

Sistema Internazionale

Argilla $2 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-3}$ mm

Limo $2 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-2}$ mm

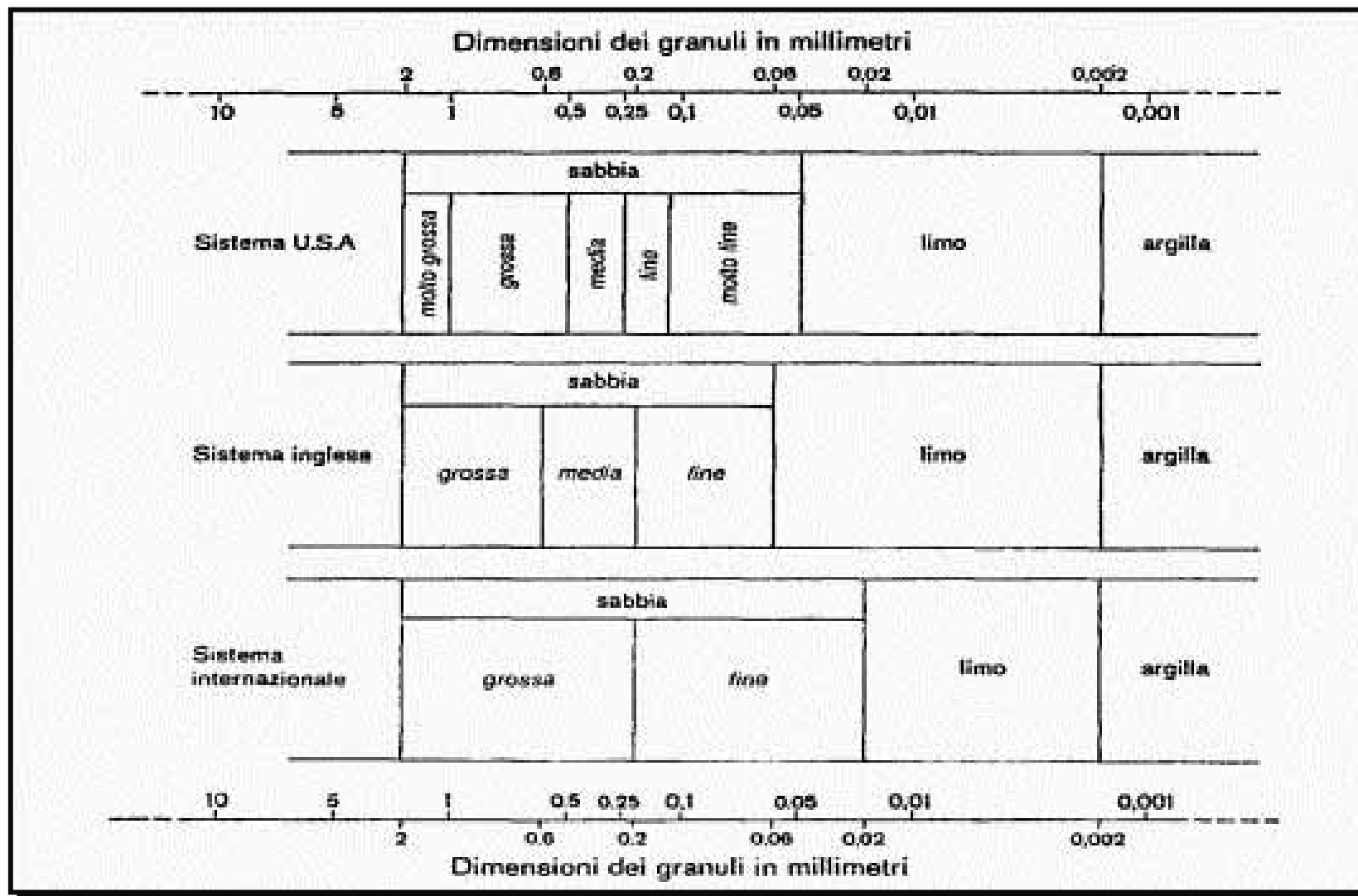
Sabbia $2 \cdot 10^{-2} - 2$ mm

Ghiaia $2 - 60$ mm

SCHEMA DI MEZZO POROSO

Tessitura: composizione granulometrica

Struttura: modalità di aggregazione dei grani



SCHEMA DI MEZZO POROSO

Con riferimento ad un volume totale di mezzo poroso V , sono definibili:

volume della parte solida

V_s

volume degli spazi interstiziali

$$V_v = V - V_s$$

volume della fase acquosa

$$V_a (< V_v)$$

Porosità:

$$n = V_v / V \quad (n < 1)$$

Indice dei vuoti:

$$e = V_v / V_s$$

Indicando con P_a il peso dell'acqua contenuta nel terreno e con P_s il peso del materiale solido (essiccato a 105°C), si definiscono:

➤ **Contenuto naturale di acqua:**

$$W = P_a / P_s$$

➤ **Contenuto volumetrico di acqua:**

$$\theta = V_a / V$$

➤ **Grado di saturazione:**

$$S = V_a / V_v$$

SCHEMA DI MEZZO POROSO

Il moto di un fluido in un mezzo poroso può essere descritto a:

... livello microscopico

- ✓ **descrizione 3D del moto di un elemento fluido all'interno degli spazi interstiziali:**
equazione di conservazione della Quantità di Moto (Navier-Stokes)

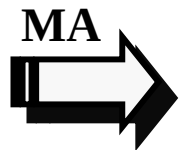
$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho \mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{v} \left(\equiv \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} \right) = \rho \mathbf{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{v}$$

Labels and arrows pointing to the equation:

- inerzia locale** (points to $\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$)
- termine convettivo** (points to $\rho \mathbf{v} \nabla \cdot \mathbf{v}$)
- forze gravitazionali e di pressione** (points to $\rho \mathbf{g} - \nabla p$)
- forze di attrito viscoso** (points to $\mu \nabla^2 \mathbf{v}$)

- ✓ **il contorno è costituito dalla superficie impermeabile dei grani e la velocità del fluido è nulla in prossimità delle pareti (condizione al contorno)**

$$\mathbf{v} = 0$$



difficoltà di definire con precisione il dominio fluido a livello microscopico
(incapacità di descrivere la configurazione dell'interfaccia tra il fluido e la matrice solida)

SCHEMA DI MEZZO POROSO

➤ **Il moto di filtrazione è di regime laminare**

Infatti, anche le più alte velocità effettive sono dell'ordine dei 10^{-1} m/s ed assumendo una dimensione media dei meati dell'ordine del centimetro (decisamente elevata per i tipici mezzi porosi naturali) si ottiene:

$$\text{Re} = \frac{U \cdot D}{\nu} = \frac{10^{-1} \text{ m/s} \cdot 10^{-2} \text{ m}}{1.5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}} \cong 0.6 \cdot 10^3 = 600$$

$$\begin{aligned} (U &= 10^{-2} \text{ m/s} \\ D &= 10^{-3} \text{ m} \\ \text{Re} &= 1-10) \end{aligned}$$

E inoltre:

$$\frac{U^2}{2g} = \frac{10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}^2}{2 \cdot 9.81 \text{ m/s}^2} \cong 0.5 \text{ m}^{-3} = 0.5 \text{ mm}$$

pertanto le perdite per variazione di sezione sono assolutamente trascurabili rispetto a quelle di carico piezometrico richieste per vincere la resistenza viscosa al moto.

Per i moti di filtrazione si definisce il numero di Reynolds nella forma:

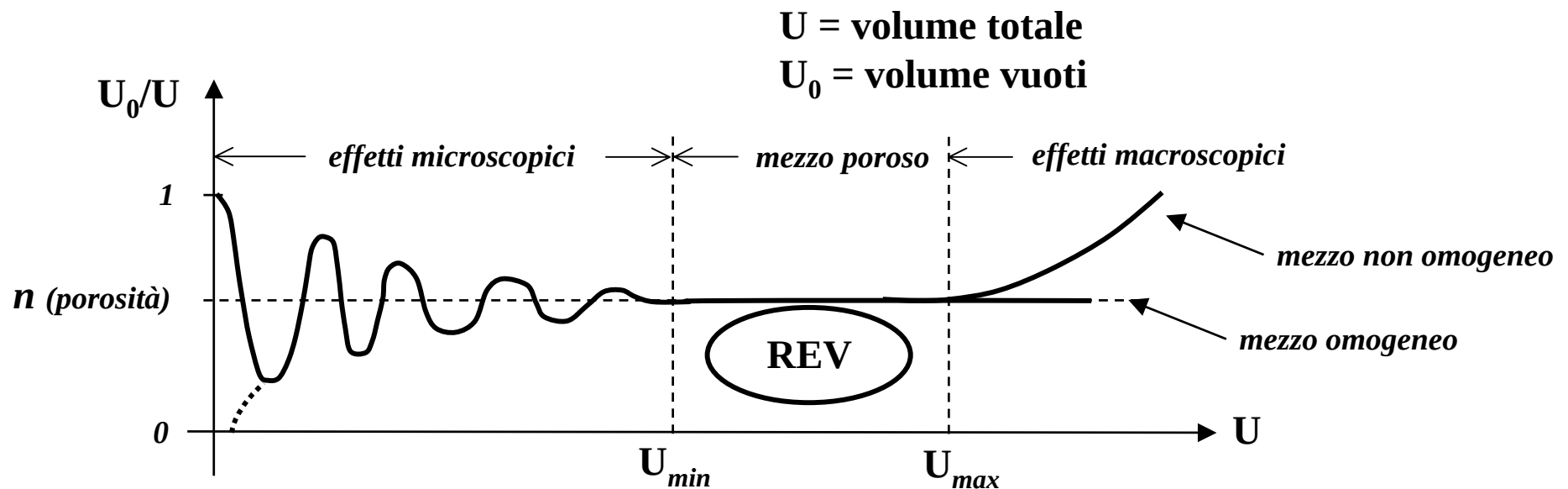
$$\text{Re}_f = \frac{q \cdot d}{\nu}$$

in cui $q = Q/A$ rappresenta la velocità apparente e d una lunghezza microscopica caratteristica. Si assume spesso per d – anche se dovrebbe rappresentare il diametro dei meati – il diametro medio dei grani (più semplice da misurare) o il d_{10} .

SCHEMA DI MEZZO POROSO CONTINUO

... livello macroscopico

- ✓ individuazione di un volume di controllo rappresentativo del sistema su cui integrare l'equazione del moto (REV – Representative Elementary Volume)
- ✓ ogni fase (solida o liquida) è considerata come un mezzo CONTINUO che occupa il volume di controllo
- ✓ si considerano i valori medi di ogni grandezza fisica microscopica che vengono assegnati al centro del REV



La configurazione dell'interfaccia tra il fluido e la matrice solida compare in questo modello sotto forma di coefficienti.

REV- Representative Elementary Volume

- ✓ in ogni punto del dominio le grandezze medie di tutte le caratteristiche geometriche delle microstrutture dei pori o dell'interfaccia poro-solido devono essere funzione della posizione e indipendenti dalle dimensioni del REV
- ✓ indicando con l la dimensione caratteristica del REV e con d la lunghezza caratterizzante le microstrutture degli spazi vuoti deve risultare: $l \gg d$
- ✓ indicando con $l_{\max}$ la distanza oltre la quale la distribuzione spaziale dei coefficienti macroscopici che caratterizzano la configurazione degli spazi vuoti si discosta da quella lineare, deve risultare: $l < l_{\max}$
- ✓ indicando con L la lunghezza caratteristica del mezzo poroso oltre la quale si hanno significative variazioni nelle grandezze macroscopiche, deve risultare: $l \ll L$

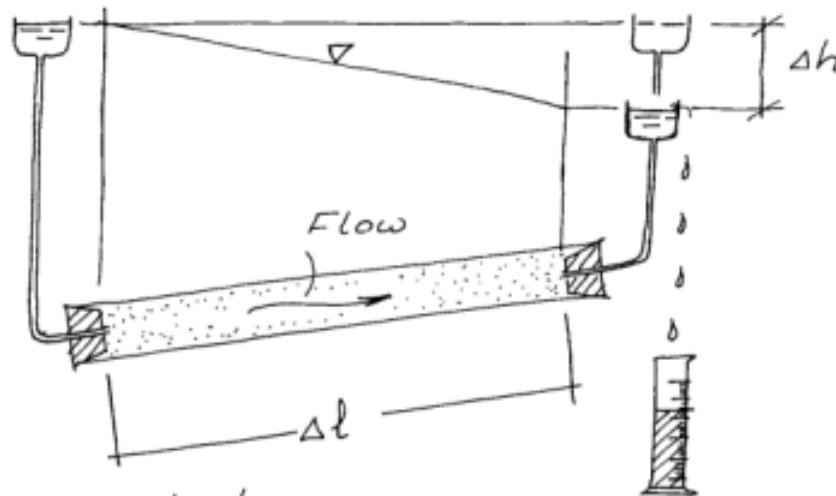


La DIMENSIONE del REV deve essere tale da

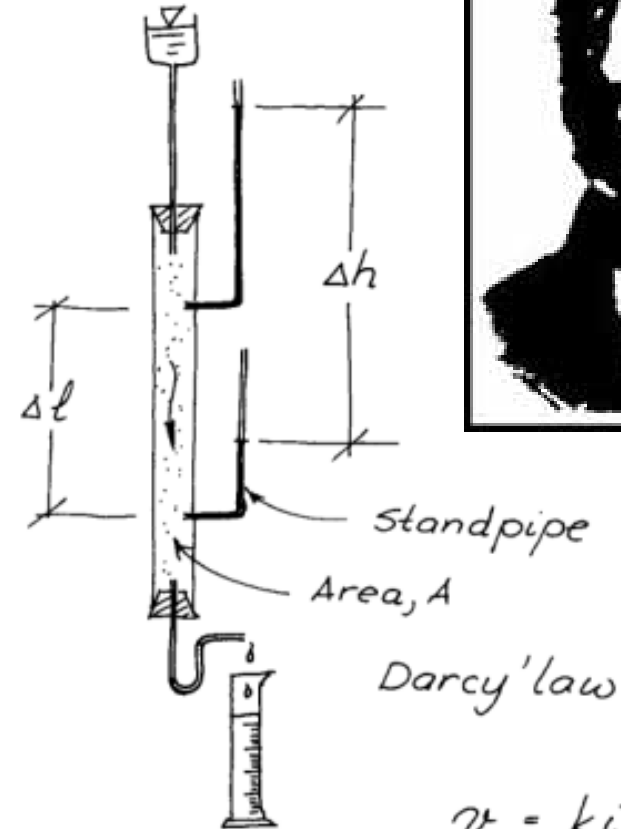
- ☐ **Non essere influenzato dalle variazioni dovute agli effetti microscopici (distribuzione aleatoria dei pori e della matrice solida)**
- ☐ **Non risentire delle eterogeneità macroscopiche del mezzo poroso**

La Legge di DARCY

Henry Darcy era un ingegnere francese che ha studiato il moto dell'acqua nella sabbia nel 1856, ed ha ricavato che la portata d'acqua in un condotto è proporzionale alla differenza di carico tra i due estremi del condotto, ed inversamente proporzionale alla lunghezza del condotto. Inoltre la portata è proporzionale ad un coefficiente, K , chiamato conduttività idraulica.



Darcy's law.
 $v = k \cdot i$
 Coefficient of permeability
 Hydraulic gradient
 $\frac{Q}{tA}$ ← Gross area!



$v = k i$
 $\frac{Q}{tA}$
 $\frac{\Delta h}{\Delta l}$

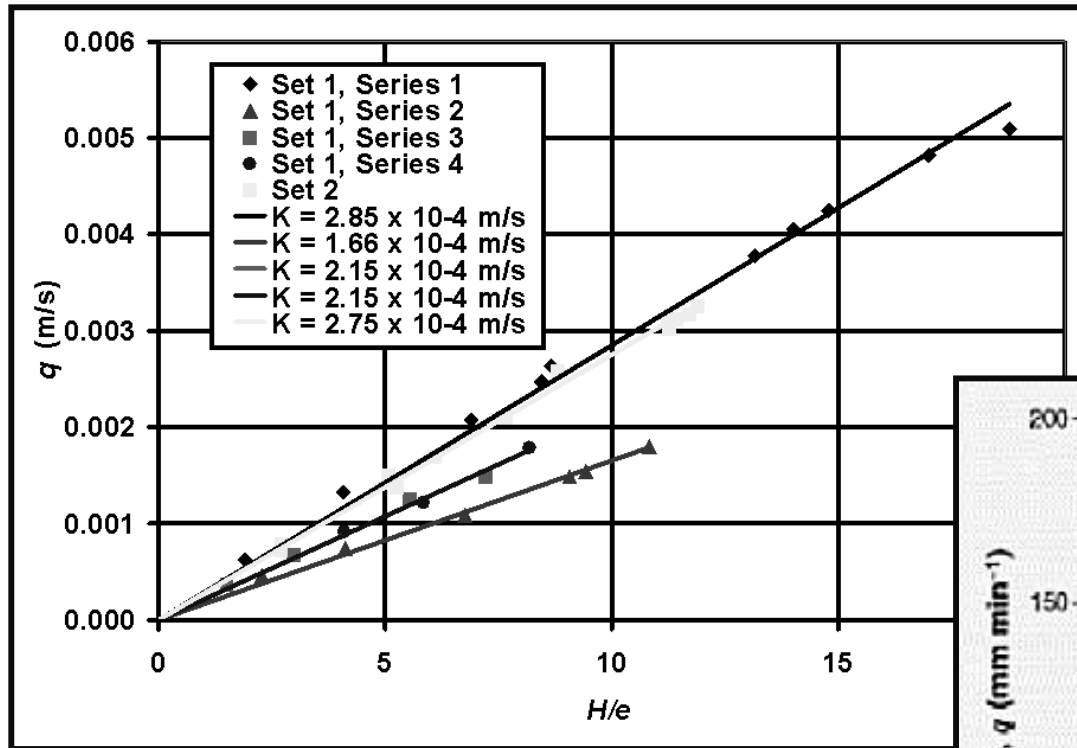
$$Q = K \cdot A \cdot \frac{\Delta h}{L}$$

Darcy, H. (1856). *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, Dalmont, Paris.

La Legge di DARCY

$$q = -K \cdot \frac{dh}{ds}$$

q è la VELOCITA' APPARENTE = Q/A
ed il segno negativo indica che portate positive corrispondono a valori negativi del gradiente: quindi la velocità si instaura verso i valori decrescenti del carico.



La velocità effettiva del fluido è invece:

$$V = \frac{Q}{n \cdot A} = \frac{q}{n}$$

