SCHEMA DI MEZZO POROSO

Il moto di un fluido in un mezzo poroso può essere descritto a:

... livello microscopico

✓ **descrizione 3D del moto di un elemento fluido all'interno degli spazi interstiziali: equazione di conservazione della Quantità di Moto (Navier-Stokes)**

$$\boxed{\rho\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}+\rho\;\mathbf{v}\nabla\cdot\mathbf{v}\left(\equiv\rho\frac{d\mathbf{v}}{dt}\right)=\rho\mathbf{g}-\nabla p+\mu\nabla^2\mathbf{v}}$$

inerzia locale

termine convettivo

forze gravitazionali e di pressione

forze di attrito viscoso

✓ **il contorno è costituito dalla superficie impermeabile dei grani e la velocità del fluido è nulla in prossimità delle pareti (condizione al contorno)**

$$\boxed{\mathbf{v}=0}$$

MA ⇒ **difficoltà di definire con precisione il dominio fluido a livello microscopico**

(incapacità di descrivere la configurazione dell'interfaccia tra il fluido e la matrice solida)

SCHEMA DI MEZZO POROSO

- **Il moto di filtrazione è di regime laminare**

Infatti, anche le più alte velocità effettive sono dell'ordine dei 10^{-1} m/s ed assumendo una dimensione media dei meati dell'ordine del centimetro (decisamente elevata per i tipici mezzi porosi naturali) si ottiene:

$$\mathrm{Re} = \frac{U \cdot D}{\nu} = \frac{10^{-1} m/s \cdot 10^{-2} m}{1.5 \cdot 10^{-6} m^2/s} \cong 0.6 \cdot 10^3 = 600$$

($U = 10^{-2}$ m/s
$D = 10^{-3}$ m
Re = 1-10)

E inoltre:

$$\frac{U^2}{2g} = \frac{10^{-2} m^2/s^2}{2 \cdot 9.81\ m/s^2} \cong 0.5\ m^{-3} = 0.5\ mm$$

pertanto le perdite per variazione di sezione sono assolutamente trascurabili rispetto a quelle di carico piezometrico richieste per vincere la resistenza viscosa al moto.

Per i moti di filtrazione si definisce il numero di Reynolds nella forma:

$$\mathrm{Re}_f = \frac{q \cdot d}{\nu}$$

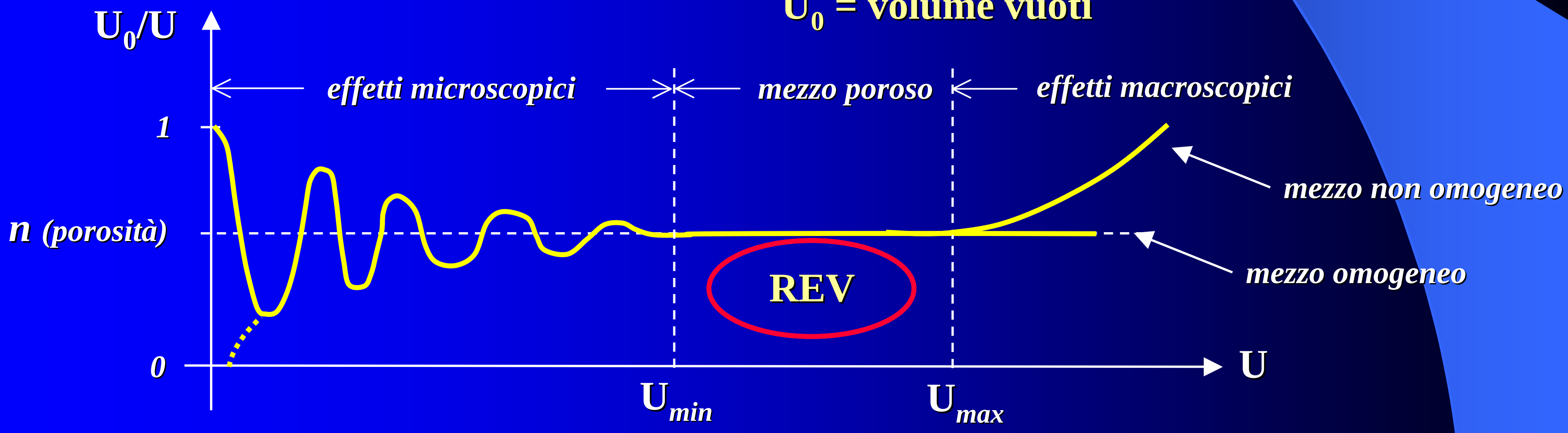
in cui q = Q/A rappresenta la velocità apparente e d una lunghezza microscopica caratteristica. Si assume spesso per d – anche se dovrebbe rappresentare il diametro dei meati – il diametro medio dei grani (più semplice da misurare) o il d_{10}.

SCHEMA DI MEZZO POROSO CONTINUO

… livello macroscopico

- ✓ **individuazione di un volume di controllo rappresentativo del sistema su cui integrare l’equazione del moto (REV – Representative Elementary Volume)**
- ✓ **ogni fase (solida o liquida) è considerata come un mezzo CONTINUO che occupa il volume di controllo**
- ✓ **si considerano i valori medi di ogni grandezza fisica microscopica che vengono assegnati al centro del REV**

U = volume totale
U_0 = volume vuoti



La configurazione dell’interfaccia tra il fluido e la matrice solida compare in questo modello sotto forma di coefficienti.

REV- Representative Elementary Volume

- ✓ **in ogni punto del dominio le grandezze medie di tutte le caratteristiche geometriche delle microstrutture dei pori o dell'interfaccia poro-solido devono essere funzione della posizione e indipendenti dalle dimensioni del REV**

- ✓ **indicando con l la dimensione caratteristica del REV e con d la lunghezza caratterizzante le microstrutture degli spazi vuoti deve risultare: $l \gg d$**

- ✓ **indicando con l_{max} la distanza oltre la quale la distribuzione spaziale dei coefficienti macroscopici che caratterizzano la configurazione degli spazi vuoti si discosta da quella lineare, deve risultare: $l < l_{max}$**

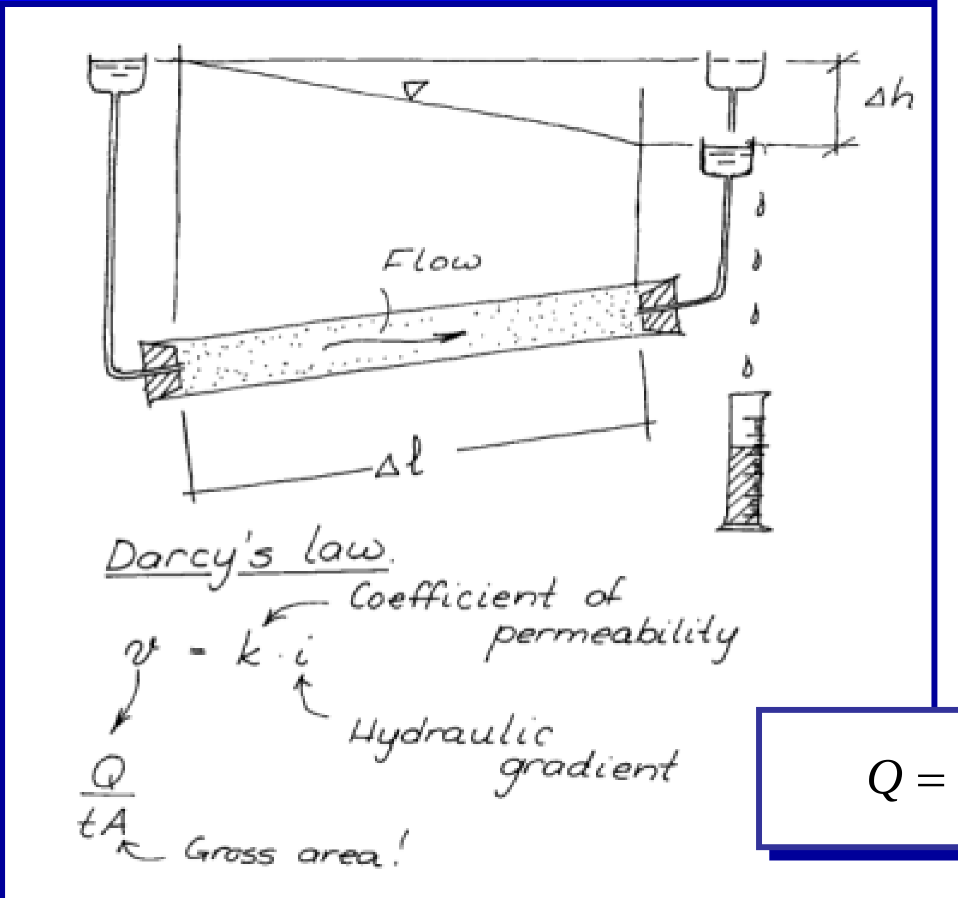
- ✓ **indicando con L la lunghezza caratteristica del mezzo poroso oltre la quale si hanno significative variazioni nelle grandezze macroscopiche, deve risultare: $l \ll L$**

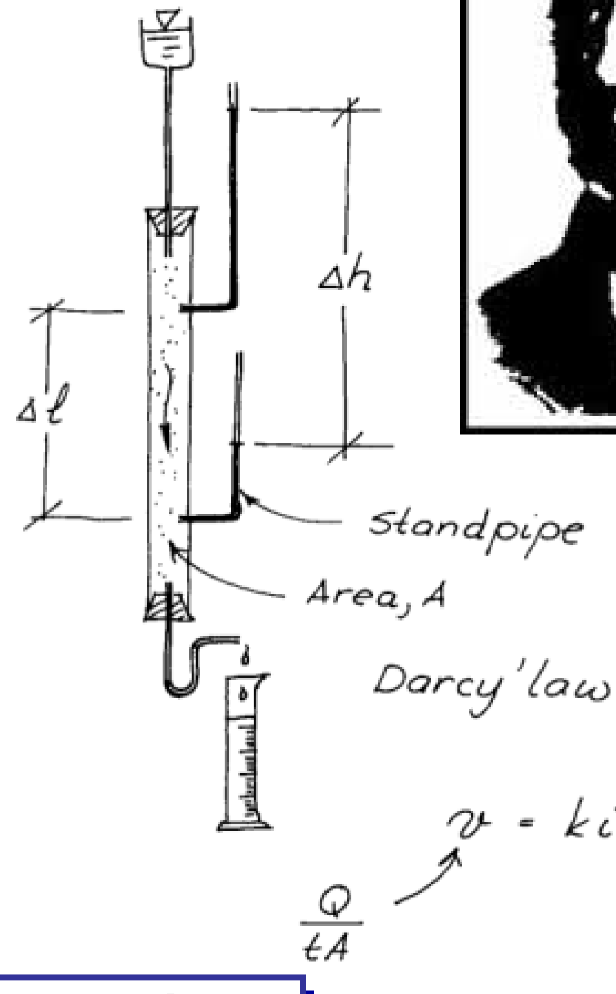
La DIMENSIONE del REV deve essere tale da

- ❑ **<u>Non</u> essere influenzato dalle variazioni dovute agli <u>effetti microscopici</u> (distribuzione aleatoria dei pori e della matrice solida)**
- ❑ **<u>Non</u> risentire delle <u>eterogeneità macroscopiche</u> del mezzo poroso**

La Legge di DARCY

Henry Darcy era un ingegnere francese che ha studiato il moto dell'acqua nella sabbia nel 1856, ed ha ricavato che la portata d'acqua in un condotto è proporzionale alla differenza di carico tra i due estremi del condotto, ed inversamente proporzionale alla lunghezza del condotto. Inoltre la portata è proporzionale ad un coefficiente, K, chiamato conduttività idraulica.



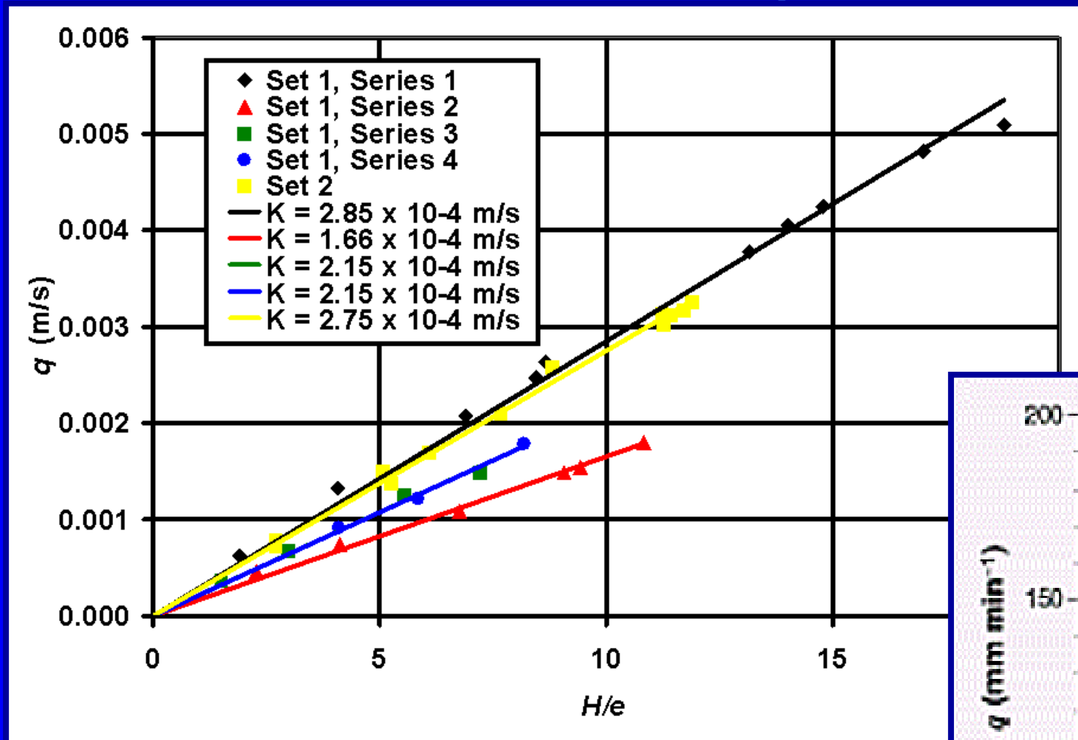


$$Q = K \cdot A \cdot \frac{\Delta h}{L}$$

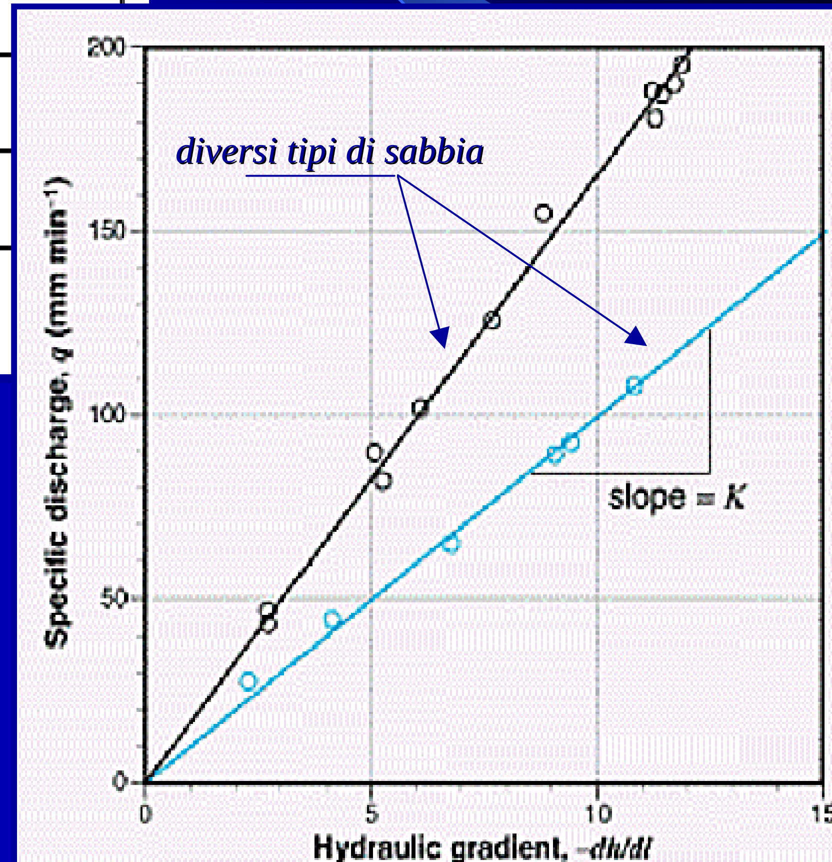
Darcy, H. (1856). *Les Fontaines Publiques de la Ville de Dijon*, Dalmont, Paris.

La Legge di DARCY

$$q = -K \cdot \frac{dh}{ds}$$



q è la VELOCITA' APPARENTE = Q/A ed il segno negativo indica che portate positive corrispondono a valori negativi del gradiente: quindi la velocità si instaura verso i valori decrescenti del carico.



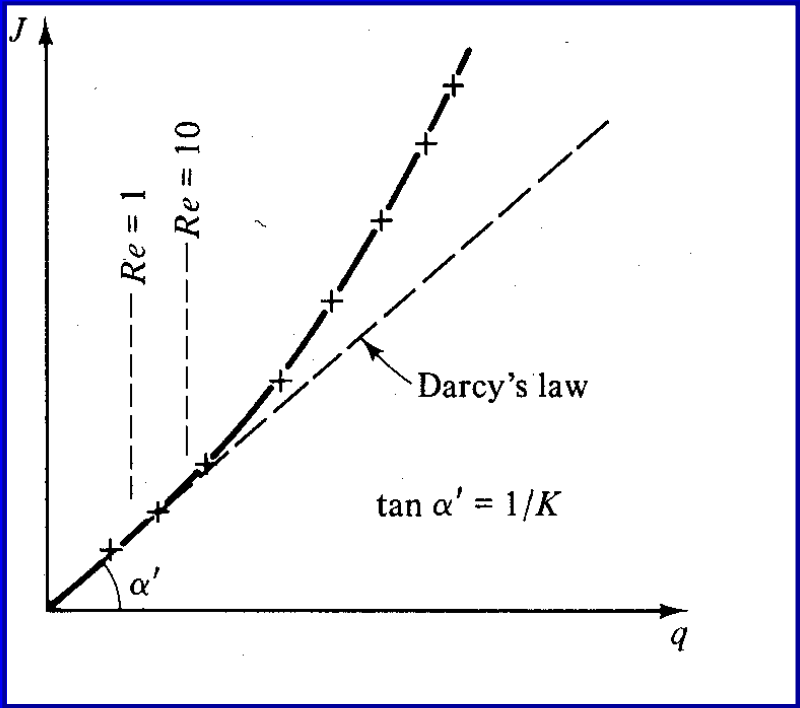
La velocità effettiva del fluido è invece:

$$V = \frac{Q}{n \cdot A} = q/n$$

La Legge di DARCY

Campo di validità: al crescere della velocità del fluido, la relazione fra portata defluente e perdita di carico diviene non più lineare.

Numero di Reynolds dei granuli: $$\mathrm{Re}_f = \frac{q \cdot d}{\nu}$$ **dove d è il diametro medio del mezzo poroso**



La linearità viene meno per *Re* = 1÷10 (cala l'effetto delle forze viscose rispetto a quelle inerziali).

Ciò si verifica in vicinanza di grandi pozzi di emungimento/ricarica, sorgenti, ecc.

In genere ci si trova nel campo di validità della Legge di Darcy

Conduttività Idraulica K

La Conduttività Idraulica K [L/T] è definibile in un mezzo isotropo come la

PORTATA SPECIFICA PER UNITA' DI GRADIENTE IDRAULICO

ed è uno scalare che esprime la facilità con cui il fluido viene trasportato negli spazi interstiziali.

È possibile separare l'influenza delle proprietà del fluido da quelle della matrice solida esprimendo K come:

$$K = k \cdot \frac{\rho\, g}{\mu} = k \cdot g/\nu$$

in cui g è l'accelerazione di gravità, e k [L²] – detta PERMEABILITA' del mezzo poroso – dipende solo dalle proprietà della matrice solida e può essere determinato

- **empiricamente:** *Fair ed Hatch (1933)*

$$k = \frac{1}{\beta}\left[\frac{(1-n)^2}{n^3}\left(\frac{\alpha}{100}\sum_m \frac{P_m}{d_m}\right)^2\right]^{-1}$$

β = coeff. di compattazione (β = 5)
α = fattore di forma dei grani (α = 6 sferico, α = 7.7 spigoloso)
P_m = percentuale in peso della sabbia tra maglie contigue del setaccio di diametro medio d_m

- **teoricamente:** *Kozeny-Carman (1937)*

$$k = C_0 \cdot \frac{n^3}{(1-n)^2 M_s^2}$$

M_s = area della superficie della matrice solida per unità di volume
C_0 = coefficiente (C_0 = 0.2)