Esame di Meccanica dei Fluidi 25/6/2021

Due fogli aiuti a disposizione, più diagramma di Moody

Es. 1 Dopo un incidente stradale un'auto affonda nelle acque di un lago fino ad adagiarsi sul fondo alla profondità di circa 6 m dal pelo libero dell'acqua. Si fornisca una stima della forza che il conducente deve esercitare sulla portiera per uscire dal veicolo nelle seguenti configurazioni

- auto completamente piena d'aria,
- auto piena d'aria fino al 70% dell'altezza dell'abitacolo,
- auto completamente inondata dall'acqua.

Per semplicità si consideri la portiera come una superficie piana di larghezza pari a 90 cm e altezza di 130 cm, con la maniglia che si trova a 70 cm dalla cerniera della portiera.

Es. 2 Dell'acqua entra in una turbina idraulica attraverso il condotto di entrata (di sezione circolare e diametro 40 cm) con una portata di 1000 l/s, ed esce attraverso un tubo di diametro pari a 60 cm. La caduta di pressione tra ingresso ed uscita della turbina viene misurato con un manometro a mercurio (SG=13.6); la lettura del manometro è 1.2 cm. Trascurando le perdite per attrito h_L, si calcoli la potenza elettrica in uscita sapendo che il rendimento dell'insieme turbina-alternatore è pari a 0.86.

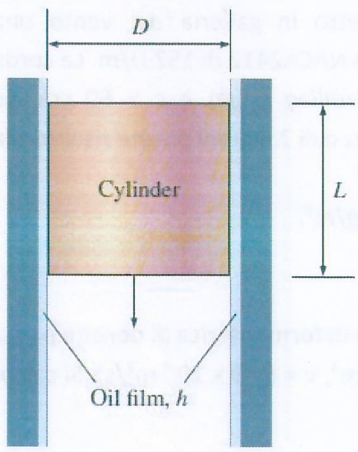
Es. 3 Si vuole conoscere la resistenza incontrata dallo scafo di una nave porta-container attraverso dei test in vasca navale su un modello geometricamente simile in scala 1:10. La velocità operativa del prototipo è di 25 km/h. Si determini:

- la velocità del modello al fine di ottenere una similitudine dinamica completa;
- la velocità del modello al fine di ottenere una similitudine parziale di Reynolds;
- la velocità del modello al fine di ottenere una similitudine parziale di Froude.

Per l'ultimo caso di cui sopra si valuti il rapporto tra le scale di tempo, $\tau = t_{modello}/t_{prototipo}$. Sempre per il caso di similitudine parziale di Froude, viene misura una resistenza sul modello pari a 4000 N; stimare la resistenza agente sul prototipo.

Es. 4 Un cilindro solido si trova all'interno di un tubo verticale infinitamente lungo e la cui superficie interna è ricoperta da un sottile strato di olio di spessore h. Tale spessore viene assunto costante lungo z (coordinata assiale) e t (tempo). Il cilindro viene messo in moto oscillatorio lungo il suo asse da un sistema biella-manovella. Le oscillazioni del cilindro hanno ampiezza A e pulsazione ω. Si scriva l'equazione che descrive come varia nel tempo la velocità del film di olio in corrispondenza del centro del cilindro, con le condizioni al contorno. L'ipotesi $h \ll L$ significa che si possono trascurare effetti di bordo, e si può valutare la distribuzione di velocità, lontano dai bordi, scrivendo $u_z = u_z(t, r)$.

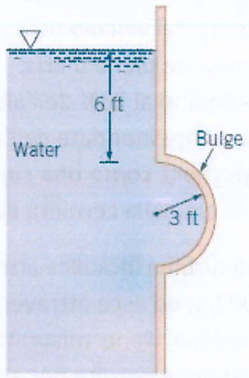
Domanda bonus: Se non c'è gradiente di pressione imposto e se si può trascurare l'effetto dell'accelerazione di gravità, sareste capaci di impostare la risoluzione dell'equazione risultante usando il metodo di separazione delle variabili?



Es. 5 Un battello antincendio è dotato di un impianto di sollevamento dell'acqua di mare, di densità 1030 kg/m^3, costituito da una tubazione di diametro interno pari a 15 cm che termina con un ugello, la cui sezione di sbocco ha un diametro di 4 cm, posto a un'altezza di 3 m sopra al livello del mare. Calcolare la velocità allo sbocco e la potenza elettrica necessaria per fornire una portata di 0.05 m^3/s, ipotizzando un rendimento globale del 68% e una perdita di carico h_L = 3.2 m.

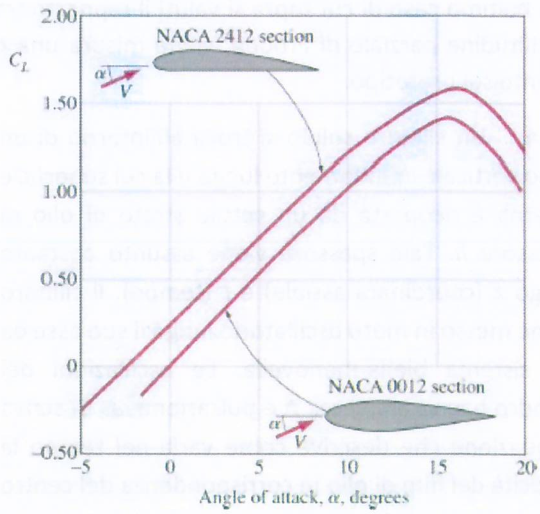
Es. 6 Si determinino modulo, direzione (linea di azione) e verso della forza esercitata dall'acqua sulla calotta (*bulge*) semisferica di figura.

Nota: 1 ft= 30.48 cm.



Es. 7 Per il campo di velocità bidimensionale piano definito in coordinate euleriane da u = x sin(t) e v = y cos(t). Tale campo è comprimibile o incomprimibile? Si calcoli la vorticità. Si scriva il campo (euleriano) di accelerazione e si verifichi che quanto trovato coincide con la derivata seconda nel tempo dell'equazione della traiettoria di una particella che al tempo t=0 si trova in (x_0, y_0).

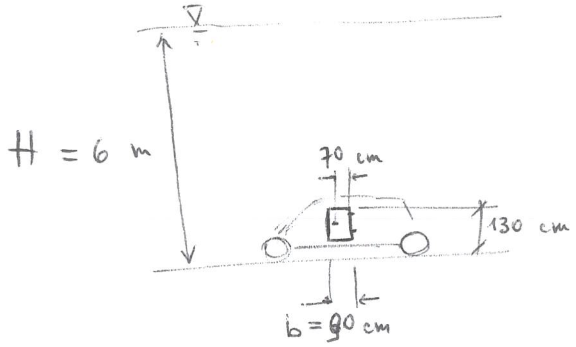
Es 8. Si considerino i due profili alari di figura. Secondo voi perché il profilo NACA2412 ha un coefficiente di portanza superiore al profilo NACA0012 per ogni valore dall'angolo di attacco α? Si consideri adesso un profilo 2D (cioè un'ala di forma in pianta rettangolare e apertura alare unitaria, cioè pari a 1 m, nella direzione ortogonale al piano del profilo) e si immagini di aver misurato con un dinamometro in galleria del vento una portanza sul profilo NACA2412 di 152 N/m. La corda (distanza *leading-trailing edge*) è c = 60 cm. Se l'angolo di attacco α è di 2.5 gradi potete risalire alla velocità del vento?
Dati: ρ_{aria} = 1.225 kg/m^3.

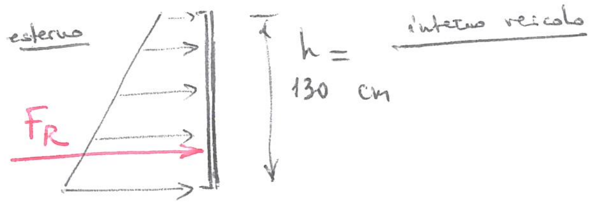


Es. 9 Un oggetto di forma sferica di densità $\rho_{oggetto}$ = 1354 kg/m^3 e raggio 1 cm affonda in un bagno di glicerina ($\rho_{glicerina}$ = 1261 kg/m^3, ν = 6.49 x 10^{-4} m^2/s). Si calcoli la velocità terminale di caduta dell'oggetto.

Esame 25/6/2021

Es. 1



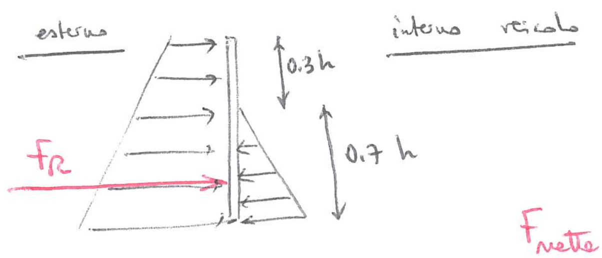


$$F_R = \rho g \left(H - \frac{h}{2}\right) bh =$$

$$= 9810 \left(6 - 0.65\right) 1.30 \times 0.9 = 61.4 \text{ kN}$$

F_R è la forza netta risultante sulla portiera quando il veicolo è pieno d'aria a p_{atm}. Per aprire la portiera il conducente deve esercitare un momento che si oppone al momento che esercita l'acqua esterna. Quindi $F_R \cdot \frac{b}{2} = F_{conducente} \cdot 0.7$

$$F_{conducente} = \frac{61.4 \times 0.45}{0.7} = 39.5 \text{ kN}$$



Se l'auto è piena d'acqua fino al 70% dell'altezza la forza netta esterna è:

$$F_{netta} = F_R - \rho g \left(\frac{0.7}{2} h\right)(bh) =$$

$$61.4 - \frac{10.4}{2} = 56.2 \text{ kN}$$

Ora si ha $F_{netta} \cdot \frac{b}{2} = F_{conducente} \times 0.7 \rightarrow F_{conducente} = 36.1 \text{ kN}$

Infine, se la vettura è completamente piena d'acqua la forza netta è zero; stessa distribuzione di pressione dai due lati della portiera, e la forza che il conducente deve esercitare per aprire la portiera è nulla.

Es. 2

$$U_{in} = \frac{4\dot V}{\pi d_{in}^2} = 7.96 \ \frac{m}{s}$$

$$U_{out} = \frac{4\dot V}{\pi d_{out}^2} = 3.54 \ \frac{m}{s}$$

$\dot V = 1 \ \frac{m^3}{s}$ $\left(\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}\right)$

$d_{in} = 0.4$ m

$d_{out} = 0.6$ m

$h = 1.2$ cm $= 0.012$ m

$$\Delta p = P_{in} - P_{out} = \rho_{Hg}\, g\, h = 13600 \times 9.81 \times 0.012 = 1601 \ Pa$$

$$\frac{U_{in}^2}{2g} + \cancel{z_{in}} + \frac{P_{in}}{\gamma} - h_{turb} = \frac{U_{out}^2}{2g} + \cancel{z_{out}} + \frac{P_{out}}{\gamma} + \cancel{h_L}$$

$$h_{turb} = \frac{P_{in} - P_{out}}{\gamma} + \frac{U_{in}^2 - U_{out}^2}{2g} = 0.163 + 2.591 = 2.754 \ m$$

$$\dot W = \eta \left(\gamma \dot V h_{turb}\right) = 23.2 \ kW$$

Es. 3

$\lambda = \frac{1}{10}$ $\qquad U_{prot} = 25 \ \frac{km}{h}$

Similitudine dinamica completa $\left(Fr_m = Fr_p \ , \ Re_m = Re_p\right)$ impossibile se i due fluidi (modello e prototipo) hanno stesse caratteristiche.

Simil. parziale Re: $\qquad Re_m = \frac{U_m L_m}{\nu} = Re_p = \frac{U_p L_p}{\nu}$

$$U_m = U_p \frac{L_p}{L_m} = 25 \ \frac{km}{h} \cdot 10 = 250 \ \frac{km}{h}$$ irrealistica !!

Simil. parziale Fr: $\qquad \frac{U_m}{\sqrt{g L_m}} = \frac{U_p}{\sqrt{g L_p}}$

$$U_m = U_p \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = 25 \ \frac{km}{h} \sqrt{0.1} = 7.9 \ km/h$$

$$\tau = \frac{t_{modello}}{t_{prototipo}} = \frac{L_m}{U_m} \cdot \frac{U_p}{L_p} = \sqrt{\frac{L_m}{L_p}} = 0.316$$

$D_m = 4000$ N $\qquad Ne_m = \frac{D_m}{\rho U_m^2 L_m^2} = Ne_p = \frac{D_p}{\rho U_p^2 L_p^2}$

$$D_p = D_m \left(\frac{U_p}{U_m}\right)^2 \left(\frac{L_p}{L_m}\right)^2 = D_m \left(\frac{L_p}{L_m}\right)^3 = 4 \times 10^6 \ N$$

Es. 4 Lontano dai bordi : problema assialsimmetrico $\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$

Cons. massa : $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_r) + \cancel{\frac{\partial u_z}{\partial z}} = 0$

per ipotesi

$r u_r = A \rightarrow u_r = \frac{A}{r}$

$A = 0$ per le condizioni al contorno :

$u_r = 0$ in $r = \frac{D}{2}$

$u_r = 0$ in $r = \frac{D}{2} + h$

$\Longrightarrow u_r = 0$ dappertutto (lontano dai bordi)

Cons. q. di moto lungo z :

$$\rho \frac{\partial u_z}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g + \frac{\mu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)$$

condiz. al contorno : in $r = \frac{D}{2}$ $u_z = A\omega \cos(\omega t)$

in $r = \frac{D}{2} + h$ $u_z = 0$

(abbiamo fatto l' hp che la velocità del cilindro sia $\dot{z} = A\omega \cos(\omega t)$ in quanto $z = A \sin(\omega t)$, con $z(t=0) = 0$ all' istante iniziale)

Domanda bonus : $\frac{\partial p}{\partial z} = \rho g = 0 \rightarrow \frac{\partial u_z}{\partial t} = \frac{\nu}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r \frac{\partial u_z}{\partial r}\right)$

con $u_z = u_z(t, r) = T(t) R(r)$ [separando le variabili]

$$R \frac{dT}{dt} = T \frac{\nu}{r}\frac{d}{dr}\left(r \frac{dR}{dr}\right) \Longrightarrow \underbrace{\frac{1}{\nu}\frac{T_t}{T}}_{\text{funzione solo di } t} = \underbrace{\frac{1}{r}\frac{1}{R}(r R_r)_r}_{\text{funzione solo di } r} = \text{costante}$$

La costante è $-A^2$ (per evitare che $T \rightarrow \infty$ quando $t \rightarrow \infty$). Si ha quindi $(A \in \mathbb{R})$: $T_t = -A^2 \nu T \Longrightarrow \boxed{T = c_1 e^{-\nu A^2 t}}$

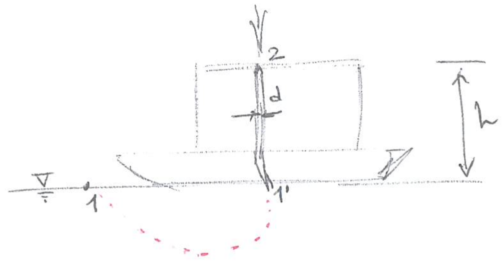
Per risolvere l' eq. per $R(r)$ occorre la teoria delle eq. di Bessel ...

Es. 5

$d = 0{,}15 \ m$

$d_{ugello} = 0.04 \ m$

$h = 3 \ m$



$\dot{V} = 0.05 \ \frac{m^3}{s} \qquad V_2 = V_{sbocco} = \frac{4\dot{V}}{\pi d_{ugello}^2} = \frac{4 \times 0.05}{\pi \times (0.04)^2} = 39{,}8 \ \frac{m}{s}$

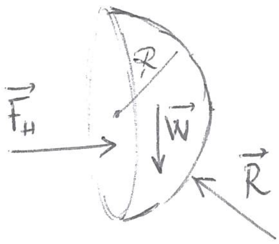
Eq. energia tra 1 e 2:

$$\cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \cancel{z_1} + \cancel{\frac{P_{atm}}{\gamma}} + h_{pompa} = \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \cancel{\frac{P_{atm}}{\gamma}} + h_L$$

$$h_{pompa} = \frac{V_{sbocco}^2}{2g} + h + h_L = 86.9 \ m$$

$$\dot{W}_{elet} = \frac{1}{\eta}\left(\gamma \dot{V} h_{pompa}\right) = 62.7 \ kW$$

Es. 6 Si isola un blocco di fluido semisferico. Reazione della parete sul blocco: $\vec{R}$



$$F_H = \rho g (h + R) \pi R^2$$

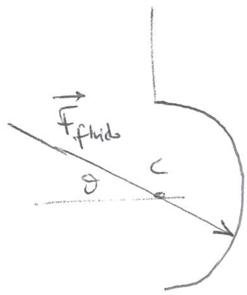
$$W = \rho g \left(\frac{2}{3}\pi R^3\right)$$

$$R_x = \rho g (h+R) \pi R^2 = 9810 \times 9 \times 0.3048^3 \times \pi \times 9 = 70{,}69 \ kN$$

$$R_y = 9810 \left(\frac{2}{3}\pi \ 27\right) \times 0.3048^3 = 15{,}71 \ kN$$

La forza del fluido sulla calotta semisferica è:

$$\left|\vec{F}_{fluido}\right| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 72.41 \ kN$$



$$\theta = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x} = \tan^{-1} 0{,}2222 = 12.53°$$

retta d'azione passa per C

Es. 7

$$u = x \sin(t)$$
$$v = y \cos(t)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \sin(t) + \cos(t) \neq 0$$ in generale $\rightarrow$ campo comprimibile

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$ campo irrotazionale

Campo (euleriano) di accel.
$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = x\left[\cos(t) + \sin^2(t)\right]$$
$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = y\left[-\sin(t) + \cos^2(t)\right]$$

Traiettoria:
$$\frac{dx}{u} = dt \longrightarrow dx = x\sin(t)\,dt \qquad \frac{dx}{x} = \sin(t)\,dt$$
$$\ln\frac{x}{x_0} = -\cos(t) + 1 \qquad \boxed{x = x_0\, e^{1-\cos(t)}}$$
$$\frac{dy}{v} = dt \longrightarrow \qquad \boxed{y = y_0\, e^{\sin(t)}}$$

Vel. (lagrangiana):
$$\dot{x} = \left[x_0\, e^{1-\cos(t)}\right]\sin(t) = x(t)\sin(t)$$
$$\dot{y} = \left[y_0\, e^{\sin(t)}\right]\cos(t) = y(t)\cos(t)$$

Accel. (lagrangiana):
$$\ddot{x} = x(t)\left[\cos(t) + \sin^2(t)\right]$$
$$\ddot{y} = y(t)\left[-\sin(t) + \cos^2(t)\right]$$

Es. 8

$C_{L_{NACA2412}} > C_{L_{NACA0012}}$ perché il NACA 2412 è incurvato, in modo tale da conferire circolazione attorno al profilo.

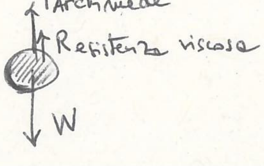
$L = 152 \ N/m$

$$C_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho U^2 c} \Rightarrow U^2 = \frac{2L}{\rho c C_L}$$

$\alpha = 2.5° \rightarrow C_L = 0.50 \longrightarrow U = \sqrt{\frac{4 \times 152}{1.225 \times 0.6}} = 28.76 \ \frac{m}{s}$

$c = 0.6 \ m$

Es. 9



$$6\pi \mu_{glicerina} V R = \frac{4}{3}\pi R^3 g\left[\rho_{oggetto} - \rho_{glicerina}\right]$$

$$V_{terminale} = \frac{2}{9}\frac{g R^2}{\nu_{glic}}\left[\frac{\rho_{oggetto} - \rho_{glic}}{\rho_{glic}}\right] = 0.025 \ \frac{m}{s}$$ $\boxed{Re = 0.76 < 1 \text{ Stokes ok !!}}$