

Probabilità Matematica (o "a priori" o Classica)

E' nata dallo studio dei giochi d'azzardo e si basa unicamente sull'estrapolazione logica di caratteristiche di probabilità a priori dalla struttura (solitamente molto semplice) del fenomeno che si sta analizzando.

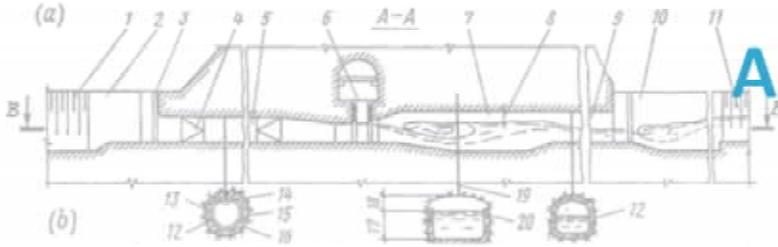
Si basa fundamentalmente sul **principio di Laplace**:

La probabilità di un evento è il rapporto tra il numero di casi favorevoli all'evento stesso ed il numero di casi possibili, purché tutti i casi siano ugualmente probabili. E cioè:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n} = \frac{|A|}{|\Omega|}$$

Numero casi favorevoli
 ↙
 ↘
 Numero casi possibili

↘
 Spazio campionario



Esempi:

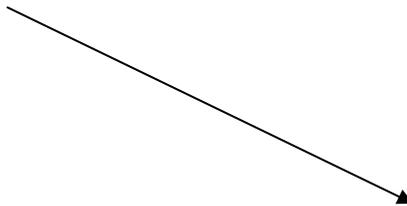
- Estrazione di una carta da un mazzo
- Lancio di una moneta
- Lancio di un dado

Limitazioni

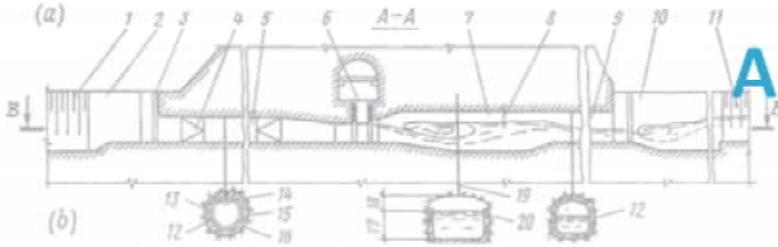
• La definizione si basa su di un ragionamento di tipo "circolare"; infatti il concetto di casi ugualmente possibili deriva dalla definizione di probabilità stessa.

Non funziona in tutti quei casi in cui lo spazio campionario non è formato da eventi ugualmente possibili...

In generale non può essere applicata in tutti quei casi in cui la probabilità di un evento non è deducibile per via "logica"



Teoria Frequentista

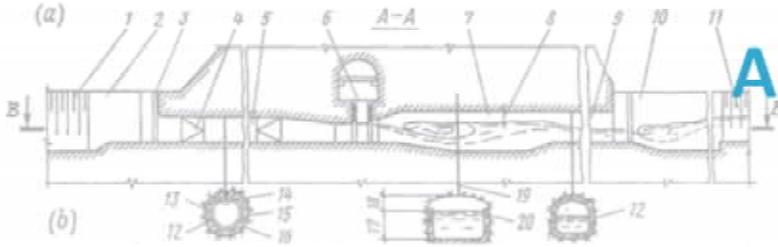


Teoria Frequentista (o “a Posteriori”,
o legge empirica del caso, o
Statistica)

Si basa sulle seguenti assunzioni:

- Se in una serie (sufficientemente lunga) di prove la frequenza di un evento si mantiene approssimativamente costante, questo valore di frequenza è assunto come probabilità
Si applica in tutti quei casi in cui non siano note “a priori” le leggi probabilistiche dei fenomeni studiati...

Si basa, storicamente, sul principio di **Von Mises(1920)**: *La probabilità di un evento, in una serie di prove condotte nelle stesse condizioni (ci si riferisce qui alle condizioni controllabili della prova), è il limite a cui essa tende al crescere del numero delle osservazioni...*



Probabilità Soggettivistica o "Bayesiana"

La teoria classica della probabilità e quella frequentista hanno in comune un'importante caratteristica: richiedono entrambe un esperimento concettuale nel quale gli eventi possano verificarsi in condizioni piuttosto uniformi.

In generale però, esistono situazioni che non possono essere ridotte a tale schema di "esperimento controllato" ...

Ad esempio:

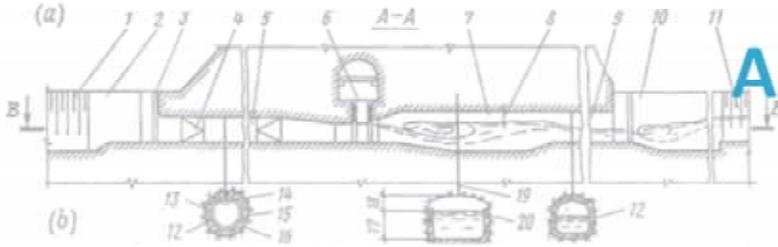
Qual è la probabilità che il Governo cada entro la fine dell'anno?

Quanto è probabile che il prezzo del pane aumenti del 100% nel prossimo mese?

Queste tipologie di fenomeni necessitano del giudizio di più individui o comunque di stime personali



Probabilità Soggettivistica



Teoria Assiomatica

Una stima di Probabilità non è altro che un'applicazione $P(\cdot)$ che ad ogni evento (definito come generico sottoinsieme di Ω ed appartenente allo spazio degli eventi \mathcal{A}) associa un numero reale, in modo che questo numero sia tanto più elevato quanto più è facile che l'evento si realizzi.

Sarà inoltre ragionevole che $P(\cdot)$ goda di un certo numero di proprietà:

Se A e B sono incompatibili (disgiunti):

$$A \cap B = \emptyset \rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Ed inoltre:

$$P(A) \geq 0 \quad \forall A \in \mathcal{A}$$

$$P(\Omega) = 1$$

Se A_1, \dots, A_n è una successione di eventi di \mathcal{A} a due a due incompatibili e se:

$$A_1 \cup A_2 \cup \dots = \bigcup_{i=1}^{\infty} A_i \in \mathcal{A} \quad \text{allora:} \quad P\left(\bigcup_{i=1}^{\infty} A_i\right) = \sum_{i=1}^{\infty} P(A_i)$$