Riassumendo i concetti fondamentali della Teoria della Probabilità ...

Abbiamo visto come l'obbiettivo fondamentale della Teoria della Probabilità (sia essa Classica, frequentista o Bayesiana) sia quello di studiare e modellare le caratteristiche di regolarità dei processi casuali.

E' stato inoltre sottolineato come lo studio dei fenomeni aleatori sia sempre uno studio di insieme, mai incentrato sulla singola traiettoria del processo.

P è quindi un'applicazione del tipo: $P : \mathcal{A} \to [0, 1]$

Capace di fornire una misura numerica della possibilità di realizzarsi o meno di un evento

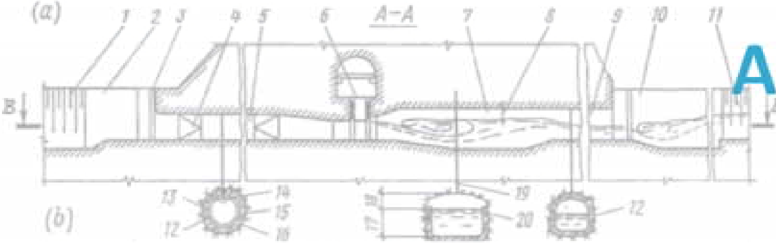
E con le seguenti proprietà:

$$P(A) \geq 0 \;\; \forall \;\; A \in \mathcal{A}$$

$$P(\Omega) = 1$$

Se $A_1, \ldots, A_n$ è una successione di eventi di $\mathcal{A}$ a due a due incompatibili e se:

$A_1 \cup A_2 \cup \ldots = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A}$ allora: $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$



Una breve nota sulla “Convergenza in Probabilità”

Stabilità delle frequenze (Teorema di Bernoulli)

Numero casi favorevoli all’evento A

$$\text{per } n \text{ grande } P(A) = \frac{n_A}{n}$$

Numero casi possibili

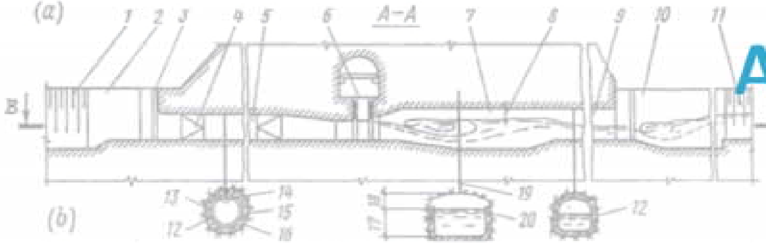
La frequenza relativa di un evento tende alla sua probabilità con il crescere del numero delle prove in modo differente dalla “tendenza al limite” nel senso matematico del termine.

Quando in Analisi si dice che una variabile x_n tende al limite costante *a*, all’aumentare di *n* (per $n \to \infty$) ciò significa che la differenza $|x_n - a|$ diventa inferiore ad un Numero positivo qualsiasi ε per ogni *n* superiore ad un numero sufficientemente grande …

In probabilità, aumentando il numero delle prove, la frequenza si avvicina alla probabilità, non con certezza assoluta, ma con una probabilità talmente elevata, che per un numero sufficientemente grande di prove, si considera come certezza.

>> Convergenza in Probabilità

Ref. *Teoria della probabilità, E.S. Ventsel, Edizioni MIR, 1983*



Combinazioni:

C(n,k)

Si dicono combinazioni di *n* elementi (distinti) a *k* a *k*, o della classe *k*, con $k \leq n$, i gruppi che si possono formare prendendo, in tutti i modi possibili, k degli n elementi, con la condizione di riguardare come diversi due gruppi unicamente se differiscono per almeno uno degli elementi componenti

Disposizioni:

D(n,k)

Si dicono combinazioni di *n* elementi (distinti) a *k* a *k*, o della classe *k*, con $k \leq n$, i gruppi che si possono formare prendendo, in tutti i modi possibili, k degli n elementi, con la condizione di riguardare come diversi due gruppi o perchè differiscono per almeno uno degli elementi componenti, o perché, contenendo gli stessi elementi, questi si succedono nei due gruppi con ordine diverso

Permutazioni P(n): D(n,n)=P(n)

Combinazioni:

C(n,k)

$$C_{n,k} = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}$$

Disposizioni:

D(n,k)

$$D_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot ... \cdot (n-k+2) \cdot (n-k+1)$$

$$D_{n,k} = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Permutazioni P(n): D(n,n)=P(n) $P_n = n!$

Alcuni Teoremi e corollari da ricordare...

Teorema di addizione delle probabilità

La probabilità della somma di due eventi incompatibili è uguale alla somma delle singole probabilità di questi eventi:

$$P(A+B) = P(A) + P(B)$$

Corollario 1

Se gli eventi $A_1,\ldots,A_n$ formano un gruppo completo di eventi incompatibili, la somma delle loro probabilità è uguale all'unità:

$$\sum_{i=1}^{n} P(A_i) = 1$$

Corollario 1

La somma delle probabilità di eventi contrari (eventi incompatibili che formano un gruppo completo) è uguale all'unità:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1$$