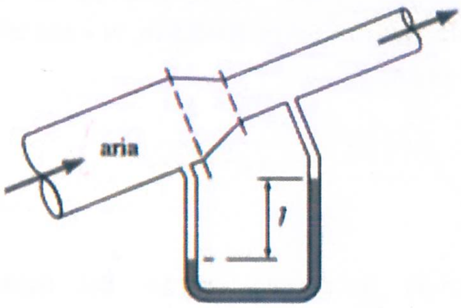
Esame parziale di meccanica dei fluidi, 2 maggio 2019 **FILA A**

Solo un foglio aiuti ammesso

1. Si consideri un fluido che subisce una trasformazione dal punto A (caratterizzato da pressione assoluta p_A e temperatura T_A) al punto B (p_B, T_B). Le temperature e pressioni di inizio e fine trasformazione sono note. Nell'ipotesi che i coefficienti di comprimibilità, K, e di dilatazione volumetrica, β, siano costanti, si scriva l'espressione del volume specifico del fluido a fine trasformazione, noto v_A. Tale volume specifico dipende dal cammino percorso per andare da A fino a B?

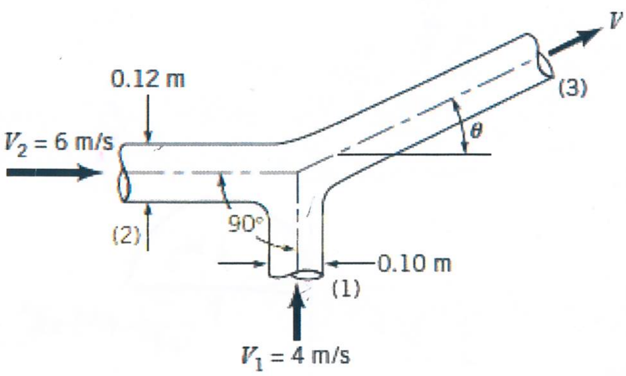
2. Un campo di velocita, stazionario e bidimensionale, di un fluido attraverso un convergente può essere espresso come $\mathbf{V} = (u, v) = b\ y\ x\ \mathbf{i} - b\ x\ \mathbf{j}$. Calcolare l'accelerazione delle particelle del fluido. Il moto è comprimile? E' rotazionale o irrotazionale? Determinare le velocità di deformazione lineare e angolare. Scrivere l'espressione delle linee di corrente del campo di velocità e rappresentarle sul piano xy indicando il verso della corrente.

3. I due rami di un manometro differenziale ad acqua sono collegati alle sezioni di estremità di un convergente, aventi, rispettivamente, diametro di 60 mm e di 40 mm. Nel convergente defluisce una portata d'aria di 45 l/s alla pressione media di 110 kPa e alla temperatura di 50 °C. Essendo, in tali condizioni, la densità dell'aria pari a 1,19 kg/m^3, calcolare quanto vale la quota l tra i due rami del manometro.

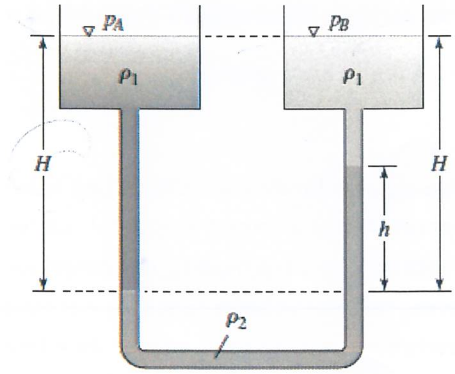


4. Un impianto di sollevamento, costituito da una tubazione di diametro costante e una pompa della potenza di 9 kW, convoglia una portata di 35 l/s da un lago ad una vicina piscina, la cui superficie libera si trova 10 m al di sopra della superficie del lago. Essendo il rendimento della pompa del 70%, calcolare la perdita di carico nell'impianto e la potenza dissipata.

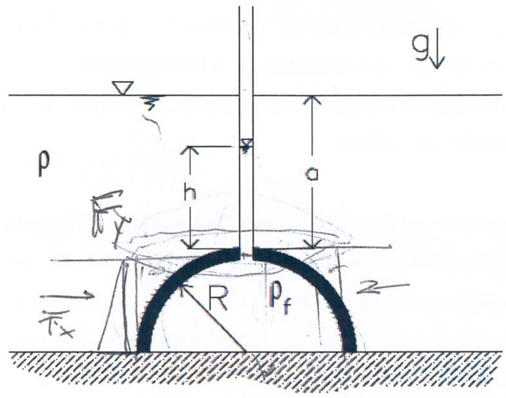
5. Due getti d'acqua liberi, 1 e 2, inizialmente ortogonali, si scontrano e formano un altro getto libero, 3. Assumendo velocità uniformi nelle sezioni (circolari) dei getti, e trascurando la gravità, si usino i dati di figura per determinare la velocita del getto 3 e l'angolo che esso forma con l'orizzontale.



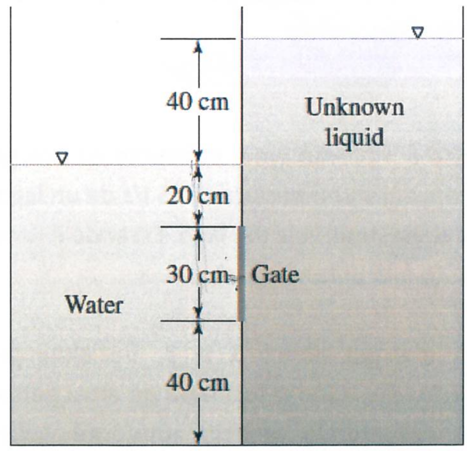
6. Il micromanometro di figura viene usato per misurare piccole differenze di pressione nei gas. Il micromanometro ha due fluidi di lavoro, con la densità del fluido 2 leggermente superiore a quella del fluido 1. Si derivi un'espressione per la relazione tra h e $\Delta p = p_A - p_B$, nell'ipotesi che i serbatoi siano sufficientemente grandi in modo tale che H rimanga costante. Nota: p_A e p_B non sono le pressioni atmosferiche.

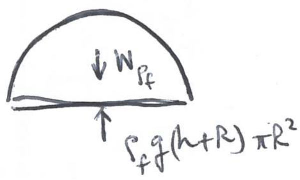


7. Una cupola semisferica, di raggio R e peso W, viene riempita con un fluido di densità ρ_f attraverso un tubo di peso trascurabile. All'esterno della cupola è presente acqua. Calcolare l'altezza h necessaria a sollevare la cupola della superficie orizzontale su cui è appoggiata. Dati: a = 6.5 m, R = 3.5 m, W = 160 kN, ρ_f = 2000 kg/m^3.



8. Si determini la densità relativa del fluido sconosciuto, di modo che la forza idrostatica netta sullo sportello (*gate*) rettangolare sia uguale a zero.





$$F_{netto} = \rho_f g (h+R) \pi R^2 - \rho_f g \frac{4}{6} \pi R^3$$

Fila A 02/05/19

① $A(P_A, T_A) \longrightarrow B(P_B, T_B)$ $K = \text{Cost.}$, $\beta = \text{Cost.}$

$$\frac{dV}{V} = \beta\, dT - \frac{1}{K}\, dP \longrightarrow \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = \int_{T_A}^{T_B} \beta\, dT - \int_{P_A}^{P_B} \frac{1}{K}\, dP$$

$$\ln \frac{V_B}{V_A} = \beta(T_B - T_A) - \left(\frac{P_B - P_A}{K}\right)$$

$$\longrightarrow V_B = V_A\, e^{\beta(T_B - T_A) - \left(\frac{P_B - P_A}{K}\right)}$$

indipendente dal percorso nel piano (P, T)

② $V = (u, v) = (bxy)\, i - bx\, j$

- $$\begin{cases} a_x = \cancel{\dfrac{\partial u}{\partial t}} + u\dfrac{\partial u}{\partial x} + v\dfrac{\partial u}{\partial y} = b^2 x y^2 - b^2 x^2 \\ a_y = \cancel{\dfrac{\partial v}{\partial t}} + u\dfrac{\partial v}{\partial x} + v\cancel{\dfrac{\partial v}{\partial y}} = -b^2 x y \end{cases}$$

- $\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = by$ Comprimibile

- $\varepsilon_{xx} = by$, $\varepsilon_{yy} = 0$, $\varepsilon_{xy} = \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial u}{\partial y} + \dfrac{\partial v}{\partial x}\right) = \dfrac{1}{2}(bx - b)$

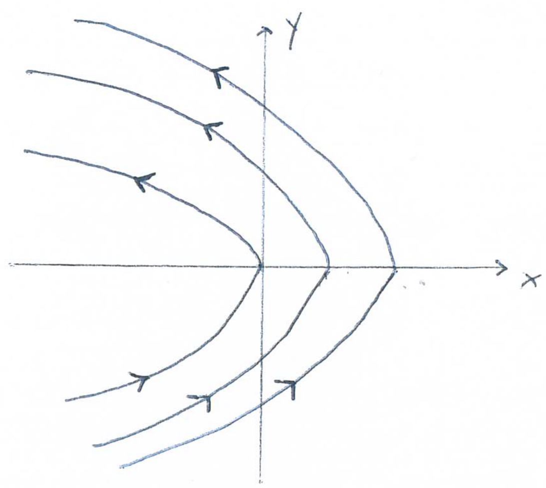
- $\zeta = \left(\dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{\partial u}{\partial y}\right) = -b - bx$ Rotazionale

- $\dfrac{dx}{u} = \dfrac{dy}{v} \longrightarrow v\,dx = u\,dy$

$$-\cancel{b}x\, dx = \cancel{b}xy\, dy$$

$$-\int dx = \int y\, dy$$

$$\Longrightarrow x = \frac{-y^2}{2} + C_1$$



③ $D_1 = 60\,mm$, $D_2 = 40\,mm$, $\dot{V} = 45\ l/s = 0{,}045\ \frac{m^3}{s}$

$A_1 = \frac{\pi D_1^2}{4} = 0{,}00283$ $\quad A_2 = 0{,}00126$

$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = 15{,}9011\ \frac{m}{s}$ $\quad V_2 = V_1 \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 = 35{,}7144\ \frac{m}{s}$

$$P_1 - P_2 = \rho_{air} \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2} = \rho_{H_2O}\, g\, l$$

$$\Rightarrow l = \frac{\rho_{air}}{2} \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{\rho_{H_2O}\, g} = \frac{1{,}19}{2} \frac{(35{,}7144^2 - 15{,}9011^2)}{9810}$$

$$= \boxed{0{,}062\ m}$$

④ $\dot{W} = 9\,kW$, $\dot{V} = 0{,}035\ \frac{m^3}{s}$, $h = 10\,m$, $\eta_{pompa} = 70\ \%$

$$\frac{\cancel{P_1}}{\cancel{\rho} g} + \frac{\cancel{V_1^2}}{\cancel{2} g} + \cancel{z_1} + h_{pump} = \frac{\cancel{P_2}}{\cancel{\rho} g} + \frac{\cancel{V_2^2}}{\cancel{\rho} g} + z_2 + h_{loss}$$

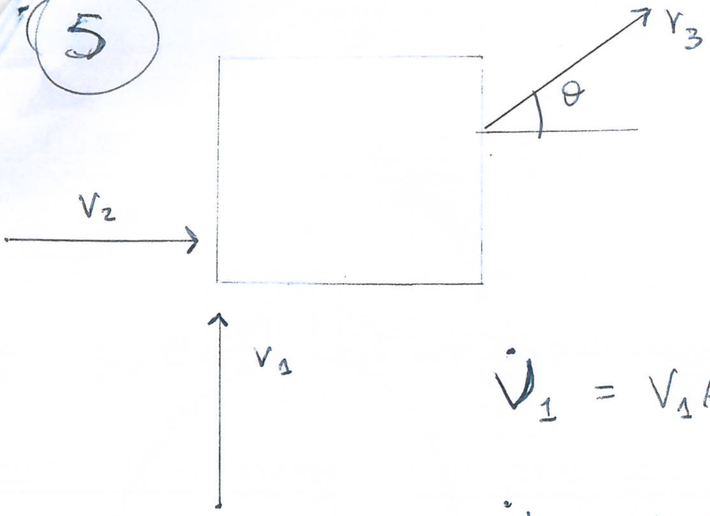
$\dot{m} = \rho \dot{V} = 35\ kg/s$

$$\Rightarrow h_{pump} = \frac{\eta_{pump} \dot{W}}{\dot{m}\, g} = 18{,}35\ m$$

$h_{loss} = h_{pump} - z_2 = 8{,}35\ m$

$\dot{E}_{loss} = h_{loss}\, \rho\, \dot{V} g = 2870\ W$

5



$V_1 = 4\ \frac{m}{s}$, $V_2 = 6\ \frac{m}{s}$

$D_1 = 0{,}1\ m$, $D_2 = 0{,}12\ m$

$P = P_{atm}$ ovunque , $\rho = 1000\ \frac{Kg}{m^3}$

$$\dot{V}_1 = V_1 A_1 = 4 \cdot \frac{\pi\, 0{,}1^2}{4} = 0{,}0314\ \frac{m^3}{s}$$

$$\dot{V}_2 = V_2 A_2 = 0{,}0679\ m^3/s$$

$$\dot{V}_3 = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 = 0{,}0993\ m^3/s$$

$$\sum \vec{F} = \dot{m}_{out} \vec{V}_{out} - \dot{m}_{in} \vec{V}_{in} = 0$$ All'equilibrio

$$\Rightarrow \rho \dot{V}_3 v_3 \sin\theta - \rho \dot{V}_1 v_1 = 0$$

$$\rho \dot{V}_3 v_3 \cos\theta - \rho \dot{V}_2 v_2 = 0$$

$$\tan\theta = \frac{\dot{V}_1 v_1}{\dot{V}_2 v_2} = \frac{0{,}0314 \cdot 4}{0{,}0679 \cdot 6} = 0{,}3084 \rightarrow \theta = 17{,}14^\circ$$

$$v_3 = \frac{\dot{V}_1 v_1}{\dot{V}_3 \sin\theta} = \frac{0{,}0314 \cdot 4}{0{,}0993 \sin(17{,}14)} = 4{,}265\ m/s$$

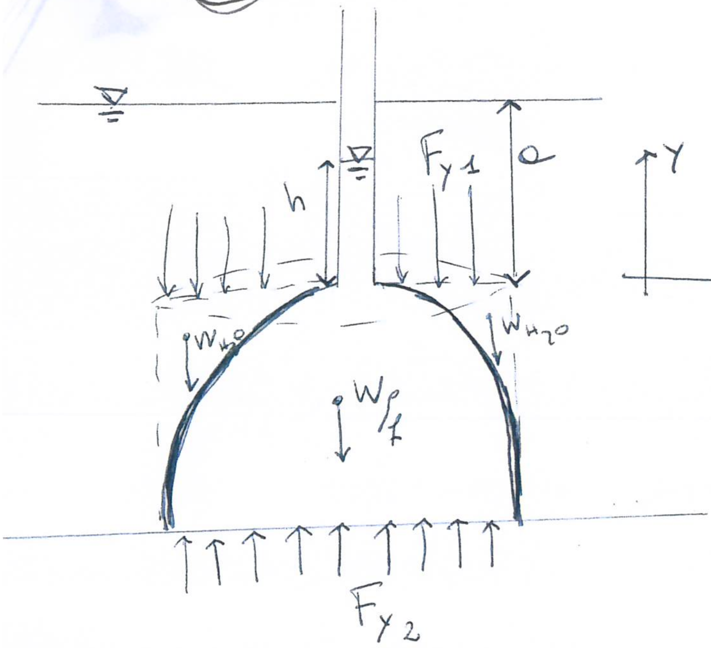
6

$$P_A = P_B + \rho_1 g (H - h) + \rho_2 g h - \rho_1 g H$$

$$P_A - P_B = \rho_1 g (\cancel{H} - h - \cancel{H}) + \rho_2 g h$$

$$\Rightarrow \Delta P = g h (\rho_2 - \rho_1)$$

(7c)



$a = 6{,}5\ m$, $R = 3{,}5\ m$

$W_{cupola} = 160\ KN$

$\rho_f = 2000\ Kg/m^3$

Le forze lungo x si bilanciano.

$F_{y1} = \rho g a \pi R^2 = 9810 \cdot 6{,}5 \pi \cdot 3{,}5^2 =$
$= 2454\ KN$

$W_{H_2O} = \rho g \left(\pi R^2 \cdot R - \frac{4}{6} \pi R^3\right)$
$= 440{,}46\ KN$

$F_{y1} + W_{H_2O} + W_{cupola} = F_{y2} - W_{f}$

$F_{y2} = \rho_f g (h + R) \pi R^2$ $\quad W_f = \rho_f g \frac{4}{6} \pi R^3 = 176{,}18\ KN$

$\Rightarrow h > \frac{F_{y1} + W_{H_2O} + W_{cupola} + W_{f}}{\rho_f g \pi R^2} - R \rightarrow h > \cancel{0{,}76\ m}\ 2{,}88m$

(8) Distribuzione trapezoidale sul gate

$F_R = \rho_{H_2O}\, g\, 0{,}35\, A$

$F_R = F_{R\,\rho_{unk}} = \rho_{unk}\, g\, (0{,}4 + 0{,}2 + 0{,}15) A$

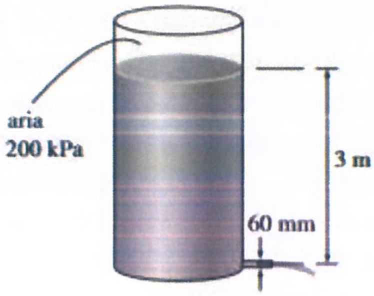
$\Rightarrow \rho_{unk} = \frac{\cancel{Ag}\ \rho_{H_2O}\, 0{,}35}{\cancel{Ag}\ 0{,}75} = 467\ Kg/m^3$

Esame parziale di meccanica dei fluidi, 2 maggio 2019 **FILA B**

Solo un foglio aiuti ammesso

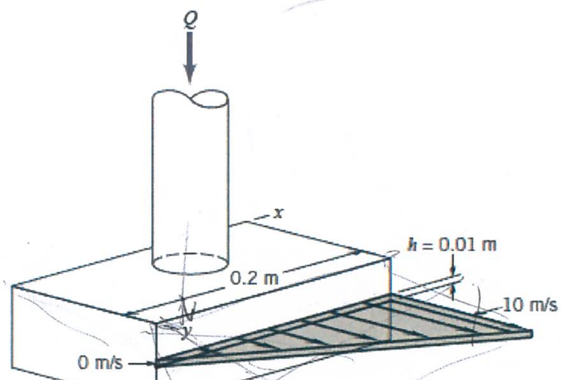
1. La posizione di una particella è definita in variabili lagrangiane da x = - a cos(b t), y = a sin(b t), con a e b due costanti e t la variabile indipendente tempo. Quale è la posizione iniziale della particella? Trovare il vettore velocità e il vettore accelerazione in variabili euleriane. Si determini l'equazione della traiettoria e la si disegni nel piano (x, y) indicando il verso con cui la traiettoria è percorsa a partire dall'instante iniziale. Il moto è stazionario? E' comprimibile? La particella ruota attorno al proprio asse? Si calcoli la circolazione di questo campo di moto su un percorso quadrato di lato unitario, percorso in verso antiorario e posizionato a piacere nel piano (x, y).

2. Dalla parete di un serbatoio in pressione spunta un tronchetto di tubazione del diametro di 60 mm. Il serbatoio è pieno d'acqua per un'altezza di 3 m rispetto all'asse del tubicino. Al di sopra della superficie libera c'è aria alla pressione relativa di 200 kPa. Calcolare il valore iniziale della portata che fuoriesce dal serbatoio.



3. In una tubazione orizzontale del diametro di 60 mm, nella quale defluisce acqua con una portata di 0.025 m^3/s, è inserito un divergente la cui sezione terminale ha un diametro di 110 mm. Ipotizzando che la perdita di carico nel divergente sia di 0.45 m, calcolare la variazione di pressione tra le sezioni di estremità del divergente.

4. Una lamina d'acqua di spessore uniforme (h = 0.01 m) entra verticalmente nel dispositivo di figura attraverso il condotto di ingresso, ed esce orizzontalmente con una velocità che varia linearmente tra 0 e 10 m/s lungo una fessura di lunghezza 0.2 m. Si determini (1) la portata volumetrica Q in ingresso e (2) la componente y della forza di ancoraggio necessaria a mantenere fermo il dispositivo (specificandone il verso).

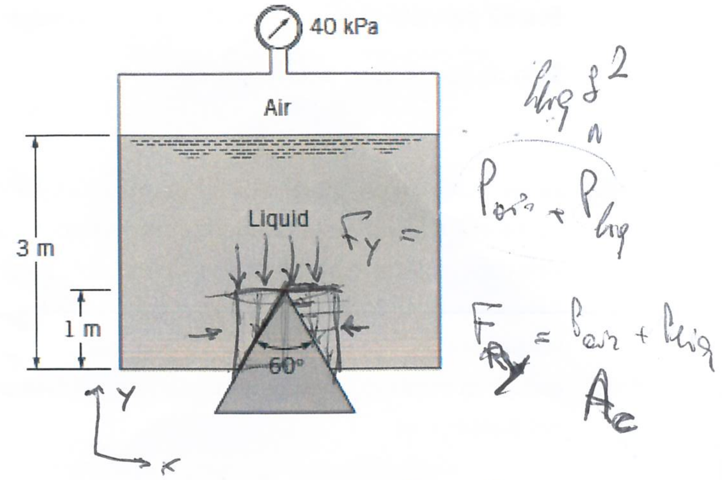


5. La variazione di densità dell'acqua può essere approssimata dalla legge

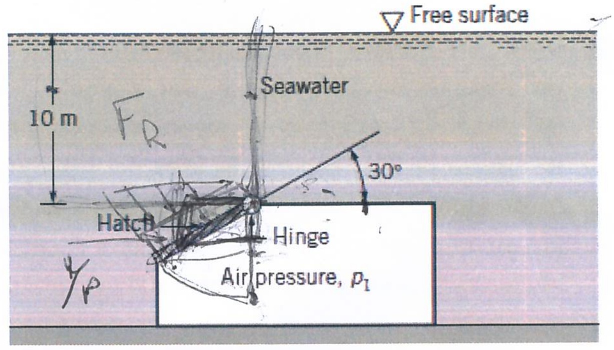
$$\frac{p + 3000}{3001} = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^7$$

con ρ_0 = 1000 kg/m^3 la densità dell'acqua ad 1 atm e la pressione nella formula espressa in atm. Si trovi la distribuzione di pressione nell'acqua usando questa formula; si calcoli la pressione ad una profondità sottomarina di 10 000 m e si paragoni questo risultato a quello ottenuto con densità costante.

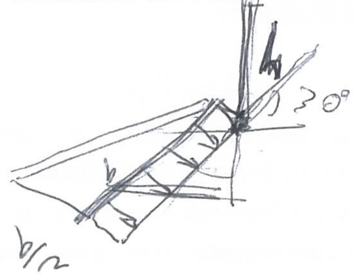
6. Un recipiente in pressione riempito parzialmente con un liquido di peso specifico pari a 27 kN/m^3 è tappato sul fondo da una spina conica. Si determini modulo, direzione e verso della forza esercitata dal liquido e dal gas in pressione sulla parte curva del cono. Nota: la pressione relativa dell'aria nel recipiente è p_{gage} = 40 kPa.



7. Una struttura è poggiata sul fondo del mare (ρ = 1028 kg/m^3) come mostrato in figura. Un portello circolare del diametro di 2 m è posizionato su una parete inclinata ed incernierato ad un estremo. Si determini la minima pressione p_1 dell'aria interna sufficiente a far aprire il portello, trascurando il peso del portello stesso e l'attrito nella cerniera. Nota: il momento d'inerzia di area, relativo al baricentro, di un cerchio è pari a $\pi R^4/4$ (con R il raggio del cerchio).



8. Si consideri un fluido di volume specifico iniziale v_0. Dopo aver aumentato la pressione di Δp = 8 GPa, mantenendo la temperatura costante, si osserva che il volume specifico diminuisce del 25%. Calcolare il coefficiente di comprimibilità, K, del fluido.



Fila B 02/05/19

(1) $x = -a\cos(bt)$, $y = a\sin(bt)$

- $t=0 \longrightarrow x=-a$, $y=0$ Pos. iniziale
- Vettore velocità e accel.

$$\begin{cases} u = \dot{x} = \frac{du}{dt} = ab\sin(bt) = by \\ v = \dot{y} = \frac{dv}{dt} = ab\cos(bt) = -bx \end{cases}$$

LAGRANGIANO EULERIANO

$\vec{u} = (by, -bx)$

LAGRANGIANO EULERIANO

$a_x = \ddot{x} = ab^2\cos(bt) = -b^2x$

$a_y = \ddot{y} = -ab^2\sin(bt) = -b^2y$

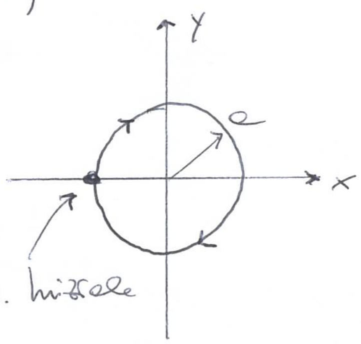
$\vec{a} = (-b^2x, -b^2y)$

- Traiettoria = linee di corrente (perché il campo è stazionario)

$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \longrightarrow -x\,dx = y\,dy \rightarrow -\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} \mp C_1$ eq di una circonferenza

$x^2 = a^2\cos^2(bt)$, $y^2 = a^2\sin^2(bt)$

$\longrightarrow x^2+y^2 = a^2$



- $\frac{du}{dt} = \frac{dv}{dt} = 0$ Stazionario
- $\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0$ Incomprimibile
- $\zeta = \left(\frac{dv}{dx} - \frac{du}{dy}\right) = -2b$ Rotazionale $\Rightarrow$ le particelle ruotano intorno al proprio asse
- Circolazione

$$\Gamma = \int_A \vec{\zeta}\cdot\vec{n}\,dA = -2b$$

(2)

$$\frac{P_1}{\rho} + \frac{\cancel{V_1^2}}{2} + g z_1 = \frac{\cancel{P_2}}{\cancel{\rho}} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2$$

$$V_2 = \sqrt{2\left(\frac{P_1}{\rho} + g z_1\right)} = \sqrt{2(200 + 9{,}81 \cdot 3)} = 21{,}42 \ m/s$$

$$\dot{V} = V_2 \frac{\pi D^2}{4} = 21{,}42 \ \frac{0{,}06^2 \pi}{4} = 0{,}0606 \ m^3/s$$

(3) Tubazione orizzontale divergente

$D_1 = 60$ mm, $D_2 = 110$ mm, $\dot{V} = 0{,}025 \ m^3/s$, $h_{loss} = 0{,}45$ m

$$\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{loss}$$

$$\Delta P = P_2 - P_1 = \rho \frac{(V_1^2 - V_2^2)}{2} - \rho g h_{loss}$$

$$V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{0{,}025 \cdot 4}{\pi \cdot 0{,}06^2} = 8{,}84 \ m/s$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = \frac{0{,}025 \cdot 4}{\pi \ 0{,}11^2} = 2{,}63 \ m/s$$

$$\Delta P = \frac{1000}{2}(8{,}84^2 - 2{,}63^2) - 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}45$$

$$= 31\,200 \ Pa$$

(4)

$$\dot{m} = \rho V_{avg} A = 1000 \cdot 5 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}01 = 10 \ kg/s$$

$$\Rightarrow \quad Q = 10^{-2} \ m^3/s$$

$$u = u_{max} \frac{x}{0{,}2} \qquad u_{max} = 10 \ m/s$$

$$F_y = h \int_0^{0{,}2} \rho\, u \,(\vec{v} \cdot \vec{e}_y)\, dx$$

$$= h \int_0^{0{,}2} \rho \frac{u_{max}^2}{0{,}2^2} x^2 \, dx = 0{,}01 \times 10^3 \times \frac{10^2}{0{,}2^2} \times \frac{0{,}2 \times 0{,}2^2}{3}$$

$$= 66{,}6 \ N$$

(5)

Se $\rho = Const$ $\longrightarrow$ $10 \ m \Rightarrow 1 \ atm$

$10\,000 \ m \longrightarrow 1\,000 \ atm$ Press. relativa

$$p = \left[3001 \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^7 - 3000 \right] 10^5 \qquad p \text{ in Pascal!}$$

$$\frac{dp}{dz} = -\rho g \longrightarrow \frac{dp}{\rho} = -g\, dz$$

$$\frac{dp}{d\rho} = 10^5 \left[7 \times 3001 \frac{\rho^6}{\rho_0^7} \right] \longrightarrow dp = 10^5 \left[7 \times 3001 \frac{\rho^6}{\rho_0^7} \right] d\rho$$

$$\Rightarrow \quad \frac{dp}{\rho} = 10^5 \times 7 \times 3001 \frac{\rho^5}{\rho_0^7} d\rho = -g\, dz$$

$$\frac{10^5 \times 7 \times 3001}{6} \frac{\rho^6}{\rho_0^7} \Bigg|_{\rho_{up}}^{\rho_{down}} = -g z \Bigg|_{z_{up}}^{z_{down}} = 9{,}81 \times 10\,000 = 98100$$

$$\longrightarrow \frac{7}{6} 10^5 \, 3001 \frac{\rho_{down}^6 - \rho_0^6}{\rho_0^7} = 9{,}81 \times 10^4 \Rightarrow \rho_{down} = \left[10^{18} + 10^{21} \frac{9{,}81 \times 6}{7 \times 10 \times 3001} \right]^{1/6}$$

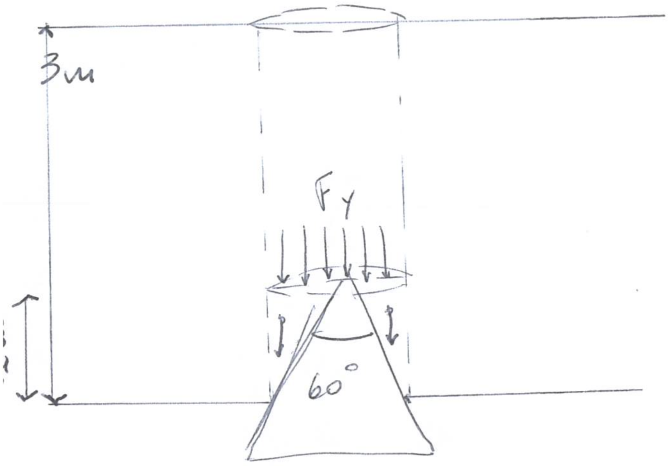
$$= 1{,}043 \times 10^3 \ kg/m^3 \Rightarrow p_{down} = 1029{,}5 \ [atm]$$

(6)

$\gamma = 27\ kN/m^3$

Air 40 kPa

Le forze lungo x si bilanciano



$F_y = P_{gauge}\pi r^2 + \gamma z \pi r^2$

$= \pi r^2 (P_{gauge} + \gamma z)$

$r = \tan 30°$ raggio del cilindro

$= 0,5773$

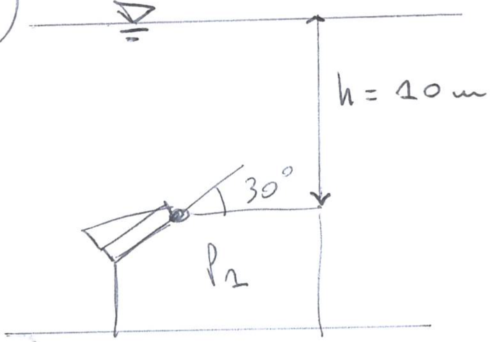
$\Rightarrow F_y = \pi \cdot 0,577^2 \cdot (40000 + 27000 \cdot 2) = 98420\ N$

$W_{fluido} = \gamma (V_{cilindro} - V_{cono}) = \gamma \left(\pi\, 0,577^2 \cdot 1 - \frac{\pi\, 0,577^2 \cdot 1}{3} \right)$

$= \cancel{56\,549\ N}\ 18836,7\ N$

$F_V = F_y + W_{fluido} = \cancel{154\,969\ N}\ 117256,7\ N$, $\theta = 90°$ ↓

(7)



$r = \frac{D}{2} = 1\ m$

$F_{R_1} = \rho g h \pi r^2$ $\quad F_{R_2} = \rho g\, r \sin\theta\, \pi r^2$

$F_R = F_{R_1} + F_{R_2} = \rho g \underbrace{(h + r\sin\theta)}_{y_c = 10,5\ m} \pi r^2$

$y_P = y_c + \frac{I_{xx,c}}{y_c A} = 10,5 + \frac{\pi r^4}{4 \cdot 10,5 \pi r^2} = 10,52\ m$

$\sum M = 0 \text{ — } F_R \frac{(y_P - 10)}{\sin\theta} = P_1 \pi r^2 \cdot r$

$\rho g\, 10,5 \pi r^2 \cdot 1,04 = P_1 \pi r^2 \cdot r \Rightarrow P_1 > 107\,130\ Pa$

(8)

$T = \text{const.} \quad , \quad V_0$

$$d\rho = \cancel{-\rho \beta dT} + \frac{\rho}{K} dp$$

$$\rho V = 1 \qquad \rho dV + d\rho V = 0 \longrightarrow \frac{dV}{V} = -\frac{d\rho}{\rho}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{K} dp = -\frac{dV}{V}$$

$$\ln \frac{V_f}{V_0} = \int_{V_0}^{V_f} \frac{dV}{V} = -\frac{1}{K}\left(p_f - p_0\right) = -\frac{8 \times 10^9 \ Pa}{K}$$

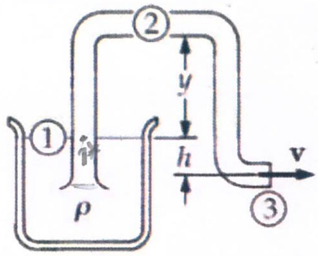
$$\left[\quad K = \frac{-8 \times 10^9}{\ln(0{,}75)} = 2{,}78 \times 10^{10} \ Pa \quad \right]$$

Esame parziale di meccanica dei fluidi, 2 maggio 2019 **FILA C**

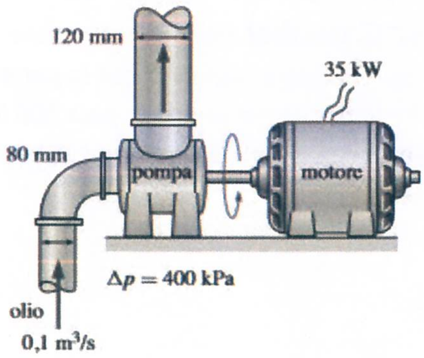
Solo un foglio aiuti ammesso

1. La posizione di una particella è definita in variabili lagrangiane da x = k [sin(t) + cos(t)], y = k [sin(t) - cos(t)], con k una costante e t la variabile indipendente tempo. Quale è la posizione iniziale della particella? Trovare il vettore velocità e il vettore accelerazione in variabili euleriane. Si determini l'equazione della traiettoria e la si disegni nel piano (x, y) indicando il verso con cui la traiettoria è percorsa a partire dall'instante iniziale. Il moto è stazionario? E' comprimibile? La particella fluida ruota attorno al proprio asse? Si calcoli la circolazione di questo campo di moto su un percorso quadrato di lato pari a 2, percorso in verso antiorario e posizionato a piacere nel piano (x, y).

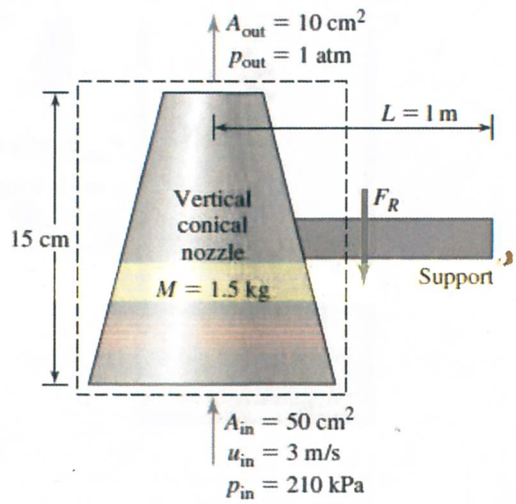
2. Per estrarre acqua da un serbatoio viene usato un sifone di diametro costante, d. Se h = 1.00 m determinare la velocità del flusso in uscita. Quale valore massimo può avere l'altezza y del punto più alto del sifone affinché si possa estrarre l'acqua?



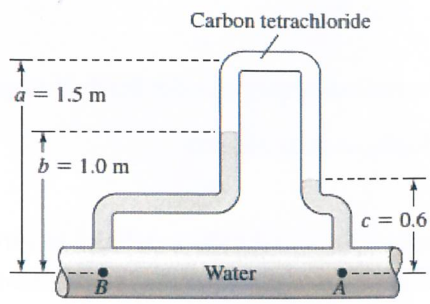
3. Una pompa assorbe una potenza di 35 kW quando è attraversata da una portata di 0.1 m^3/s di olio di densità 860 kg/m^3. Tra le sezioni di uscita e di ingresso della pompa, aventi diametro, rispettivamente, di 120 mm e di 80 mm, si stabilisce una differenza di pressione di 400 kPa. Se il rendimento del motore è del 90%, quanto vale il rendimento meccanico della pompa?

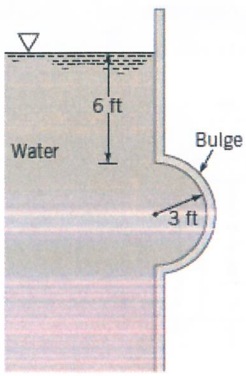


4. Dell'acqua scorre attraverso un ugello a forma di tronco di cono, entrando dalla sezione circolare inferiore di area 50 cm^2 per uscire in alto attraverso una sezione di 10 cm^2. La velocità media in ingresso è di 3 m/s, e la pressione è uniforme e pari a 210 kPa. All'uscita dell'ugello il liquido si trova alla pressione atmosferica. La massa dell'ugello è pari a 1.5 kg. Calcolare (1) la forza F_R – specificandone modulo, direzione e verso – necessaria a mantenere l'ugello fermo (trascurando sia il peso dell'ugello che quello dell'acqua in esso contenuta), e (2) la stessa forza esterna da applicare al supporto quando tali pesi siano considerati (anche in questo caso si specifichi modulo, direzione e verso della forza).



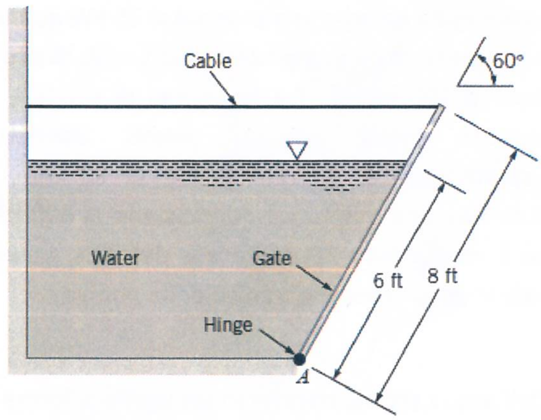
5. Determinare la differenza di pressione tra i punti A e B usando le informazioni di figura. Se il condotto ha sezione costante, in che direzione scorre l'acqua?
Dati: $SG_{carbon\ tetrachloride} = 1.60$.

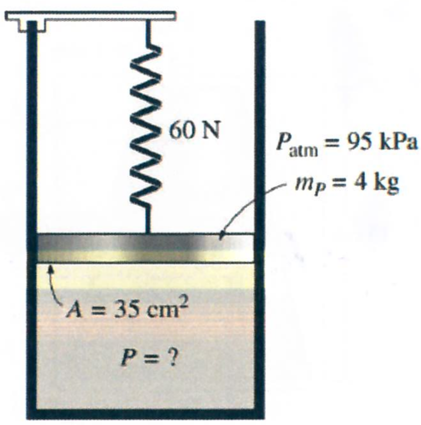




6. Si determinino le componenti orizzontale e verticale della forza esercitata dall'acqua sul rigonfiamento (*bulge*) semicilindrico di figura, per una profondità pari ad 1 m.
Nota: 1 ft= 30.48 cm.

7. Si determini la tensione (modulo, direzione e verso) nel cavo di figura, sapendo che la paratia inclinata è incernierata nel punto A, pesa 800 lb, e ha una profondità di 4 ft. Si trascurino gli attriti nella cerniera.
Nota: 1 ft = 0.3048 m; 1 lb = 0.4536 kg.





8. Un gas è contenuto all'interno di un cilindro, chiuso da un pistone che può scorrere senza attrito. La massa del pistone è uguale a 4 kg e la sezione è 35 cm^2. Una molla in compressione posta sopra il cilindro esercita una forza di 60 N. Se la pressione atmosferica è di 95 kPa, si determini la pressione del gas all'interno del cilindro.

File C 02/05/19

(1) $x = K[\sin(t) + \cos(t)]$, $y = K[\sin(t) - \cos(t)]$

- $t = 0 \longrightarrow x = K$, $y = -K$

- Vettore velocità e accel.

LAGRANGIANO — EULERIANO

$$\begin{cases} u = \dot{x} = \dfrac{dx}{dt} = K[\cos(t) - \sin(t)] = -y \\ v = \dot{y} = \dfrac{dy}{dt} = K[\cos(t) + \sin(t)] = x \end{cases}$$

LAGRANG. — EUL.

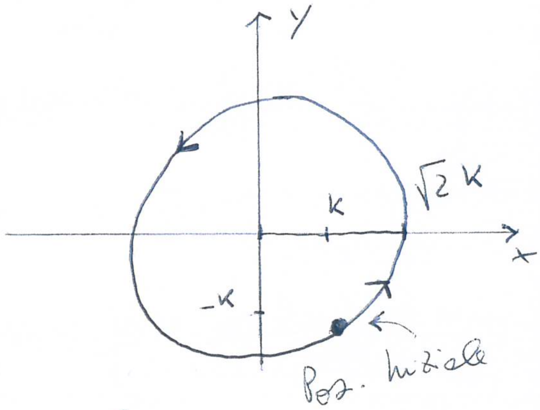
$$\begin{cases} a_x = \ddot{x} = -K[\sin(t) + \cos(t)] = -x \\ a_y = \ddot{y} = K[-\sin(t) + \cos(t)] = -y \end{cases}$$

- Traiettoria = linee di corrente (perché il flusso è stazionario)

$$\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v} \longrightarrow x\,dx = -y\,dy \rightarrow \boxed{x^2 + y^2 = \text{cost}}$$

usando la condizione iniziale si trova che:

$$x^2 + y^2 = 2K^2$$



- $\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\partial v}{\partial y} = 0$ Incomprimibile

- $\dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial v}{\partial t} = 0$ Stazionario

- $\xi = \left(\dfrac{\partial v}{\partial x} - \dfrac{\partial u}{\partial y}\right) = 1 + 1 = 2$ Rotazionale

- Circolazione: $2 \times A = 2 \cdot 4 = 8$

2

Bernulli tra 1 e 3:

$$V_3 = \sqrt{2g\,\underbrace{(z_1 - z_3)}_{h = 1\,m}} = 4{,}43 \; m/s$$

Tra 2 e 3:

$$\frac{P_2}{\rho} + g z_2 = \frac{P_3}{\rho} \qquad [z_2 = y + h]$$

$$P_2 = P_3 - \rho g y - \rho g h > 0 \quad \text{Per evitare cavitazione}$$

$$\Rightarrow \quad y < \frac{P_3}{\rho g} - h = 9{,}19 \; m \qquad P_3 = P_{atm} = 10^5 \; Pa$$

---

3 $\dot{W}_{pmp,mot} = 35\,KW$, $\dot{V} = 0{,}1\,m^3/s$, $\rho = 860\,Kg/m^3$

$D_1 = 80\,mm$, $D_2 = 120\,mm$, $\Delta P = 400\,KPa$, $\eta_{mot} = 90\%$

$$\dot{W}_{pmp} = \eta_{mot}\,\dot{W}_{pmp,mot} = 0{,}9 \cdot 35000 = 31500 \; W$$

$$h_{pmp} = \left(\frac{P_2 - P_1}{\rho g}\right) + \frac{(V_2^2 - V_1^2)}{2g} \qquad V_1 = \frac{\dot{V}}{A_1} = \frac{0{,}1 \cdot 4}{0{,}08^2\,\pi} = 19{,}9 \; m/s$$

$$V_2 = \frac{\dot{V}}{A_2} = 8{,}84 \; m/s$$

$$\rightarrow h_{pmp} = \frac{400 \cdot 10^3}{860 \cdot 9{,}81} + \frac{(8{,}84^2 - 19{,}9^2)}{2 \cdot 9{,}81} = \boxed{31{,}2 \; m}$$

$$\Rightarrow \eta_{pmp} = \frac{\dot{W}_{pmp,u}}{\dot{W}_{pmp}} = \frac{h_{pmp}\,\rho\,g\,\dot{V}}{W_{pmp}} = \frac{31{,}2 \cdot 860 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}1}{31500}$$

$$= \boxed{0{,}83}$$

4

$$\sum \vec{F} = \dot{m}\vec{V}_{out} - \dot{m}\vec{V}_{in}$$

$$\dot{m} = \rho V A = 1000 \cdot 3 \cdot 0{,}005 = 15 \ kg/s$$

$$V_{out} = 3 \cdot \frac{0{,}005}{0{,}001} = 15 \ m/s$$

- $F_{Rz} + P_{gauge} A_{in} = \dot{m}\vec{V}_{out} - \dot{m}\vec{V}_{in}$

$$\Rightarrow F_{Rz} = 15 \cdot 15 - 15 \cdot 3 - \left(210 \cdot 10^3 - 95 \cdot 10^3\right) 0{,}005$$
$$= \boxed{-395 \ N} \downarrow \quad \theta = 90°$$

- $F_{Rz} + P_{gauge} A_{in} - W_{ugello} - W_{acqua} = \dot{m}\left(\vec{V}_{out} - \vec{V}_{in}\right)$

$W_{acqua} = \rho g V$ $\qquad V = \frac{\pi}{3} h \left(R^2 + Rr + r^2\right)$ Volume tronco di cono

$R = \sqrt{\frac{A_{in}}{\pi}} = 0{,}04 \ m$ $\qquad r = \sqrt{\frac{A_{out}}{\pi}} = 0{,}018 \ m$

$$\rightarrow V = \frac{\pi}{3} 0{,}15 \left(0{,}04^2 + 0{,}04 \cdot 0{,}018 + 0{,}018^2\right) = 4{,}1 \cdot 10^{-4}$$

$$W_{acqua} = 1000 \cdot 9{,}81 \cdot 4{,}1 \cdot 10^{-4} = 4{,}02 \ N$$

$$\Rightarrow F_{Rz} = \dot{m}\left(\vec{V}_{out} - \vec{V}_{in}\right) - P_{gauge} A_{in} + W_{ugello} + W_{acqua}$$

$$= 180 - 575 + (1{,}5 \cdot 9{,}81) + 4{,}02 = \boxed{-376{,}98 \ N} \downarrow$$

$\theta = 90°$

5

$$p_B = p_A - \rho_{H_2O}\, g\, c - \rho_{cab}\, g\,(a-c) + \rho_{cab}\, g\,(a-b) + \rho_{H_2O}\, g\, b$$

$$p_B - p_A = \rho_{H_2O}\, g\,(-c+b) + \rho_{cab}\, g\,(c-b)$$

$$= 1000 \cdot 9{,}81\,(-0{,}6+1) + 1600 \cdot 9{,}81\,(0{,}6-1)$$

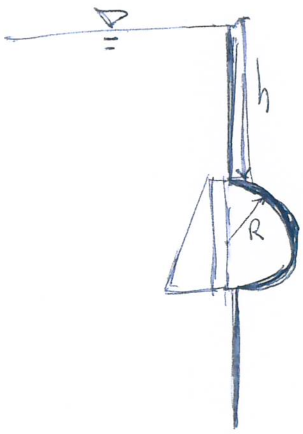
$$= -2354{,}4 \text{ Pa}$$

Pressione maggiore in A $\Longrightarrow$ flusso A $\longrightarrow$ B

6

$h = 6 \text{ ft} = 1{,}82 \text{ m}$, $R = 3 \text{ ft} = 0{,}91 \text{ m}$

$b = 1 \text{ m}$ profondità semicilindro



$$F_{x_1} = \rho g\, h\,(2R \cdot b) \qquad F_{x_2} = \rho g\, R\,(2R \cdot b)$$

$$F_H = F_{x_1} + F_{x_2} = \rho g\,(h+R)(2R \cdot b)$$

$$\Longrightarrow F_H = 1000 \cdot 9{,}81\,(1{,}82 + 0{,}91)(2 \cdot 0{,}91 \cdot 1)$$

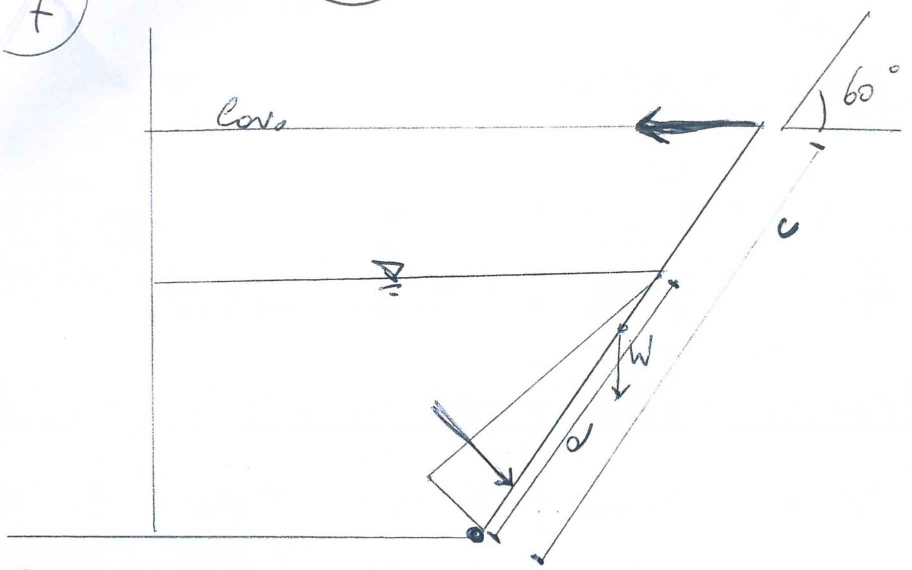
$$= \boxed{\cancel{24\,371 \text{ N}}} \; 48742 \text{ N}$$

$$F_V = -W_{fluido}$$

$$W_{fluido} = \rho g\, V_{semicilindro} = \rho g\, \frac{\pi R^2 \cdot b}{2}$$

$$= 1000 \cdot 9{,}81 \cdot \frac{\pi \cdot 0{,}91^2 \cdot 1}{2} = \boxed{12\,761 \text{ N}}$$

(7)



$a = 1,82$ m

$c = 2,44$ m

$b = 1,22$ m profondità paratia

Peso paratia $= 362,87$ Kg

$$F_H = \rho g \frac{a}{2} \sin 60° \, a b = 9810 \, \frac{1,82}{2} \sin 60° (1,82 \cdot 1,22) = 17166 \text{ N}$$

$$F_V = W_{paratia} = 362,87 \cdot 9,81 = 3559,8 \text{ N}$$

$$\sum M = 0 \longrightarrow F_H \frac{a}{3} + W_{paratia} \frac{c}{2} \cos\theta = T c \sin\theta$$

$$\Rightarrow T = \frac{F_H \frac{a}{3} + W_{paratia} \frac{c}{2} \cos\theta}{c \sin\theta} = 5955,9 \text{ N}$$

(8)

$$P_{in} A = P_{atm} \cdot A + F_{molla} + W_{pistone}$$

$$\Rightarrow P_{in} = \frac{P_{atm} A + F_{molla} + W_{pistone}}{A}$$

$$= \frac{95\,000 \cdot 0{,}0035 + 60 + (4 \cdot 9{,}81)}{0{,}0035}$$

$$= 123\,350 \text{ Pa}$$