Formulazione del Problema del Moto

La formulazione del problema del moto comprende:

1. **individuazione del *dominio di moto* D, e del suo contorno B;**
2. **definizione di un'appropriata *equazione di continuità* e della relativa variabile dipendente, ad es. h(x, t);**
3. **definizione dei *coefficienti*, ad es. K(x), S_0(x);**
4. **definizione delle *condizioni iniziali* per problemi di transitorio;**
5. **definizione delle *condizioni al contorno*, ai confini del dominio D**

La definizione di tali elementi consente di formulare completamente un *problema di flusso* o un *modello di flusso*.

➢ **Condizioni iniziali**

La condizione iniziale è costituita dallo stato della variabile dipendente nel dominio D all'istante t = 0:

$$\boxed{h(\mathbf{x}, t = 0) = h_0(\mathbf{x}) \qquad \mathbf{x} \in \mathbf{D}}$$

oppure:

$$p(\mathbf{x}, t = 0) = p_0(\mathbf{x}) \qquad \mathbf{x} \in \mathbf{D}$$

CONDIZIONI AL CONTORNO

➢ **Condizioni al contorno**

La condizione al contorno deve essere specificata o imposta sull'intero confine B del dominio di moto.
Le condizioni al contorno sono di tre tipi:

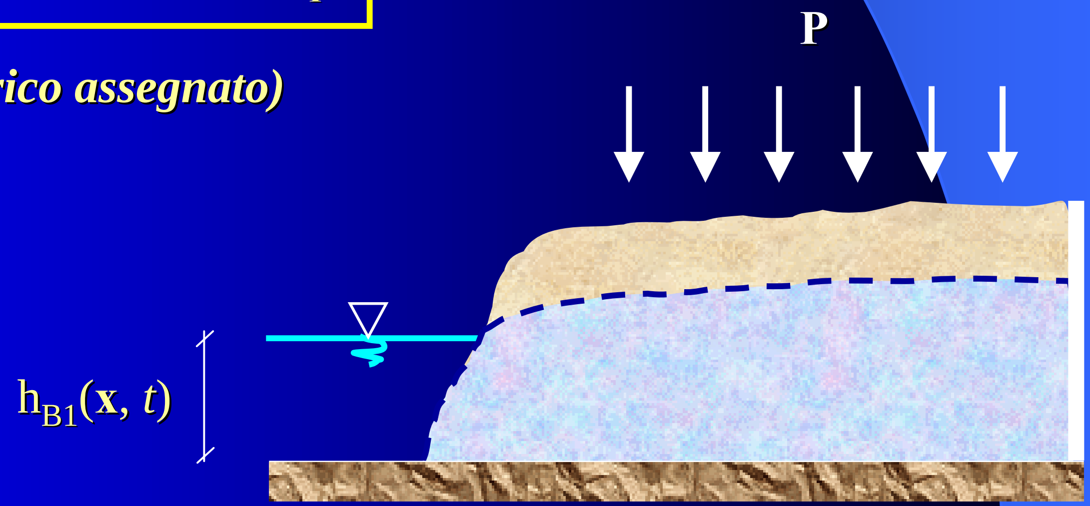
☑ **Condizione al contorno del I Tipo (Dirichlet)**

Se l'acquifero è in contatto diretto con un corpo idrico superficiale (corso d'acqua, lago, …) è possibile assegnare il carico piezometrico lungo tale confine:

$$\boxed{h(\mathbf{x}, t) = h_{B1}(\mathbf{x}, t) \qquad \mathbf{x} \in \mathbf{B_1}}$$

(carico piezometrico assegnato)

Il parametro $h_{B1}(\mathbf{x}, t)$ ***rappresenta il livello dell'acqua nel corpo idrico superficiale, il quale può essere anche variabile nel tempo.***



CONDIZIONI AL CONTORNO

☑ **Condizione al contorno del II Tipo (Neumann)**

Se esiste un flusso assegnato o imposto su di una superficie di confine del campo di moto, è possibile assegnare il valore della portata specifica :

$$\boxed{q_n(\mathbf{x}, t) = q_{B2}(\mathbf{x}, t) \qquad \mathbf{x} \in \mathbf{B_2}}$$

(portata specifica assegnata)

Un caso particolare è quello della superficie impermeabile, in cui q_n=0 su B_2 con la condizione:

$$\boxed{q_n(\mathbf{x}, t) = \mathbf{q}\,(\mathbf{x}, t)\cdot\mathbf{n} = \mathbf{K}(\mathbf{x})\,\nabla h(\mathbf{x}) = 0 \qquad \mathbf{x} \in \mathbf{B_2}}$$

Tale condizione diventa, nel caso di mezzo poroso isotropo:

$$\frac{\partial h}{\partial n}(\mathbf{x}) = 0 \qquad \mathbf{x} \in B_2$$

CONDIZIONI AL CONTORNO

☑ **Condizione al contorno del III Tipo (Cauchy)**

Quando il dominio fluido è confinato da uno strato semi-permeabile di mezzo poroso di spessore b_3 con permeabilità ridotta K_3 e carico piezometrico h_3:

$$q_n = K_3(\mathbf{x}) \frac{h_3(\mathbf{x}) - h(\mathbf{x})}{b_3} \qquad \mathbf{x} \in B_3$$

(portata specifica assegnata in funzione del carico h_3)

ovvero:

$$(-\mathbf{K}\nabla h) \cdot \mathbf{n} = \frac{h_3(\mathbf{x}) - h(\mathbf{x})}{\sigma_3(\mathbf{x})} \qquad \mathbf{x} \in B_3$$

Il fattore $\sigma_3 = b_3 / K_3$ si chiama coefficiente di dispersione (leakage).

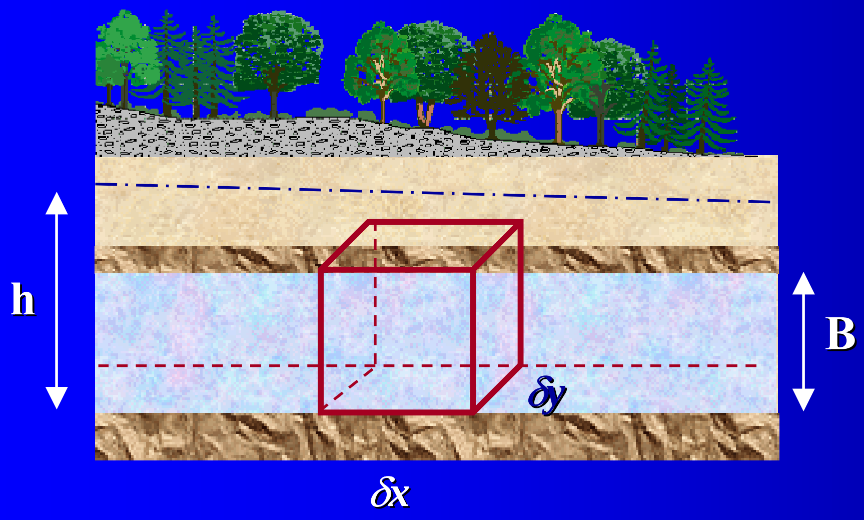
✓ **Se lo strato diviene molto permeabile, $\sigma_3 \to 0$ e la condizione al contorno si riduce ad una condizione di carico piezometrico imposto.**

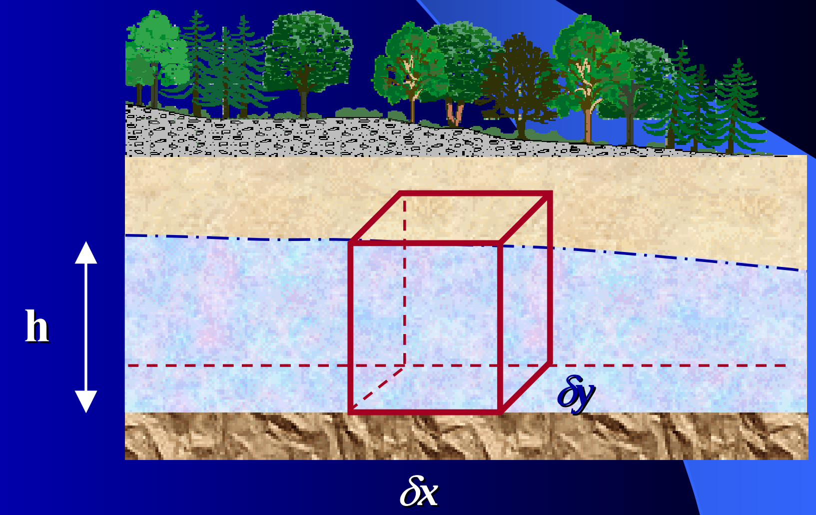
✓ **Se lo strato diviene invece impermeabile, $\sigma_3 \to \infty$ e la condizione al contorno si riduce ad una condizione di flusso imposto e pari a zero.**

SCHEMA DI MOTO 2-D

Schema di moto valido nell'ipotesi di flusso essenzialmente orizzontale, ovvero quando è valida l'ipotesi di Dupuit.

Le equazioni di continuità e del moto si possono derivare integrando le equazioni complete 3-D sullo spessore dell'acquifero (B se confinato o h se freatico).





Tuttavia un approccio più rapido è quello di analizzare direttamente un volume di controllo di area δx·δy e di altezza pari a B se confinato o h se freatico.

SCHEMA DI MOTO 2-D

- **Coefficiente di Immagazzinamento S [-]**

Acquifero confinato

Indica il volume di acqua ΔU_w rilasciato o incorporato per unità di area orizzontale $A = \delta x \cdot \delta y$ dell'acquifero e per unità di variazione di carico piezometrico Δh:

$$S = {\Delta U_\omega}/{A \cdot \Delta h}$$

Il coefficiente di immagazzinamento è legato al coefficiente di immagazzinamento specifico S_0 dovuto al comportamento elastico dell'acqua e della matrice solida:

$$S(x,y) = \int_{b_1}^{b_2} S_0(x,y,z)\ \mathrm{dz}$$

dove b_1 e b_2 sono le quote delle superfici inferiore e superiore dell'acquifero.

SCHEMA DI MOTO 2-D

➢ **Coefficiente di Immagazzinamento S [-]**

Acquifero freatico

Indica il volume di acqua ΔU_w rilasciato o incorporato per unità di area orizzontale $A = \delta x \cdot \delta y$ dell'acquifero e per unità di variazione di livello freatico Δh:

$$S = {\Delta U_\omega}/{A \cdot \Delta h}$$

Nonostante l'analogia delle definizioni nel caso dei due tipi di acquifero, il coefficiente di immagazzinamento è dovuto nei due casi a diverse ragioni:

- ***nel caso di acquifero confinato → è dovuto alla comprimibilità dell'acqua e della matrice solida;***
- ***nel caso di acquifero freatico → è l'acqua drenata dagli spazi interstiziali dello spazio tra la posizione iniziale e finale della superficie freatica.***

Il coefficiente di immagazzinamento di un acquifero freatico si indica infatti come POROSITA' EFFICACE SPECIFICA S_y