase che bagna la superficie e l'aria è la fase che non bagna la superficie.*

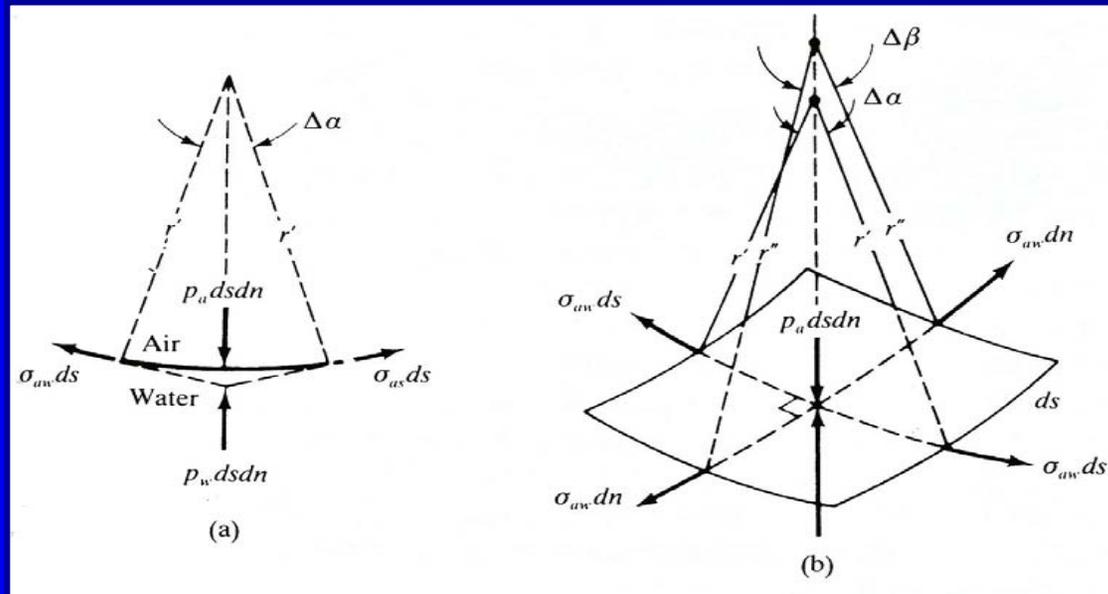


**La tensione superficiale e la bagnabilità possono essere diverse quando l'interfaccia tra acqua e aria sta avanzando o retrocedendo su di una superficie solida (fenomeno di isteresi).**

## ➤ Pressione capillare

Tra due fluidi non miscibili in contatto tra loro si realizza una differenza di pressione attraverso l'interfaccia a causa della tensione superficiale che dipende dalla curvatura dell'interfaccia.

La differenza di pressione  $p_c = p_{aria} - p_{acqua}$  è detta **pressione capillare**.



Il bilancio delle forze lungo la normale alla superficie di interfaccia, con tensione superficiale costante e pari a  $\sigma_{aw}$ , conduce alla:

$$p_c = p_a - p_w = \sigma_{aw} \left( \frac{1}{r'} + \frac{1}{r''} \right) = \frac{2\sigma_{aw}}{r^*}$$

(formula di Laplace)

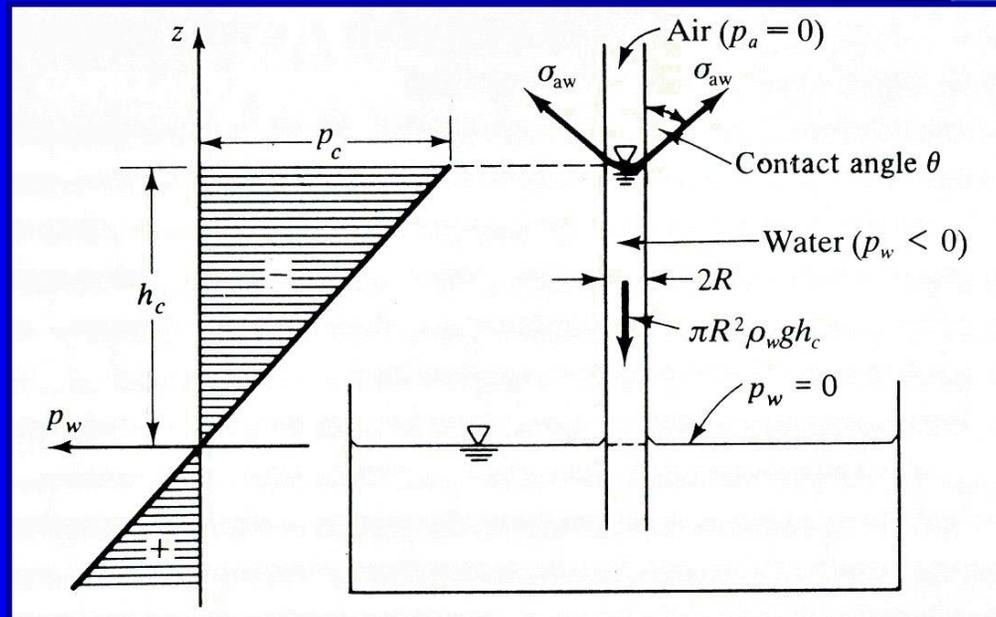
in cui  $r'$  ed  $r''$  sono i raggi principali di curvatura ed  $r^*$  il raggio medio t.c.  $2r^* = (1/r' + 1/r'')$ .

# IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

La pressione capillare è quindi una misura della tendenza del mezzo poroso parzialmente saturo a risucchiare l'acqua o a espellere l'aria.

Il valore negativo della pressione capillare è spesso chiamato **suzione** o tensione.

Se si assume che l'aria si trovi ovunque alla pressione atmosferica negli spazi interstiziali, l'acqua si troverà ad una pressione  $p_w$  inferiore a quella atmosferica.

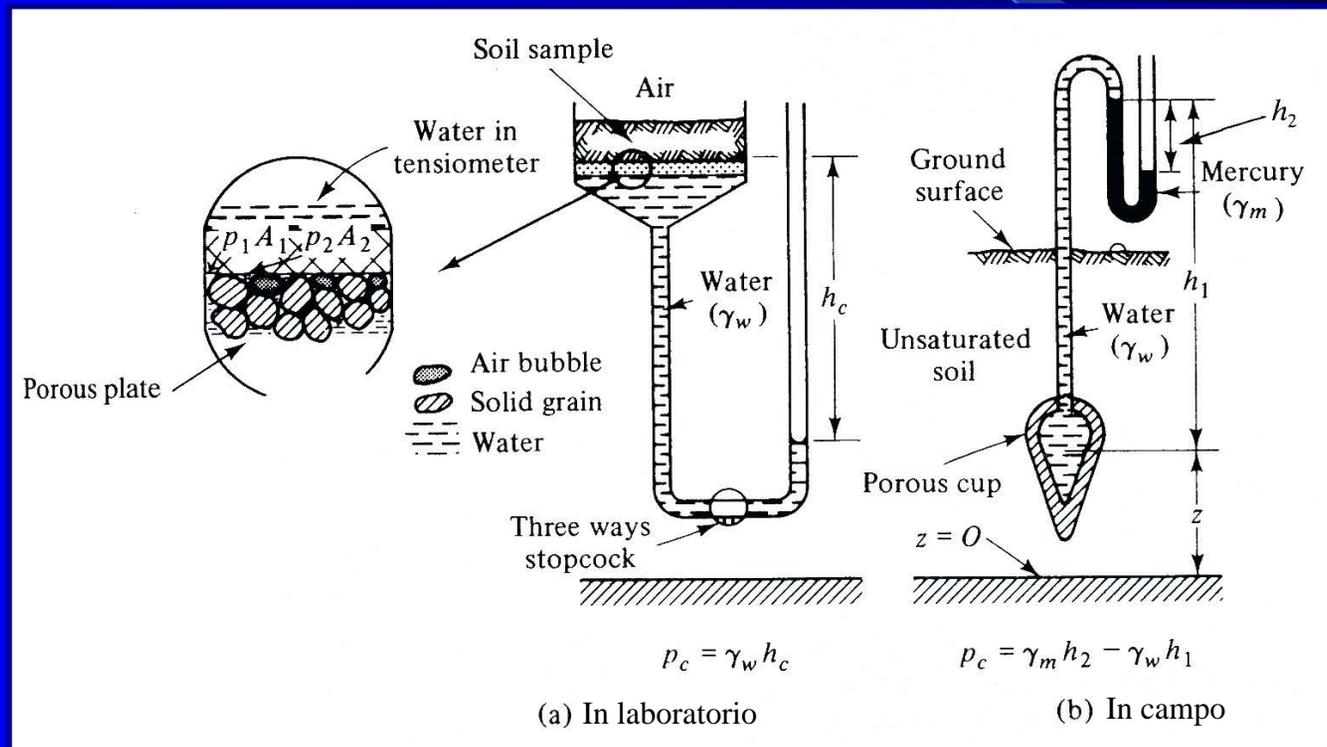


Un semplice modello di ciò che si verifica negli spazi interstiziali è costituito da un tubo capillare, che simula gli stretti meati del mezzo poroso. Per  $p_a = 0$ , la pressione  $p_w$  dell'acqua subito sotto al menisco sarà:  $p_w = -p_c$

# IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

## ➤ La misura della pressione capillare

Il campione di suolo insaturo viene posto su di una membrana porosa con aperture di dimensione tale da non consentire il passaggio dell'aria verso il manometro per le pressioni capillari in gioco ( $p_c = 2\sigma_{aw}/r^*$ ). L'acqua viene drenata attraverso la valvola di controllo.



Una volta raggiunto l'equilibrio il manometro leggerà una pressione media sull'area di contatto tra l'acqua nel suolo e nel manometro stesso. Lo strumento prende il nome di **TENSIOMETRO**.

# IL MOTO NELLA ZONA INSATURA

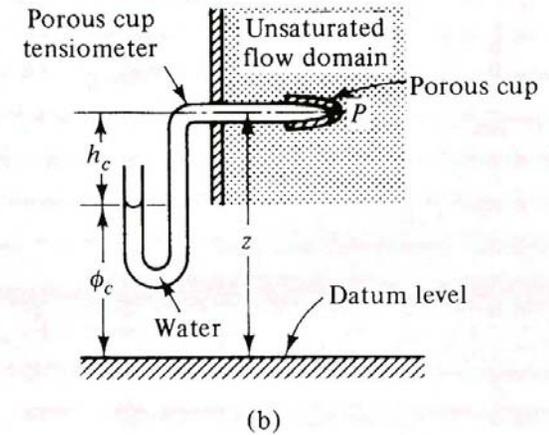
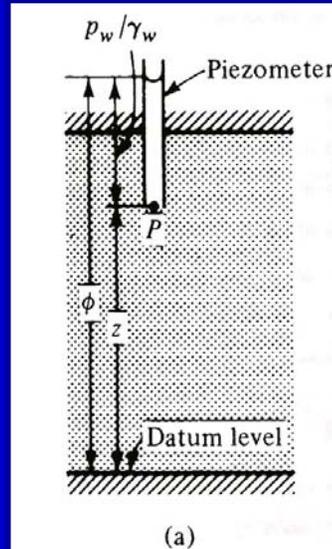
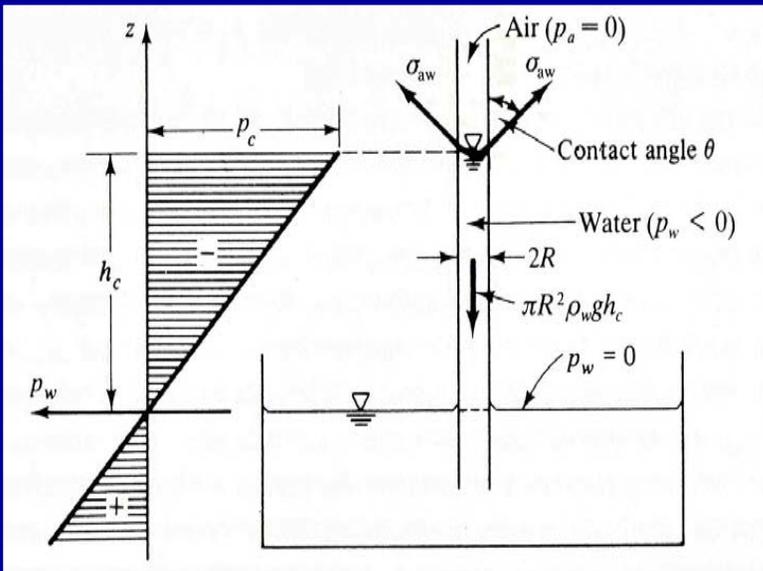
Analizzando le forze che agiscono sulla colonna d'acqua nel tubo capillare in figura, si ottiene:

$$h_c \cdot \pi R^2 \rho_w g = 2\pi R \cdot \sigma_{aw} \cos \theta \quad h_c = 2\sigma_{aw} \cos \theta / R\rho_w g$$

Ed utilizzando il raggio medio di curvatura  $r^* = R/\cos\theta$ :

$$h_c = p_c / \rho_w g = -p_w / \rho_w g, \quad p_a = 0$$

in cui  $h_c$  rappresenta il carico di pressione capillare o **carico di suzione**.



Indicando con  $\phi = z + p_w / \gamma_w$  il carico piezometrico, si ha:

$$\phi_c = z + p_w / \gamma_w = z - p_c / \gamma_w = z - \psi, \quad p_a = 0$$

e quindi,  $p_w < 0$  mentre il carico di suzione  $\psi = -p_w / \gamma_w > 0$ .