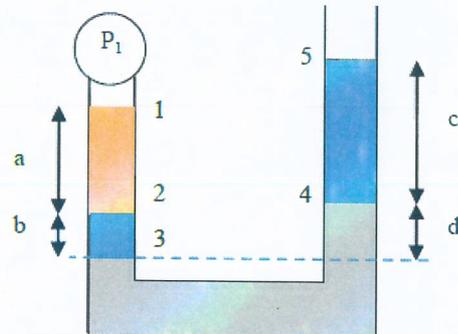


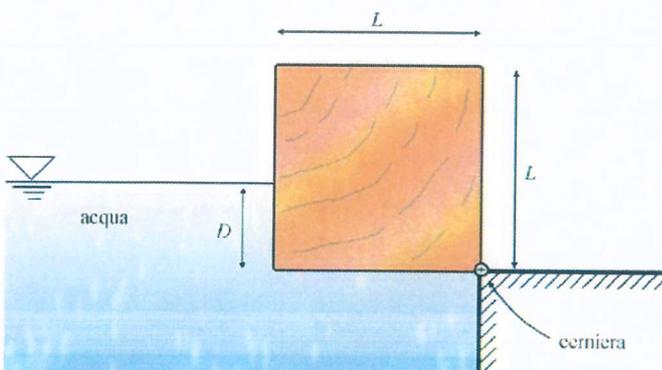
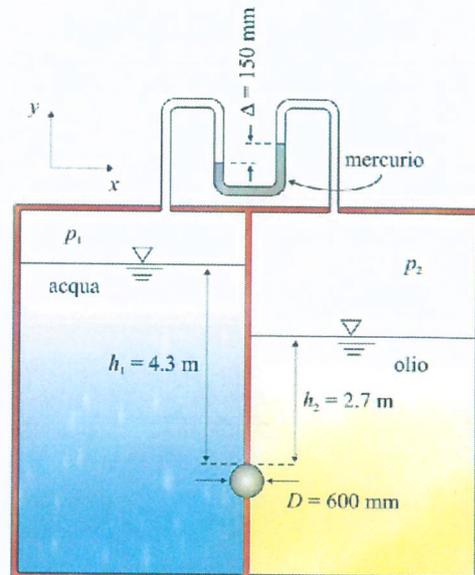
Due fogli aiuti a disposizione, più diagramma di Moody

Es. 1 Si consideri un manometro a colonna di fluido, con tre liquidi diversi, per misurare la pressione di un gas in un collettore (1). I liquidi sono acqua (blu), mercurio (grigio) e olio (giallo). Si assuma che $p_{1 \text{ gage}} = 10 \text{ kPa}$. Quanto vale l'altezza d del mercurio sul lato aperto?

Dati: $a = 0.05 \text{ m}$, $b = 0.03 \text{ m}$, $c = 0.07 \text{ m}$, $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 10^3 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{olio}} = 880 \text{ kg/m}^3$, $\rho_{\text{Hg}} = 13600 \text{ kg/m}^3$



Es. 2 Un tappo sferico di legno di peso specifico relativo $SG = 0.6$ si trova nel setto di separazione di due contenitori. I due contenitori sono pressurizzati e la differenza di pressione è di 150 mm di mercurio (peso specifico relativo del mercurio pari a 13.6). Nel contenitore a sinistra c'è acqua e nel contenitore a destra c'è olio con peso specifico $SG = 0.8$. Calcolare le forze che agiscono sulla sfera.

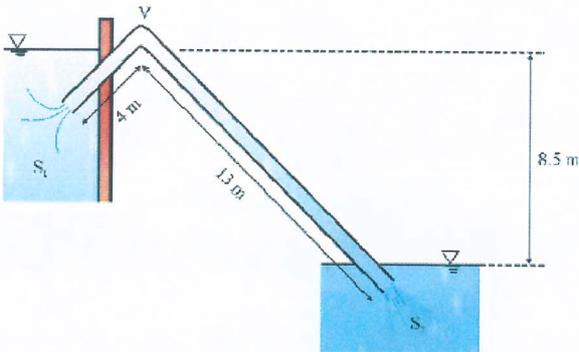
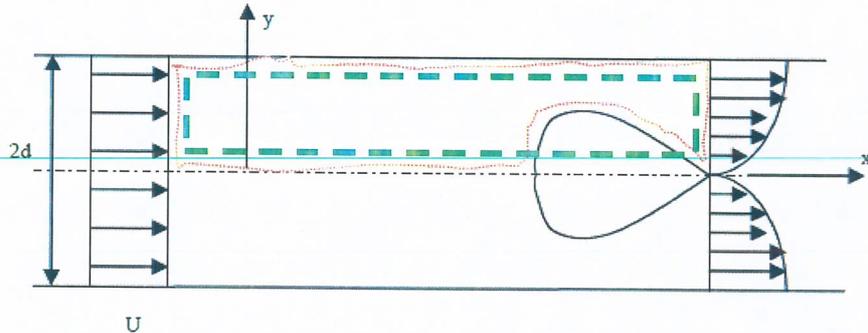


Es. 3 Una trave di legno di sezione quadrata e profondità unitaria si trova in equilibrio quando è incernierata in uno spigolo come mostrato in figura. Calcolare la densità relativa SG del legno nell'ipotesi in cui l'attrito sulla cerniera sia trascurabile.

Dati: $\gamma_{\text{H}_2\text{O}} = 9800 \text{ N/m}^3$, $L = 1 \text{ m}$, $D = 0.5 \text{ m}$.

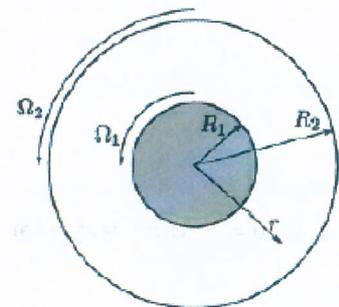
Es. 4 Un fluido incomprimibile di densità ρ entra in un canale piano bifimensionale con velocità uniforme e stazionaria pari a U . Il canale ha altezza uguale a $2d$. Al centro del canale si trova un corpo simmetrico che genera un profilo di velocità in uscita di forma parabolica con velocità nulla sull'asse del condotto. Inoltre all'uscita la derivata della velocità $\partial u/\partial y$ è nulla per $y = \pm d$. Si trovi la distribuzione di velocità in uscita in funzione di U e d , e la forza resistente che il corpo esercita sul fluido. Si trascurino gli effetti legati alla viscosità e si assuma che la pressione sia uniforme sulla sezione, sia in ingresso che in uscita.

Suggerimento: per ragioni di simmetria, si può considerare solo il volume di controllo nella parte superiore, evidenziato con la linea tratteggiata verde. Perché è meglio usare questo CV piuttosto che quello mostrato con la linea rossa che segue il contorno del corpo?



Es. 5 Il sifone di figura è una condotta di diametro $D = 0.4$ m con scabrezza $\varepsilon = 0.4$ mm che congiunge due grossi serbatoi. Determinare la portata assumendo che i coefficienti di perdita di carico concentrata in imbocco e sbocco del sifone siano pari a 1 e che il coefficiente nel gomito sia pari a 0.3. Dato: $\nu_{H_2O} = 10^{-6}$ m²/s.

Es. 6 Si calcoli il moto stazionario, bidimensionale e incomprimibile nello spazio tra due dischi concentrici in rotazione relativa. Si consideri la soluzione assial-simmetrica ($\partial/\partial\theta = 0$) in assenza di forze di volume o di gradiente di pressione imposto, e si mostri che si trova $u_\theta = c_1 r + c_2/r$. Si trovino le espressioni di c_1 e c_2 e si considerino i seguenti casi limiti: $R_1 = 0$, $\Omega_1 = 0$, $R_2 \rightarrow \infty$.

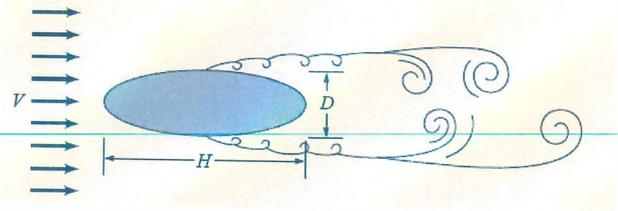


Es. 7 Dato il campo euleriano di velocità nel piano: $\mathbf{v} = v [\sin(\omega t) \mathbf{i} + \cos(\omega t) \mathbf{j}]$, con v e ω costanti, si determinino le equazioni delle linee di corrente, delle traiettorie e delle linee di fumo.

Es. 8 Uno dei lunghi componenti strutturali di un ponte sospeso ha sezione ellittica con $D = 0.1$ m, $H = 0.3$ m. Quando un forte vento ($V = 50$ km/h) soffia su questo componente si osserva un rilascio regolare di vortici di frequenza ben definita. E' importante stimare tale frequenza in quanto i vortici possono provocare forze periodiche pericolose per la struttura. Per stimare la frequenza si effettuano prove in una vasca piena d'acqua su un modello in scala, con $D_m = 20$ mm. Si misura una frequenza sul

modello pari a 49.9 Hz; qual è la frequenza corrispondente per il prototipo?

Dati: $\mu_{\text{aria}} = 1.79 \times 10^{-5}$ Pa s, $\rho_{\text{aria}} = 1.23$ kg/m³, $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 10^{-3}$ Pa s, $\rho_{\text{H}_2\text{O}} = 998$ kg/m³.



Es. 9 Una sfera d'acciaio di diametro d precipita in acqua a velocità costante U . Con quale velocità 'precipiterebbe' la stessa sfera immersa nel mercurio? Si assuma che il coefficiente di resistenza C_D sia uguale nei due casi (e si specifichi per quali condizioni si può fare tale ipotesi).

Dati: $\rho_{\text{acciaio}} = 7800$ Kg/m³, $\rho_{\text{Hg}} = 13600$ Kg/m³, $d = 15$ cm, $U = 5.775$ m/s, $\mu_{\text{H}_2\text{O}} = 10^{-3}$ Pa s, $\mu_{\text{Hg}} = 1.55 \times 10^{-3}$ Pa s

Es. 1 $P_1 - P_5 = 10^4 \text{ Pa}$

$P_5 = P_{atm}$

$-P_1 + P_2 = \rho_{olio} g a$

$-P_2 + P_3 = \rho_{H_2O} g b$

$-P_3 + P_4 = -\rho_{Hg} g d$

$-P_4 + P_5 = -\rho_{H_2O} g c$

$-P_1 + P_5 = \rho_{olio} g a + \rho_{H_2O} g (b-c) - \rho_{Hg} g d$

$\rightarrow d = \frac{1}{\rho_{Hg}} \left[\frac{-P_5 + P_1}{g} + \rho_{olio} a + \rho_{H_2O} (b-c) \right]$

$= 0.075 \text{ m}$

Es. 2

La spinta orizzontale esercitata dall'acqua e':

$F_{x_{H_2O}} = \left[\rho_{H_2O} g \left(h_1 + \frac{D}{2} \right) + P_1 \right] \frac{\pi D^2}{4}$ verso destra

quella dell'olio e':

$F_{x_{olio}} = \left[\rho_{olio} g \left(h_2 + \frac{D}{2} \right) + P_2 \right] \frac{\pi D^2}{4}$ verso sinistra

La risultante e':

$F_x = \left[P_1 - P_2 + \rho_{H_2O} g \left(h_1 + \frac{D}{2} \right) - \rho_{olio} g \left(h_2 + \frac{D}{2} \right) \right] \frac{\pi D^2}{4}$ (verso destra)

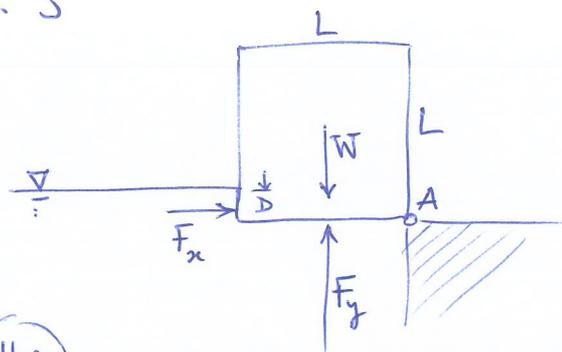
$P_1 - P_2 = \rho_{Hg} g \Delta = 13.6 \times 9806 \times 0.15 = 20004 \text{ Pa}$

$F_x = 11,76 \text{ kN}$

La forza verticale e':

$F_y = \underbrace{\rho_{H_2O} \frac{\pi D^3}{12}}_{\text{spinta Archimede semisfera in acqua}} + \underbrace{\rho_{olio} \frac{\pi D^3}{12}}_{\text{Archimede in olio}} - \underbrace{\rho_{legno} \frac{\pi D^3}{6}}_{\text{peso del tappo}} = 332 \text{ N}$ (verso l'alto)

Es. 3



$$W = \gamma_{H_2O} SG_{legno} L^2$$

$$F_y = \gamma_{H_2O} D L$$

$$F_x = \frac{1}{2} \gamma_{H_2O} D^2$$

braccio rispetto ad A

$$L/2$$

$$L/2$$

$$D/3$$

H_2O

$$(F_y - W) \frac{L}{2} + F_x \frac{D}{3} = 0 \quad \text{equilibrio alla rotazione}$$

$$\frac{L^2 D}{2} - SG_{legno} \frac{L^3}{2} + \frac{D^3}{6} = 0$$

$$SG_{legno} = \frac{D}{L} + \frac{1}{3} \frac{D^3}{L^3} = 0.54$$

Es. 4 Sia il CV rosso che quello verde sono accettabili; se prendessi il rosso per calcolare il bilancio di q. di m. lungo x dovrei conoscere la distribuzione di p sulla superficie del corpo ... conviene quindi prendere il CV verde.

Il profilo di velocità in uscita è: $u(y) = Ay^2 + By + C$

$$u(0) = 0 \rightarrow C = 0$$

$$\frac{\partial u(d)}{\partial y} = 0 \rightarrow B = -2Ad$$

$$\rightarrow u(y) = Ay(y - 2d)$$

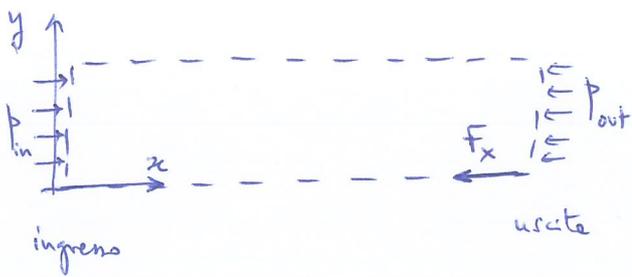
Conservazione massa: $\int_0^d u(y) dy = -\frac{2}{3} A d^3 \rightarrow A = -\frac{3U}{2d^2}$

$$\rightarrow u(y) = \frac{3U}{2d^2} y(2d - y)$$

Bernoulli: $p_{ingresso} + \rho \frac{U^2}{2} = p_{uscita} + \rho \frac{u(d)^2}{2}$

lungo la linea di corrente sulla parete superiore

$$p_{ingresso} - p_{uscita} = \frac{5}{8} \rho U^2$$



F_x = resistenza del corpo sul fluido
(meta del valore totale, per unite di profondita)

Bilancio integrale di q. di m. lungo x:

$$(p_{in} - p_{out})d - F_x = \int_0^d \rho u^2 \Big|_{out} dy - \rho U^2 d$$

$$F_x = (p_{in} - p_{out})d + \rho U^2 d - \int_0^d \rho u_{out}^2 dy$$

$$= \frac{5}{8} \rho U^2 d + \rho U^2 d - \frac{6}{5} \rho U^2 d = \frac{17}{40} \rho U^2 d$$

La resistenza totale, in direzione opposta al moto, ha modulo

pai a $2F_x = \frac{17}{20} \rho U^2 d$

Es. 5 Eq. energia tra i peli liberi dei due serbatoi:

$$H = k_{L_{imbocco}} \frac{V^2}{2g} + k_{L_{gocce}} \frac{V^2}{2g} + k_{L_{sbocco}} \frac{V^2}{2g} + f \frac{V^2}{2g} \frac{(L_1 + L_2)}{D}$$

$$V = \sqrt{\frac{2gH}{k_{L_{imbocco}} + k_{L_{gocce}} + k_{L_{sbocco}} + f \frac{(L_1 + L_2)}{D}}}$$

$\frac{\epsilon}{D} = 0.001$, assumiamo regime completamente turbolento

$$f = 0.0195 \text{ (da Moody)}$$

$V = 7.30 \frac{m}{s} \rightarrow Re = 2.92 \times 10^6 \rightarrow$ ok hp di moto completamente turb.

$$\dot{V} = V \frac{\pi D^2}{4} = 0.92 \frac{m^3}{s}$$

Es. 6

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0 = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad \text{2D}$$

assind simmetria

$$v_r = \frac{\bar{c}_0}{r}, \quad \text{ma } v_r = 0 \text{ per } r = R_1, R_2$$

e quindi necessariamente $\bar{c}_0 = 0$

$$\rightarrow \boxed{v_r = 0} \quad \forall R_1 \leq r \leq R_2$$

N.S. lungo ∂ :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) \right] = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) = \bar{c}_1$$

$$\frac{\partial}{\partial r} (r v_\theta) = \bar{c}_1 r \quad r v_\theta = \bar{c}_1 \frac{r^2}{2} + c_2 \quad \boxed{v_\theta = \left(\frac{\bar{c}_1}{2}\right) r + \frac{c_2}{r}}$$

$$= \boxed{c_1 r + \frac{c_2}{r}}$$

$$v_\theta(R_1) = \Omega_1 R_1 = c_1 R_1 + \frac{c_2}{R_1}$$

$$v_\theta(R_2) = \Omega_2 R_2 = c_1 R_2 + \frac{c_2}{R_2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = + \frac{R_1^2 \Omega_1 - R_2^2 \Omega_2}{(R_1^2 - R_2^2)} \\ c_2 = \frac{R_1^2 R_2^2 (\Omega_2 - \Omega_1)}{R_1^2 - R_2^2} \end{cases}$$

$$1) R_1 = 0 \rightarrow c_1 = \Omega_2; c_2 = 0 \rightarrow \boxed{v_\theta = \Omega_2 r}$$

$$2) \Omega_1 = 0 \rightarrow c_1 = - \frac{R_2^2 \Omega_2}{R_1^2 - R_2^2}, c_2 = \frac{R_1^2 R_2^2 \Omega_2}{R_1^2 - R_2^2}$$

3) $R_2 \rightarrow \infty \rightarrow v_\theta$ diverge, a meno che $c_1 \rightarrow 0$, che equivale a $\Omega_2 \rightarrow 0$

$$c_1 \cong \frac{R_2^2 \Omega_2}{R_2^2 - R_1^2} \rightarrow 0, \quad c_2 \cong \Omega_1 R_1^2 \rightarrow \boxed{v_\theta = \frac{\Omega_1 R_1^2}{r}}$$

Es. 7

$$\begin{cases} v_x = v \sin(\omega t) \\ v_y = v \cos(\omega t) \end{cases}$$

$\frac{dx}{v_x} = \frac{dy}{v_y}$; linee di corrente $\rightarrow dx = \tan(\omega t) dy$

$$\boxed{x = \tan(\omega t) y + \text{cost}} \quad \underline{\text{rette}}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{v_x} &= dt \\ \frac{dy}{v_y} &= dt \end{aligned} \right\} \text{traiettorie}$$

$$x - x_0 = v \int_0^t \sin(\omega t) dt = \frac{v}{\omega} [1 - \cos(\omega t)]$$

$$y - y_0 = v \int_0^t \cos(\omega t) dt = \frac{v}{\omega} \sin(\omega t)$$

(x_0, y_0) = posizione iniziale per $t=0$ della particella

$$\sin^2(\omega t) = \frac{(y - y_0)^2 \omega^2}{v^2}$$

$$\cos^2(\omega t) = \left[1 - \frac{\omega(x - x_0)}{v} \right]^2$$

$$\boxed{\left[1 - \frac{\omega(x - x_0)}{v} \right]^2 + \frac{\omega^2 (y - y_0)^2}{v^2} = 1}$$

circonferenze

Per le linee di fumo si fissano (x_0, y_0) (posizione iniziale) e t_f (istante finale che si vuole "fotografare"):

$$x_f - x_0 = \frac{v}{\omega} [\cos(\omega t_0) - \cos(\omega t_f)]$$

$$y_f - y_0 = \frac{v}{\omega} [-\sin(\omega t_0) + \sin(\omega t_f)]$$

$$\cos(\omega t_0) = \cos(\omega t_f) + \frac{\omega}{v} (x_f - x_0)$$

$$\sin(\omega t_0) = \sin(\omega t_f) - \frac{\omega}{v} (y_f - y_0)$$

L'eq. per (x_f, y_f) per dati (x_0, y_0) e t_f diventa quindi:

$$\boxed{\left[\cos(\omega t_f) + \frac{\omega}{v} (x_f - x_0) \right]^2 + \left[\sin(\omega t_f) - \frac{\omega}{v} (y_f - y_0) \right]^2 = 1}$$

Es. 8

$$D_p = 0.1 \text{ m}$$

$$H_p = 0.3 \text{ m}$$

$$V_p = 50 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$D_m = 20 \text{ mm}$$

$$f_m = 49.9 \text{ Hz}$$

$H_m = 60 \text{ mm}$
 per rispettare similitudine geometrica

$$\mu_p = 1.79 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$$

$$\mu_m = 10^{-3} \text{ Pa s}$$

$$\rho_p = 1.23 \text{ kg/m}^3$$

$$\rho_m = 998 \text{ kg/m}^3$$

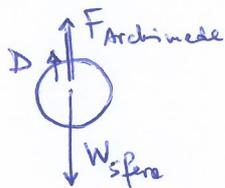
similitudine di Reynolds:
 $Re_p = Re_m$

$$\hookrightarrow V_m = \frac{\rho_p}{\rho_m} \frac{\mu_m}{\mu_p} \frac{L_p}{L_m} V_p = 17.21 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

$$St = \frac{fL}{U} = f(Re)$$

$$St_m = St_p \rightarrow \boxed{f_p = \frac{L_m}{L_p} \frac{U_p}{U_m} f_m = 29 \text{ Hz}}$$

Es. 9



$$D = W_{sfera} - F_{Archimede} = \frac{1}{6} \pi d^3 g (\rho_{sfera} - \rho_{fluido})$$

$$D = C_D \frac{1}{2} \rho U^2 \left(\pi \frac{d^2}{4} \right)$$

$$\text{Per } H_{20} : \boxed{C_D = \frac{\frac{1}{6} \pi d^3 g (\rho_{sfera} - \rho_{H_{20}})}{\frac{1}{8} \pi d^2 \rho_{H_{20}} U_{H_{20}}^2} = \frac{4}{3} \frac{d}{U_{H_{20}}^2} \left(\frac{\rho_{acciaio}}{\rho_{H_{20}}} - 1 \right) = 0.400}$$

Se C_D è uguale quando la sfera precipita in un bagno di mercurio (hp ragionevole se Re è sufficientemente grande nei due casi) si può scrivere: $W_{sfera} + D = F_{Archimede}$

$$U_{Hg} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{d}{C_D} \left(-\frac{\rho_{acciaio}}{\rho_{Hg}} + 1 \right)} = 1.446 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ATTENZIONE! Nel Hg la sfera sale, non scende ...

$$Re_{H_{20}} = \frac{\rho_{H_{20}} U_{H_{20}} d}{\mu_{H_{20}}} = 8.66 \times 10^5, \quad Re_{Hg} = 1.903 \times 10^6$$