

Spazi di probabilità

SPAZIO CAPIONARIO, EVENTI, PROBABILITA'

Si definisce **ESPERIMENTO (TRIAL)** la singola osservazione o misura di un fenomeno.

ES.:

1. *La misura di portata ad una sezione data*
2. *Il numero degli studenti annualmente iscritti ad un dato corso*
3. *L'altezza di pioggia giornaliera misurata presso una data centralina meteorologica...*

Se il fenomeno è **DETERMINISTICO**, il risultato dell'esperimento (**OUTCOME**) è in generale **PREVEDIBILE**.

Se il fenomeno è di natura **ALEATORIA (CASUALE)** lo specifico risultato dell'osservazione è a priori **INCOGNITO**.

In quest'ultimo caso è tuttavia possibile giungere ad una *PREVISIONE MEDIA DELL'EVOLUZIONE DEL FENOMENO* tramite la costruzione di un apposito **SPAZIO DI PROBABILITA'**.

Gli spazi di probabilità possono pertanto essere considerati modelli matematici "non innaturali" di fenomeni non Deterministici.

Spazio campionario

Nel caso di fenomeni casuali, è sempre possibile definire un insieme Ω i cui elementi ω_i rappresentino tutti i possibili risultati dell'esperimento in esame.

L'insieme Ω è denominato SPAZIO CAMPIONARIO (SAMPLE SPACE) del fenomeno aleatorio.

Gli elementi $\omega \in \Omega$ sono detti punti campionari (SAMPLE POINTS) o EVENTI ELEMENTARI

Tipi di Spazio Campionario

Esistono 3 tipi di spazi campionari:

1. Ω contiene un numero finito di punti campionari (es. del "lancio del dado")
2. Ω contiene un numero infinito ma numerabile di punti campionari
3. Ω contiene infiniti punti campionari e non è numerabile.

Spazio degli Eventi

Si definisce **EVENTO** un insieme di possibili risultati ω di un esperimento.

Poiché lo spazio campionario Ω contiene tutti i possibili risultati ω , ne deriva che un evento non è altro che un **SOTTOINSIEME DELLE SPAZIO CAMPIONARIO** e, come tale, gode di tutte le proprietà degli insiemi.

L'insieme di tutti i possibili eventi associati ad Ω è detto **SPAZIO DEGLI EVENTI** ($\mathcal{A}$).

Eventi “notevoli”

Si definisce **EVENTO ELEMENTARE** un evento che contiene un unico punto campionario ω .

Si definisce **EVENTO COMPOSTO** un evento che contiene più punti campionari

Si definisce **EVENTO IMPOSSIBILE** (o **EVENTO VUOTO**) un evento che non contiene punti campionari

Si definisce **EVENTO CERTO** un evento che contiene tutti gli elementi dello spazio campionario Ω .

Probabilità

Una “valutazione di probabilità” non è altro che un’applicazione $\mathbb{P}(\cdot)$ che ad ogni evento (cioè ad ogni sottoinsieme di Ω assunto nello spazio degli eventi $\mathcal{A}$) associa un numero reale, in modo tale che questo numero sia tanto più grande quanto più è elevata la possibilità che l’evento si realizzi.

Si ha cioè che:

$$\mathbb{P} : \mathcal{A} \rightarrow [0, 1]$$

E soddisfa le seguenti proprietà:

1. $\mathbb{P}(A) \geq 0$ per ogni $A \in \mathcal{A}$
2. $\mathbb{P}(\Omega) = 1$
3. Se $\{A_n\}_n$ è una successione di elementi di $\mathcal{A}$ a due a due disgiunti allora

(σ -additività):

$$\mathbb{P} \left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \right) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbb{P} (A_i)$$