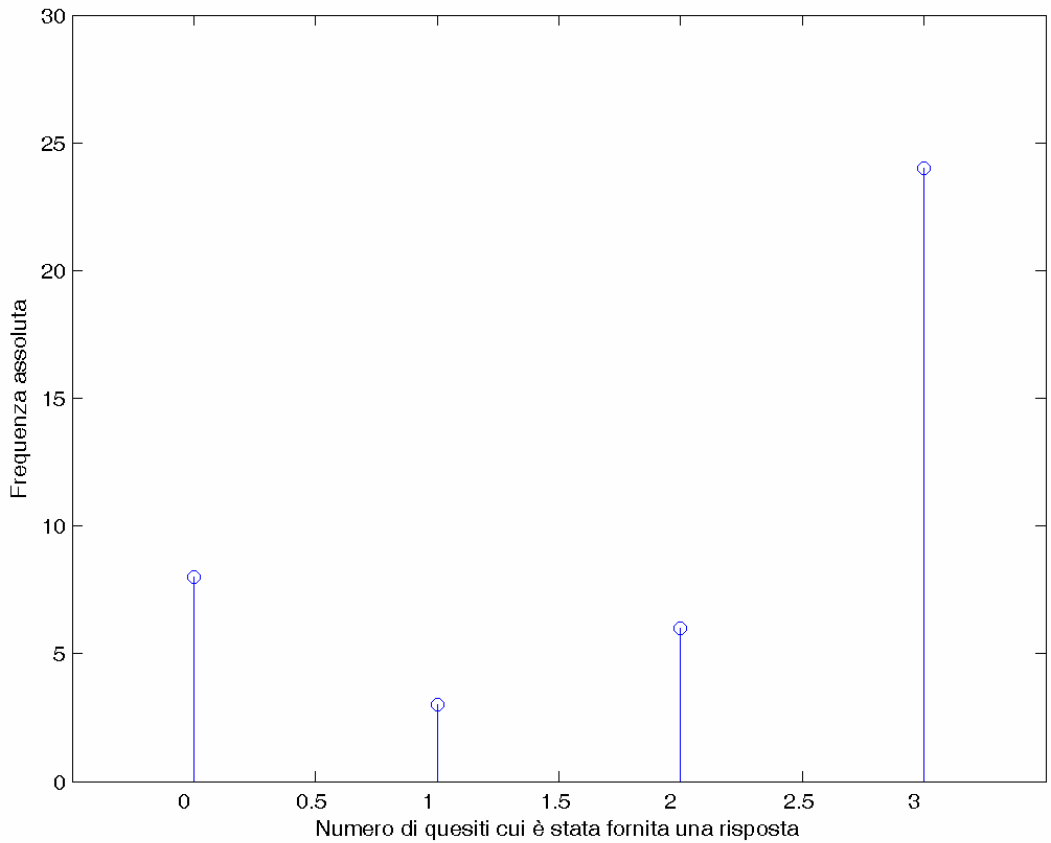
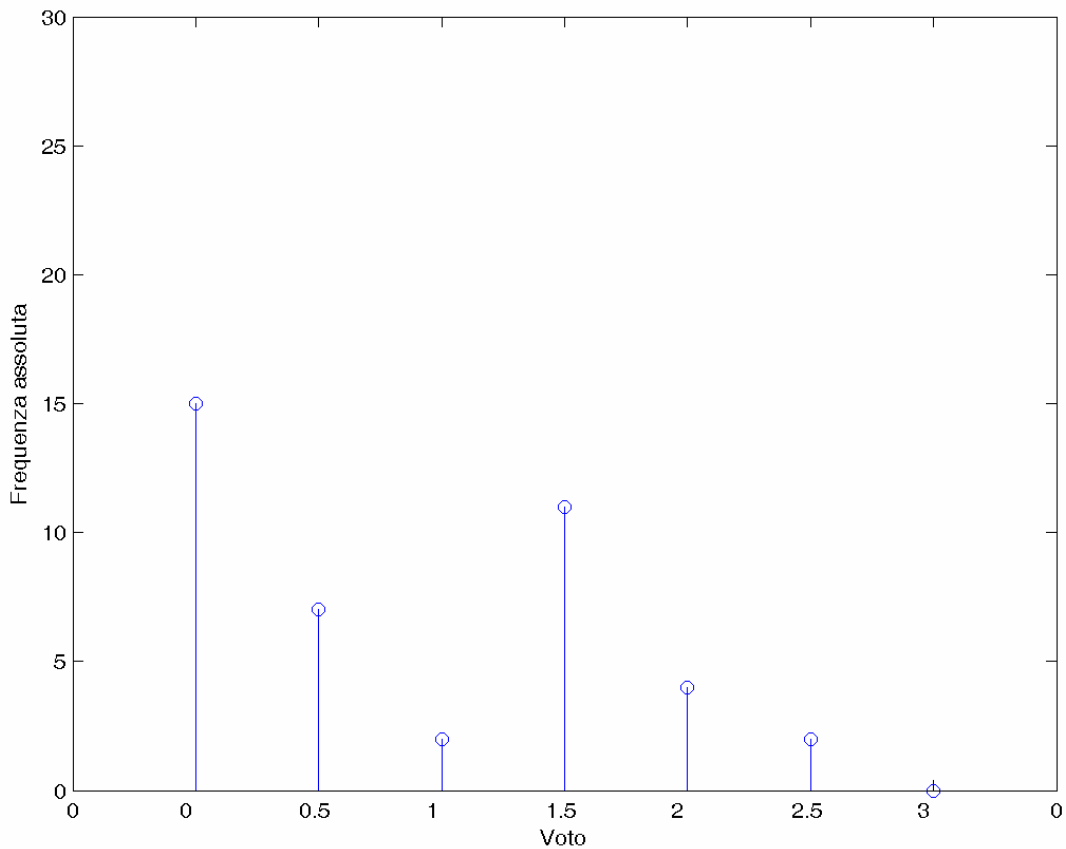
Esito correzione esercizio in classe

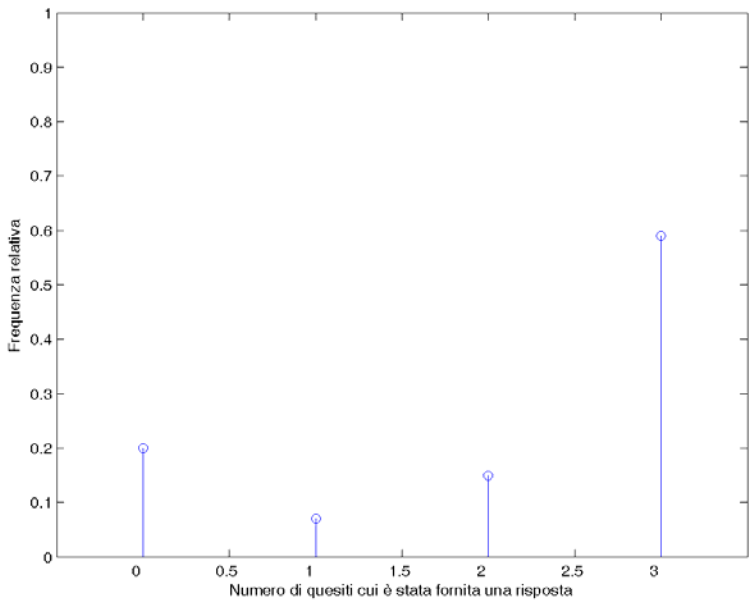
Numero di quesiti cui è stata fornita una risposta:
Frequenza assoluta

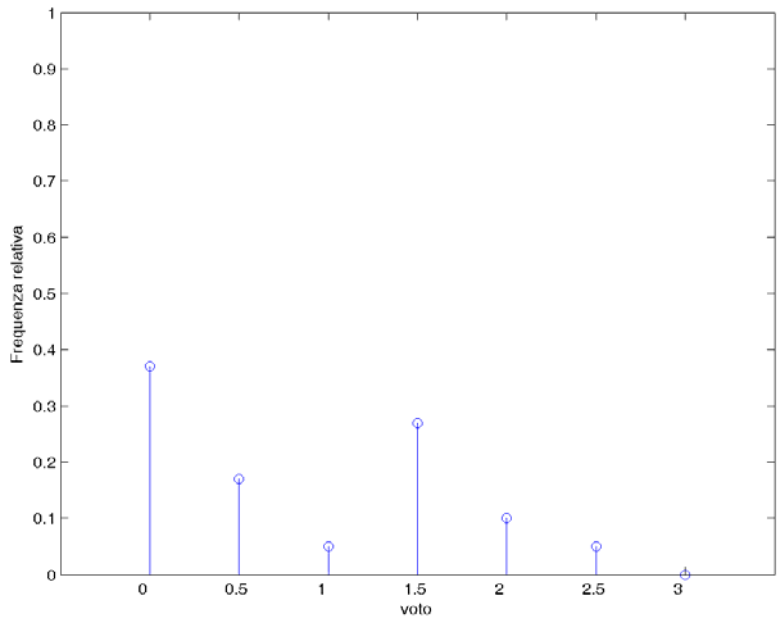


Numero di quesiti cui è stata fornita una risposta esatta (= voto):
Frequenza assoluta

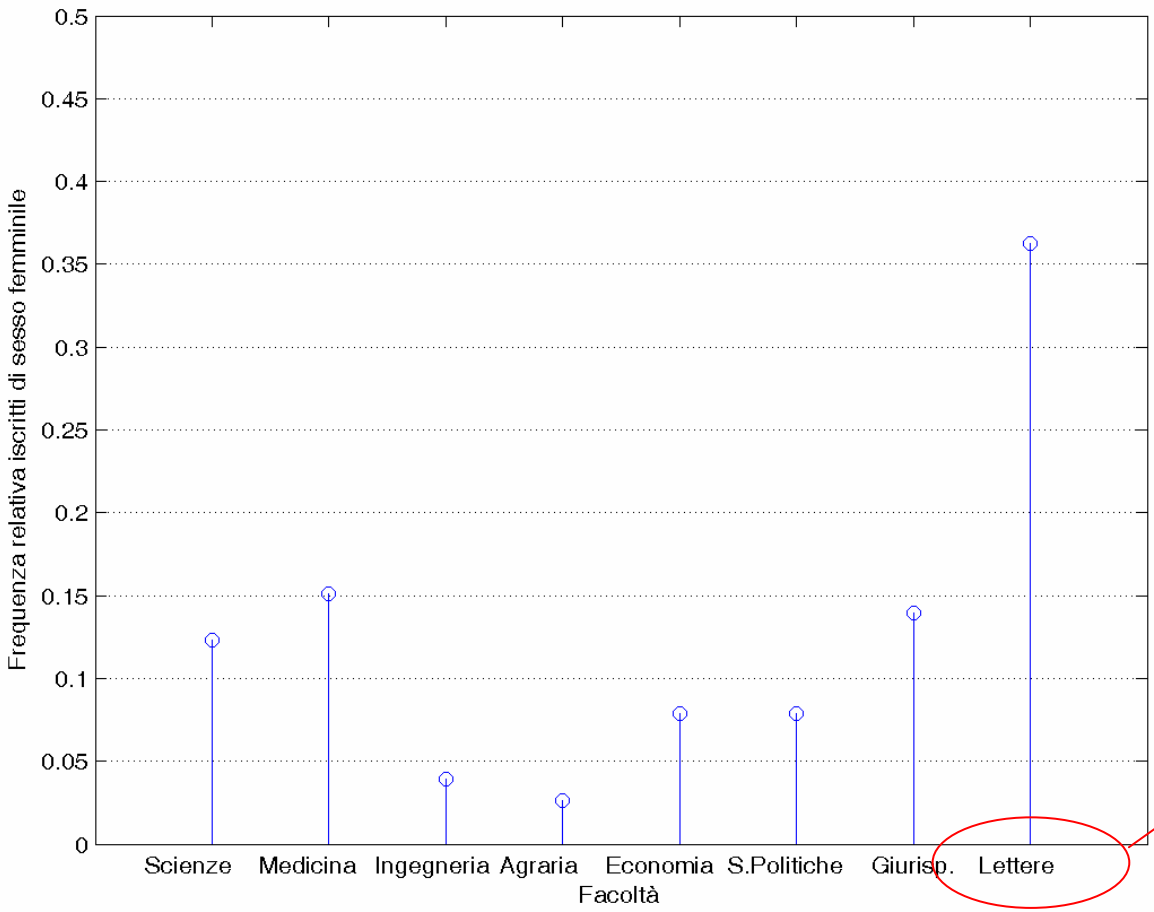


Frequenze relative

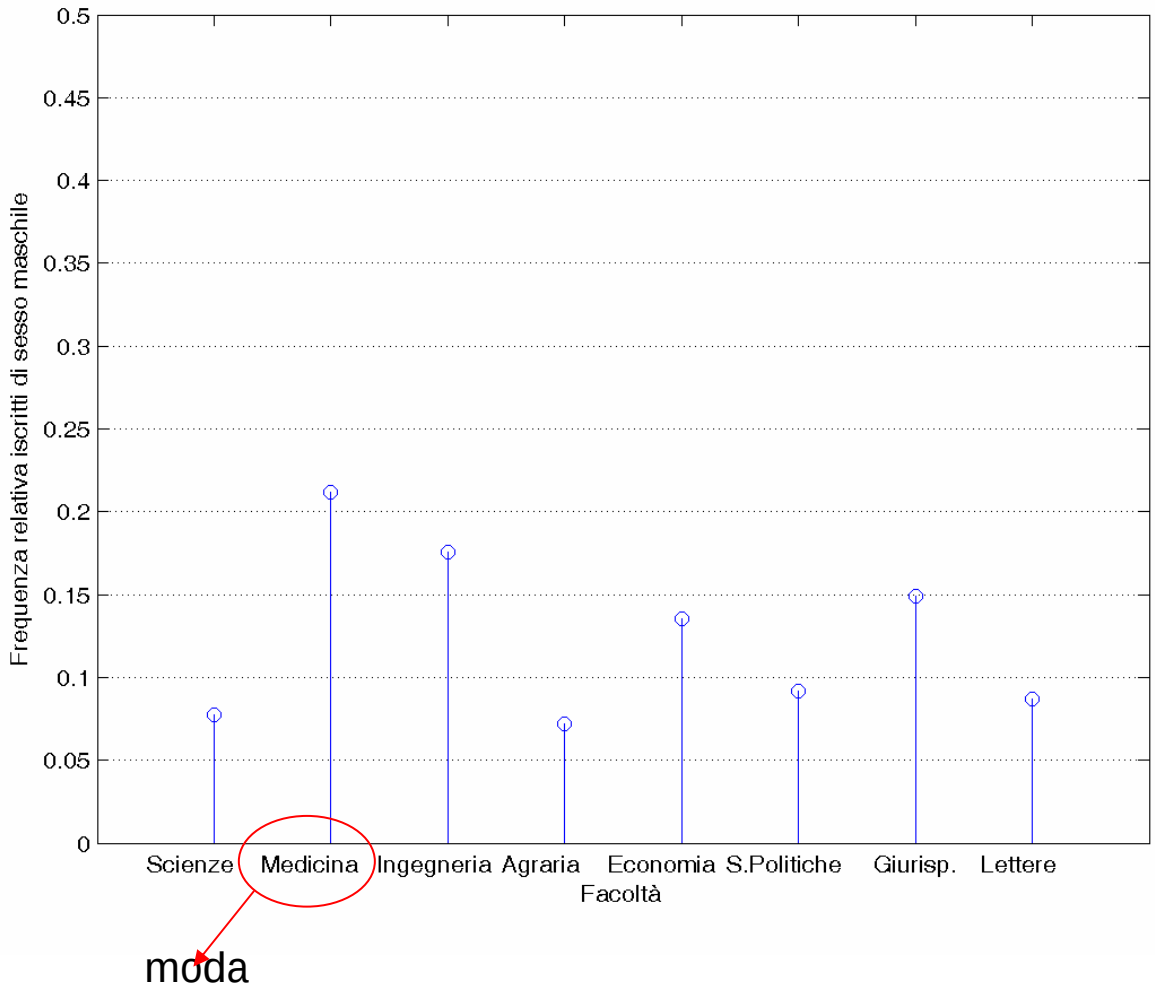


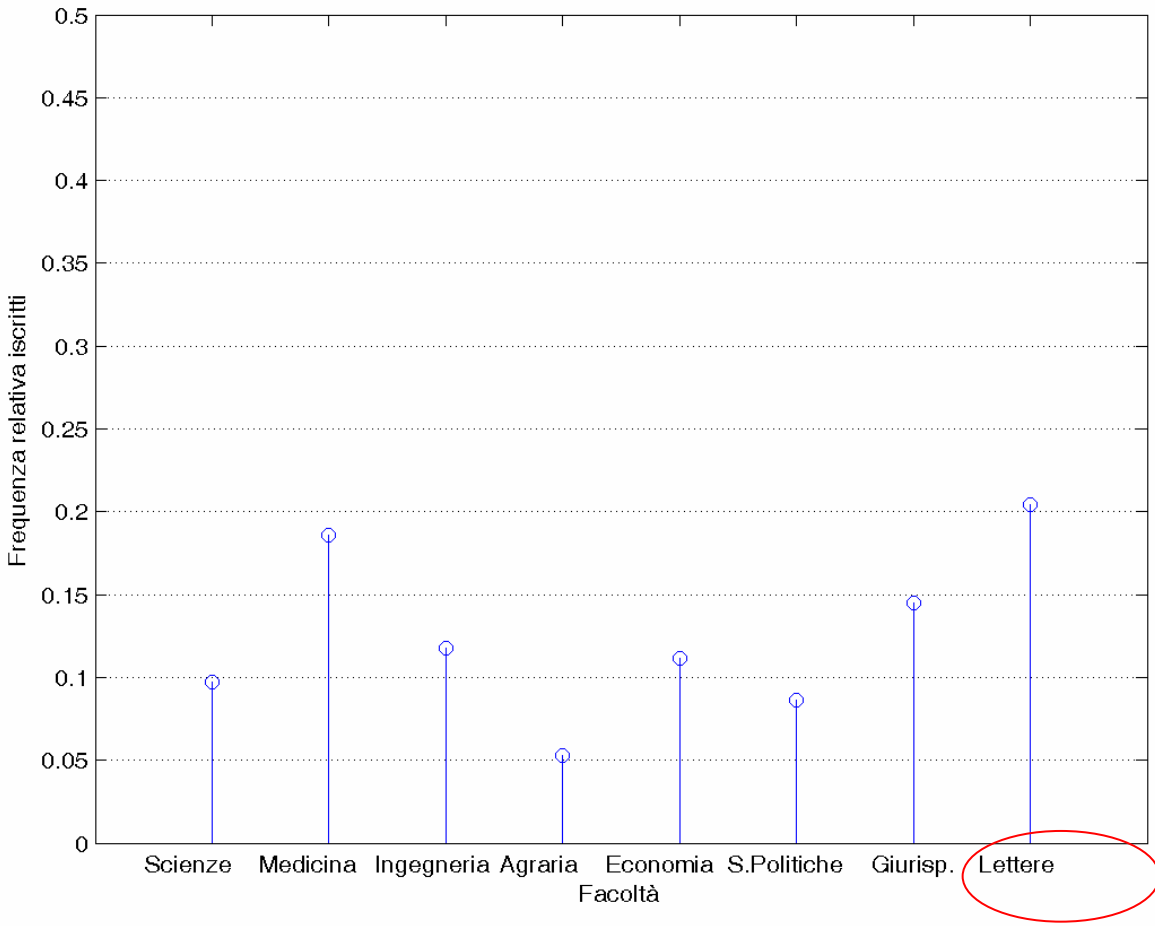


La correzione vera e propria...



moda


0.5
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
Frequenza relativa iscritti di sesso maschile
Scienze
Medicina
Ingegneria
Agraria
Economia
S.Politiche
Giurisp.
Lettere
Facoltà
moda


0.5
0.45
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
Frequenza relativa iscritti
Scienze
Medicina
Ingegneria
Agraria
Economia
S.Politiche
Giurisp.
Lettere
Facoltà
moda

Un'idea intuitiva di Probabilità

Teoria della Probabilità: Si occupa di descrivere fenomeni per i quali la singola realizzazione risulta incerta, mentre l'esito di una serie sufficientemente lunga di prove si rivela "prevedibile"

Si dice cioè, che per prove ripetute l'esperimento converge in probabilità

Ciò equivale a dire che effettuando osservazioni ripetute di fenomeni casuali è possibile mettere in evidenza "regolarità" e leggi ben definite.

Previsione non individuale(sulla singola prova) ma media (su un insieme di prove)

Prime definizioni...

Spazio Campionario: Si definisce Spazio Campionario (Ω), l'insieme di tutti i possibili esiti di un esperimento

Evento: Il generico evento A è interpretabile come un sottoinsieme di Ω. Naturalmente anche i singoli punti dello spazio campionario sono sottoinsiemi di Ω e vengono detti *eventi elementari*.

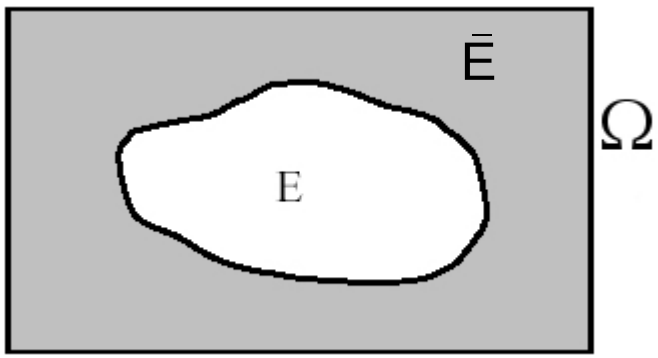
$$\Omega = \text{evento certo}$$

$$\emptyset = \text{evento impossibile}$$

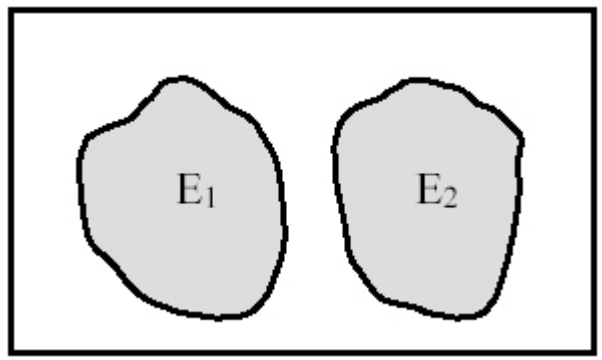
Spazio degli Eventi: Lo spazio degli eventi (A)non è altro che l'insieme di tutti i possibili sottoinsiemi dello spazio campionario

Interpretazione Insiemistica di evento

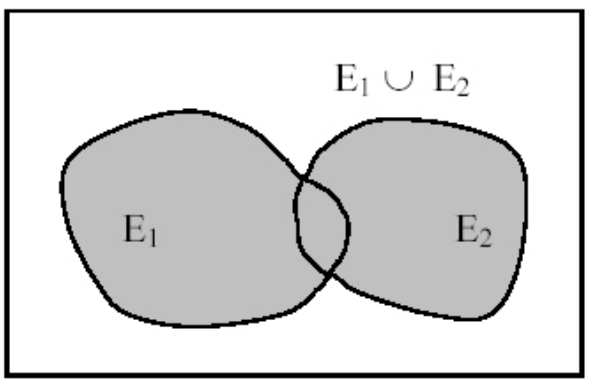
Evento Complementare:



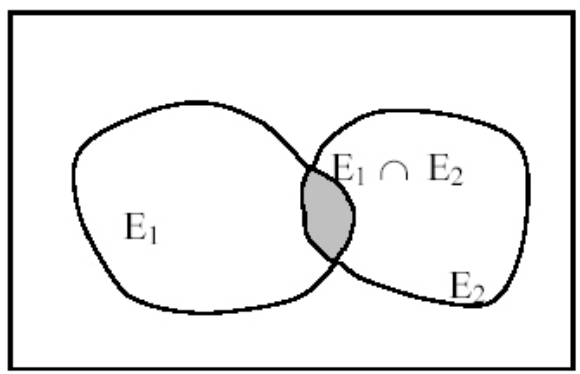
Eventi disgiunti:



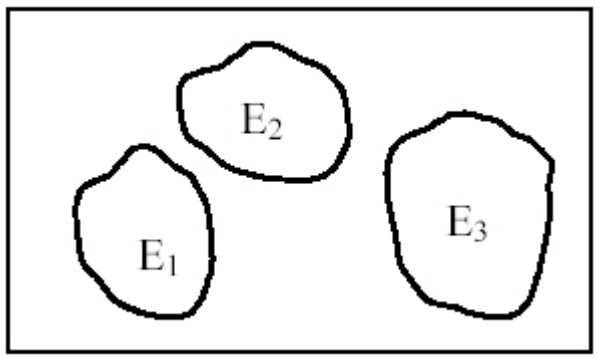
Evento Unione:



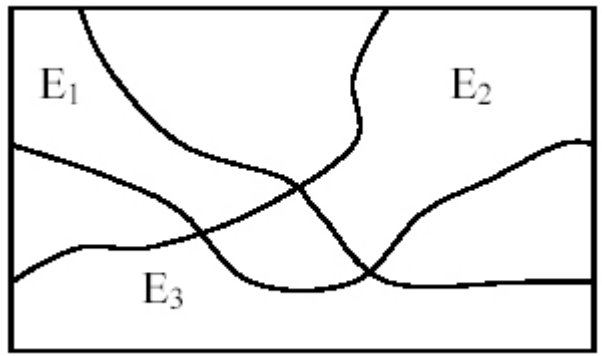
Evento Intersezione:



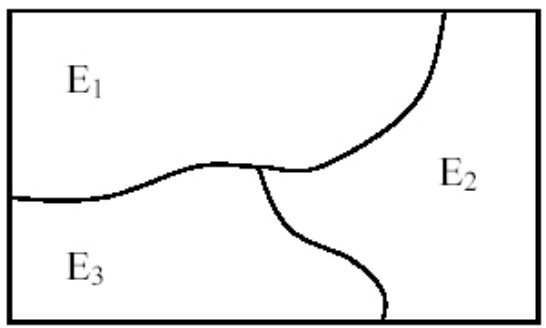
n Eventi incompatibili:



n Eventi Esaustivi:



Partizione



Probabilità Matematica (o “a priori” o Classica)

E’ nata dallo studio dei giochi d’azzardo e si basa unicamente sull’estrapolazione logica di caratteristiche di probabilità a priori dalla struttura (solitamente molto semplice) del fenomeno che si sta analizzando.

Si basa fondamentalmente sul **principio di Laplace**:

La probabilità di un evento è il rapporto tra il numero di casi favorevoli all’evento stesso ed il numero di casi possibili, purché tutti i casi siano ugualmente probabili. E cioè:

Numero casi favorevoli

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{]A}{]\Omega}$$

Spazio campionario

Numero casi possibili

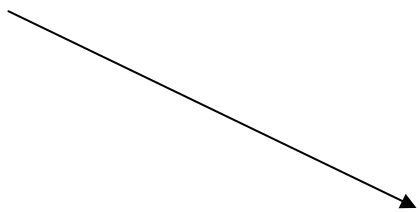
Esempi:
- Estrazione di una carta da un mazzo
- Lancio di una moneta
- Lancio di un dado

Limitazioni

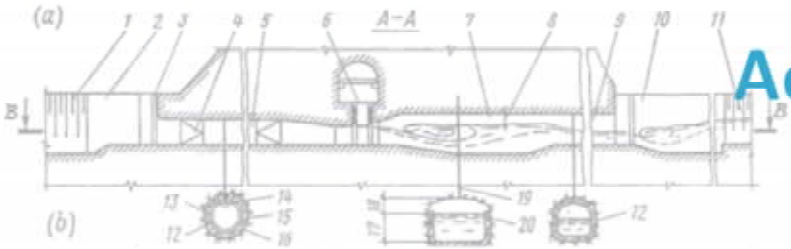
- La definizione si basa su di un ragionamento di tipo “circolare”; infatti il concetto di casi ugualmente possibili deriva dalla definizione di probabilità stessa.

Non funziona in tutti quei casi in cui lo spazio campionario non è formato da eventi ugualmente possibili...

In generale non può essere applicata in tutti quei casi in cui la probabilità di un evento non è deducibile per via “logica”



Teoria Frequentista



Teoria Frequentista (o “a Posteriori”, o legge empirica del caso, o Statistica)

Si basa sulle seguenti assunzioni:

- Se in una serie (sufficientemente lunga) di prove la frequenza di un evento si mantiene approssimativamente costante, questo valore di frequenza è assunto come probabilità
  Si applica in tutti quei casi in cui non siano note “a priori” le leggi probabilistiche dei fenomeni studiati...
  Si basa, storicamente, sul principio di **Von Mises(1920)**: *La probabilità di un evento, in una serie di prove condotte nelle stesse condizioni (ci si riferisce qui alle condizioni controllabili della prova), è il limite a cui essa tende al crescere del numero delle osservazioni...*

Probabilità Soggettivistica o "Bayesiana"

La teoria classica della probabilità e quella frequentista hanno in comune un'importante caratteristica: richiedono entrambe un esperimento concettuale nel quale gli eventi possano verificarsi in condizioni piuttosto uniformi.
In generale però, esistono situazioni che non possono essere ridotte a tale schema di "esperimento controllato" ...

Ad esempio:
Qual è la probabilità che il Governo cada entro la fine dell'anno?
Quanto è probabile che il prezzo del pane aumenti del 100% nel prossimo mese?

Queste tipologie di fenomeni necessitano del giudizio di più individui o comunque di stime personali

→ Probabilità Soggettivistica

Una stima di Probabilità non è altro che un'applicazione P(.) che ad ogni evento (definito come generico sottoinsieme di Ω ed appartenente allo spazio degli eventi A) associa un numero reale, in modo che questo numero sia tanto più elevato quanto più è facile che l'evento si realizzi.
Sarà inoltre ragionevole che P(.) goda di un certo numero di proprietà:
Se *A* e *B* sono incompatibili (disgiunti):

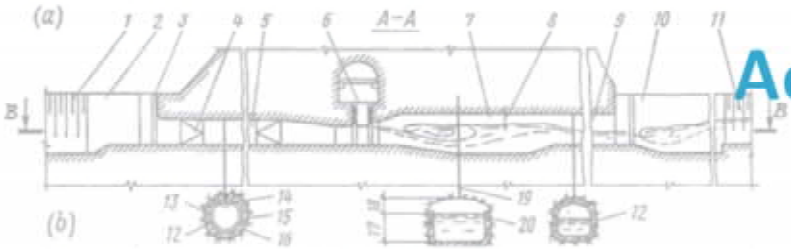
$$A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ed inoltre:

$$P(A) \geq 0 \ \forall \ A \in A$$

$$P(\Omega) = 1$$

Se $A_1, \ldots, A_n$ è una successione di eventi di A a due a due incompatibili e se: $A_1 \cup A_2 \cup \ldots = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in A$ allora: $P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$



Ancora sulla Teoria Assiomatica

Da queste ultime tre proprietà fondamentali della funzione di probabilità possiamo dedurne altre:

$$P(\emptyset) = 0$$

Se A è un evento allora: $P(A) = 1 - P(\bar{A})$

Se A e B sono due eventi allora: $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B})$

Ed ancora: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

and so on...

Spazio di Probabilità

Uno Spazio di Probabilità è una terna (Ω, A ,*P*) dove:

↓

Ω, è uno spazio campionario

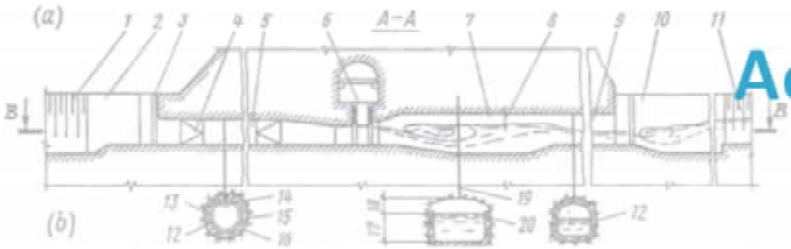
↓

A è una collezione di eventi (ciascuno dei quali è sottoinsieme dello Spazio Campionario)

↓

P è una funzione di probabilità con dominio A

Uno spazio di probabilità è un *modello non innaturale* di un fenomeno casuale



Probabilità Condizionata

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \quad \text{e} \quad P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad \text{da cui}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B \mid A) = P(B) \cdot P(A \mid B) \quad \text{e} \quad P(A)>0c$$

Formula della probabilità totale

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(A_i) \cdot P(B \mid A_i)$$

Formula di Bayes

$$P(A_i \mid B) = \frac{P(A_i) \cdot P(B \mid A_i)}{P(B)}$$