SCHEMA DI MOTO 2-D

Ritenzione specifica

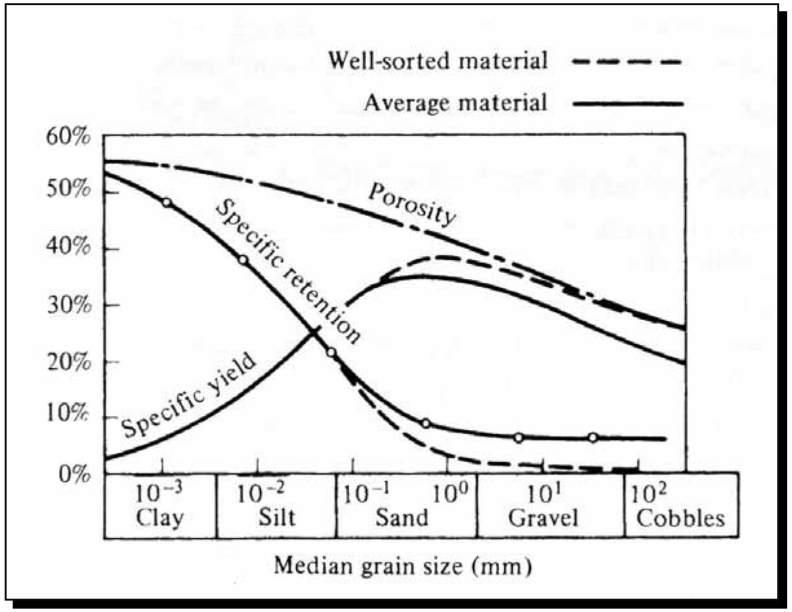
La porosità efficace specifica non rappresenta la porosità effettiva *n* del mezzo poroso.

Quando l'acqua viene drenata dagli spazi interstiziali il drenaggio non è mai completo, poiché una certa quantità d'acqua rimane trattenuta nel suolo dalle forze di capillarità.

Al termine del drenaggio il volume d'acqua che rimane trattenuto nell'acquifero per unità di area ed unità di abbassamento della superficie freatica è detta: ritenzione specifica S_r.

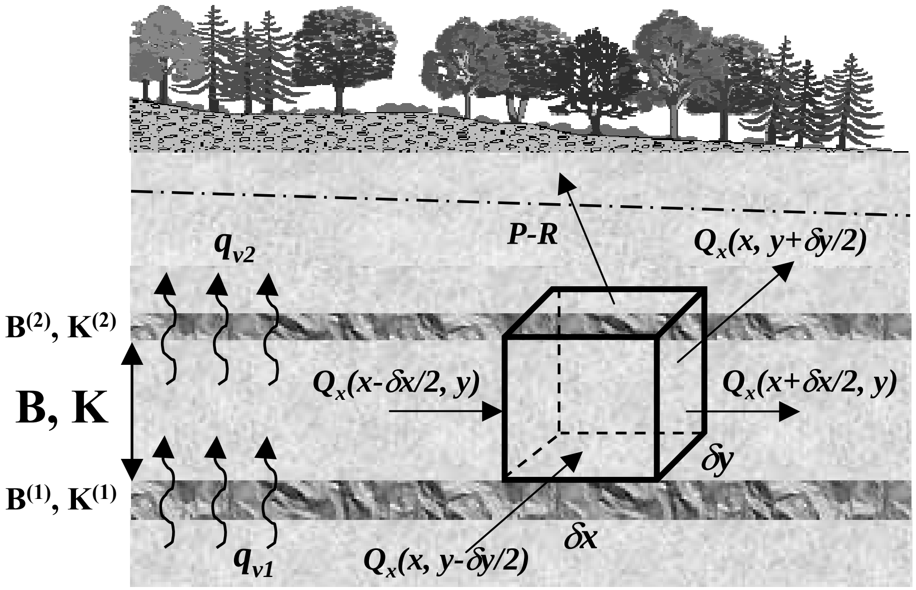
La relazione tra porosità efficace specifica, ritenzione specifica e porosità effettiva è pertanto:

$$S_y + S_r = n$$



Relazione tra porosità efficace specifica e dimensioni dei grani

SCHEMA DI MOTO 2-D



➢ ***Acquifero confinato semipermeabile***

Approccio del volume di controllo

Hp: ***flusso orizzontale nell'acquifero***

flusso verticale nello strato semipermeabile

I flussi di dispersione sono:

$$q_{v2} = K^{(2)} \frac{h - h_2}{B_2} \qquad q_{v1} = K^{(1)} \frac{h_1 - h}{B_1}$$

con $\sigma^{(i)} = B^{(i)} / K^{(i)}$ i coefficienti di dispersione (leakage).

Equazione di bilancio di massa (fluido incomprimibile):

$$\left\{\left[Q_x\left(x-\delta x/_2, y\right)-Q_x\left(x+\delta x/_2, y\right)\right]\cdot\delta y+\left[Q_y\left(x, y-\delta y/_2\right)-Q_y\left(x, y+\delta y/_2\right)\right]\cdot\delta x+\left(q_{v1}-q_{v2}\right)\cdot\delta x\delta y+\left(R-P\right)\delta x\delta y\right\}\cdot\delta t=S\left(h_{t+\Delta t}-h_t\right)\cdot\delta x\delta y$$

Dividendo per $\delta x \delta y$, ed al limite per δx, δy, $\delta t \rightarrow 0$, si ottiene:

$$\boxed{-\nabla \cdot \mathbf{Q} + q_{v1} - q_{v2} + R - P = S \frac{\partial h}{\partial t}}$$

SCHEMA DI MOTO 2-D

➢ ***Acquifero confinato semipermeabile***

Ponendo quindi per l'equazione di Darcy: $\mathbf{Q} = -\mathbf{T} \cdot \nabla h \qquad \mathbf{T} = \mathbf{K} \cdot B$

con T = trasmissività, ed utilizzando le espressioni complete dei flussi di dispersione, si ottiene:

$$\nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \nabla h) + (h_1 - h)/\sigma_1 - (h - h_2)/\sigma_2 + R - P = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

✓ ***Nel caso di mezzo poroso isotropo:***

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(T \frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(T \frac{\partial h}{\partial y}\right) + (h_1 - h)/\sigma_1 - (h - h_2)/\sigma_2 + R - P = S \frac{\partial h}{\partial t}$$

✓ ***Nel caso di mezzo poroso omogeneo:***

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{(h_1 - h)}{\lambda_1^2} - \frac{(h - h_2)}{\lambda_2^2} + \frac{R - P}{T} = \frac{S}{T}\frac{\partial h}{\partial t}$$

con $\lambda_i = [\, T \cdot \sigma_i \,]^{1/2}$ = fattore di dispersione (leakage factor).

SCHEMA DI MOTO 2-D

- ***Acquifero confinato impermeabile***

Nel caso di acquifero confinato con contorni impermeabili l'approccio del volume di controllo è sempre valido, ma con $q_{v1} = q_{v2} = 0$.
In tal caso:

$$\boxed{\nabla \cdot (\mathbf{T} \cdot \nabla h) + R - P = S \frac{\partial h}{\partial t}}$$

✓ ***Nel caso di mezzo poroso omogeneo ed isotropo:***

$$\boxed{T\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right) + R - P = T\ \nabla^2 h + R - P = S \frac{\partial h}{\partial t}}$$

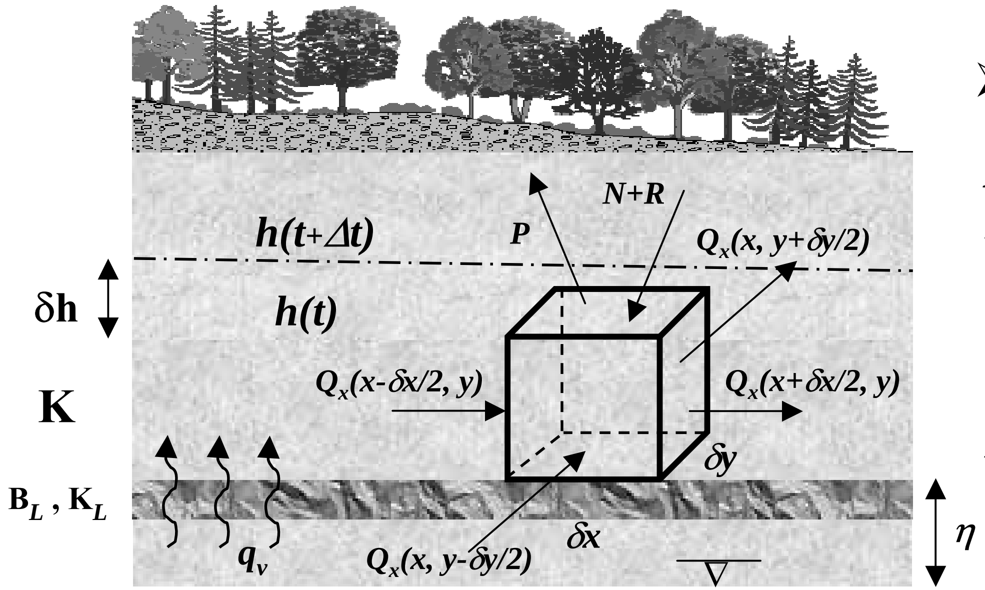
✓ ***Nel caso di moto permanente o se il coefficiente di immagazzinamento elastico risulta trascurabile:***

$$\boxed{T\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right) + R - P = 0}$$

ed in assenza di termini pozzo o sorgente:

$$\boxed{\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = \nabla^2 h = 0}$$

SCHEMA DI MOTO 2-D



➤ ***Acquifero freatico semipermeabile***

Approccio del volume di controllo
Hp: flusso orizzontale nell'acquifero
flusso verticale nello strato semipermeabile

Il flusso di dispersione è:

$$q_v = K_L \frac{h - h_L}{B_L}$$

con $\sigma = K_L / B_L$ il coefficiente di dispersione (leakage).

Equazione di bilancio di massa (fluido incomprimibile):

$$\left\{\left[Q_x\left(x-\delta x/2, y\right)-Q_x\left(x+\delta x/2, y\right)\right]\cdot \delta y+\left[Q_y\left(x, y-\delta y/2\right)-Q_y\left(x, y+\delta y/2\right)\right]\cdot \delta x+q_v\cdot \delta x\delta y+\left(R+N-P\right)\delta x\delta y\right\}\cdot \delta t=S_y\left(h_{t+\Delta t}-h_t\right)\cdot \delta x\delta y$$

in cui si è trascurato il contributo dell'elasticità del mezzo poroso rispetto alla porosità efficace specifica nella determinazione del coefficiente di immagazzinamento.

Dividendo per $\delta x\delta y$, ed al limite per δx, δy, $\delta t \rightarrow 0$, si ottiene:

$$\boxed{-\nabla \cdot \mathbf{Q} + q_v + R + N - P = S_y \frac{\partial h}{\partial t}}$$

SCHEMA DI MOTO 2-D

➢ ***Acquifero freatico semipermeabile***

Ponendo quindi per l'equazione di Darcy: $\mathbf{Q} = -\mathbf{K}(h-\eta)\cdot\nabla h$

con K = conduttività, ed utilizzando l'espressione del flusso di dispersione, si ottiene:

$$\boxed{\nabla\cdot(\mathbf{K}(h-\eta)\cdot\nabla h) + (h_L - h)/\sigma_L + R + N - P = S_y\frac{\partial h}{\partial t}}$$

✓ ***Nel caso di mezzo poroso isotropo:***

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}\left(K(h-\eta)\frac{\partial h}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K(h-\eta)\frac{\partial h}{\partial y}\right) + (h_L - h)/\sigma_L + R + N - P = S_y\frac{\partial h}{\partial t}}$$

✓ ***Nel caso di mezzo poroso omogeneo:***

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial x}(h-\eta)\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(h-\eta)\frac{\partial h}{\partial y} + \frac{(h_L - h)}{\sigma_L K} + \frac{R + N - P}{K} = \frac{S_y}{K}\frac{\partial h}{\partial t}}$$

SCHEMA DI MOTO 2-D

- ***Acquifero freatico impermeabile***

Nel caso di acquifero confinato con contorni impermeabili l'approccio del volume di controllo è sempre valido, ma con q_v = 0.
In tal caso:

$$\nabla \cdot (\mathbf{K}(h-\eta) \cdot \nabla h) + R + N - P = S_y \frac{\partial h}{\partial t}$$

- ✓ ***Nel caso di mezzo poroso omogeneo ed isotropo:***

$$K\left(\frac{\partial}{\partial x}(h-\eta)\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(h-\eta)\frac{\partial h}{\partial y} \right) + R + N - P = S_y \frac{\partial h}{\partial t}$$

- ✓ ***Nel caso di moto permanente o se il coefficiente di immagazzinamento elastico risulta trascurabile:***

$$K\left(\frac{\partial}{\partial x}(h-\eta)\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(h-\eta)\frac{\partial h}{\partial y} \right) + R + N - P = 0$$

ed in assenza di termini pozzo o sorgente (con η = 0 – stesso riferimento per h):

$$\frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} = \nabla^2 h^2 = 0$$