UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

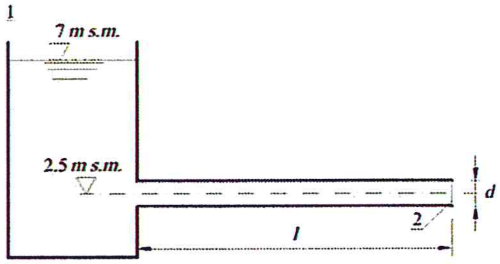
FILA A

Nome e Cognome:____________________________Matricola:_____________

Compitino finale del 1/6/2016

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Un tubo con diametro *d* e lunghezza *l* esce fuori orizzontalmente da un serbatoio, 4.5 *m* sotto il livello del pelo libero. a) Calcolare la portata del fluido nella tubazione di figura, supposta perfettamente raccordata. Dati: $l = 70\ m$, $d = 0.1\ m$, $\varepsilon/D = 0.001$. b) Calcolare il diametro *d* che corrisponde alla velocità massima affinché il moto rimanga laminare.



$$\cancel{\frac{P_1}{\rho}} + \cancel{\frac{V_1^2}{2}} + g z_1 = \cancel{\frac{P_2}{\rho}} + \frac{V_2^2}{2} + g z_2 + F \frac{L}{D}\frac{V_2^2}{2}$$

a)

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 g \Delta z}{(1 + F\, L/D)}}$$

$$V_0 = \sqrt{2 g \Delta z} = 9.369\ m/s$$

V	Re	F
9.369	$9.369 \cdot 10^5$	0.02
2.426	$2.426 \cdot 10^5$	0.021
2.371	$2.371 \cdot 10^5$	0.0215
2.345	$2.345 \cdot 10^5$	"

$$\dot{V} = V_2 \cdot A = 0.0184\ \frac{m^3}{s}$$

b) Moto laminare $\Rightarrow$ $Re < 2200$ e $F = \frac{64}{Re}$;
Impongo il $Re_{max} = 2200$

d	v	d^{n+1}
$5 \cdot 10^{-3}$	0.465	$0.00473 \cdot 10^{-3}$
$0.473 \cdot 10^{-3}$	0.452	$0.00486 \cdot 10^{-3}$
$0.436 \cdot 10^{-3}$	0.459	$0.004796 \cdot 10^{-3}$
$0.4796 \cdot 10^{-3}$	0.457	$0.004829 \cdot 10^{-3}$
$0.04829 \cdot 10^{-3}$	0.457	0.00481

Quindi

$d \simeq 4.8\ mm$ e $V \simeq 0.457\ m/s$

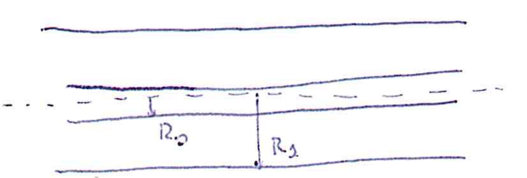
ESERCIZIO 2. Se un modello di aliante di apertura alare L_m = 1.05 *m* viene provato in acqua a velocità U_m = 35 *Km/h* e viene misurata una resistenza *D* = 1060 *N* quale sarà la resistenza alla quale è soggetto un aliante geometricamente simile di apertura *L* = 9.2 *m* che vola in aria in condizioni di similitudine dinamica? Dati: $\nu_{aria} = 1.5 \times 10^{-5}\ m^2/s$; $\rho_{aria} = 1.25\ kg/m^3$; $\nu_{H2O} = 10^{-6}\ m^2/s$; $\rho_{H2O} = 998\ kg/m^3$.

Similitudine dinamica:

$$Re_m = Re_A \Rightarrow \frac{U_m L_m}{\nu_{H_2O}} = \frac{U_A L}{\nu_{aria}} \Rightarrow \frac{U_A}{U_m} = \frac{L_m}{L}\frac{\nu_{aria}}{\nu_{H_2O}} = 1.712$$

$$\frac{2F_{D_m}}{\rho_{H_2O} U_m^2 L_m^2} = \frac{2F_{D_A}}{\rho_{aria} U_A^2 L^2} \Rightarrow F_{D_A} = F_{D_m}\frac{\rho_{aria}}{\rho_{H_2O}}\left(\frac{U_A}{U_m}\right)^2\left(\frac{L}{L_m}\right)^2 = 2.987 \cdot 10^2\ N$$

ESERCIZIO 3. Si consideri un lungo cilindro cavo di raggio interno R_1 con, al suo interno, un altro cilindro pieno, coassiale, di raggio R_0. Il cilindro interno si muove assialmente a velocità U costante. Nell'ipotesi di moto stazionario, parallelo, assialsimmetrico ed in assenza di gradiente di pressione assiale, si calcoli la distribuzione di velocità nell'interstizio tra i due cilindri. Si calcoli lo sforzo di taglio in $r = R_0$ e la forza totale esercitata sul cilindro interno dal fluido.



Hp: $\frac{\partial}{\partial \theta} = \frac{\partial}{\partial z} = 0$

$\frac{\partial}{\partial t} = 0$

Continuità: $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_r) = 0 \rightarrow r u_r = cost = 0$ poiché $u_r = 0$ per $r = R_0, R_1$

Pertanto $u_r = 0$

r - component: $u_\theta = 0$

z - component: $\frac{\mu}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial}{\partial r}u_z\right)\right] = 0$, con $u_z(R_1) = 0$ e $u_z(R_0) = U$

$r\frac{\partial}{\partial r}u_z = C_1 \rightarrow u_z = C_1 \log(r) + C_2$; imponendo le BC si ha che:

$$\begin{cases} C_1 \log(R_1) + C_2 = 0 \\ C_1 \log(R_0) + C_2 = U \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} C_1 = \dfrac{U}{\log(R_0/R_1)} \\ C_2 = -\dfrac{U}{\log(R_0/R_1)}\log(R_1) \end{matrix} \Rightarrow u_z(r) = \frac{U \cdot \log(r/R_1)}{\log(R_0/R_1)}$$

$$\tau_{rz} = \mu \left.\frac{\partial u_z}{\partial r}\right|_{r=R_0} = \frac{\mu}{R_0}\frac{U}{\log(R_0/R_1)}; \quad F = \int_0^L\int_0^{2\pi}\tau_{rz} R_0\, d\theta dz = 2\pi R_0 L \frac{\mu}{R_0}\frac{U}{\log(R_0/R_1)}$$

ESERCIZIO 4. . La viscosità dell'inchiostro da stampa è approssimativamente $\mu = 3$ *Pa s*. Devono essere misurati i valori esatti della viscosità e allo scopo si impiegano delle palline di vetro, con un diametro pari a 2.5 *cm*, che vengono fatte cadere nell'inchiostro. Si misura quindi la loro velocità limite di affondamento. Le densità dell'inchiostro da stampa e del vetro sono rispettivamente 1000 e 2000 *kg/m³*.

1. Trovare la velocità di affondamento delle palline e verificare l'affidabilità del calcolo.
2. Sono state ordinate delle palline di raggio R = 1 cm e, in un esperimento, si è misurata una velocità limite di 12 cm/s. Calcolare la viscosità dell' inchiostro usato nell'esperimento.

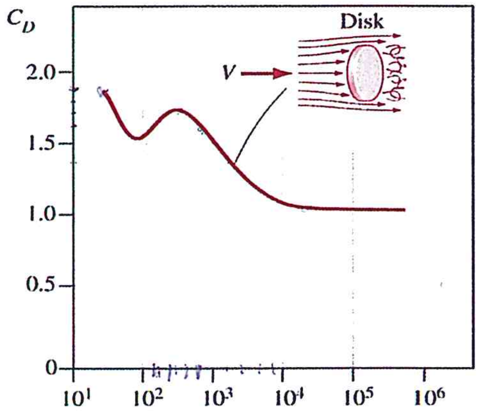
1) F_D, F_b, F_p

$$F_D + F_B = F_P \rightarrow 3\pi\mu \cancel{D} V + \rho_F\, g \frac{\pi D^{\cancel{3}2}}{6} = \rho_s\, g \frac{\pi D^{\cancel{3}2}}{6}$$

$$\rightarrow V = \frac{\Delta\rho\, g D^2}{18\mu} = 0.113 \ m/s \implies Re = 9.46 \cdot 10^{-2} \ll 1$$

2) $$\mu = \frac{\Delta\rho\, g D^2}{18 V} = 1.818 \ Pa \cdot s$$

ESERCIZIO 5. Calcolare il raggio del disco in figura che si muove nell'aria ($\nu = 1.5 \times 10^{-5}$ m²/s, $\rho = 1.2$ kg/m³) a velocità $V = 10$ *m/s*, se tramite un dinamometro si misura una resistenza sullo stesso pari a 10^{-4} *N*. Cosa succede per $Re > 10^5$? Perché il coefficiente di resistenza diventa (circa) costante?



$$F_D = \frac{1}{2}\rho U^2 \pi R^2 C_D$$

Per $Re > 10^5$ il flusso diventa turbolento

PROCEDURA ITERATIVA:

C_D	Re	R	F_D
1.5	10^3	$7.5 \cdot 10^{-4}$	$1.59 \cdot 10^{-4}$
1.6	$9 \cdot 10^2$	$6.75 \cdot 10^{-4}$	$1.37 \cdot 10^{-4}$
1.65	$8 \cdot 10^2$	$6 \cdot 10^{-4}$	$1.12 \cdot 10^{4}$

Mi fermo qui, per cui $C_D \simeq 1.65$ ed $R \simeq 6 \cdot 10^{-4}$ m

ESERCIZIO 6. Per un caso particolare il teorema di Bernoulli può avere una dipendenza temporale, quale ? Come viene introdotta tale dipendenza?

Nel caso in cui gli effetti viscosi sono trascurabili, l'equazione di Navier-Stokes si riduce all'equazione di Eulero. ~~Nel~~ Inoltre considerando il flusso irrotazionale $\vec{\nabla} \times \vec{v} = 0$ si ha:

$\frac{\partial u}{\partial t} + \nabla\left(P/\rho + F + \frac{1}{2}|u|^2\right) = 0$, dove F è un potenziale di un campo di forze conservativo e $|u|^2 = \vec{u} \cdot \vec{u}$.

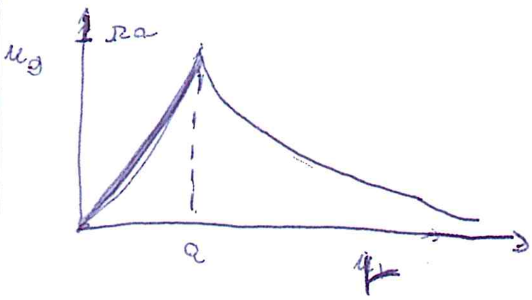
Introducendo $\phi = \nabla u$ e scambiando la derivata temporale con il gradiente si ottiene:

$\nabla\left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + P/\rho + F + \frac{1}{2}u^2\right) = 0 \rightarrow \frac{\partial \phi}{\partial t} + P/\rho + \frac{1}{2}u^2 + F = C(t)$. Se non c'è dipendenza dal tempo, si ottiene la classica eq^{ne} di Bernoulli stazionaria.

ESERCIZIO 7. Con il nome di vortice di Rankine si intende il campo di moto piano che, all'interno della circonferenza di raggio a, ha moto rotatorio rigido con velocità $\boldsymbol{u} = \Omega\, r\, \boldsymbol{e_\theta}$, $r \leq a$, e all'esterno ha velocità il cui modulo decresce con l'inverso della distanza dal centro $\boldsymbol{u} = \Omega\, a^2/r\, \boldsymbol{e_\theta}$, $r > a$. Il vortice di Rankine è un modello semplificato di vortice reale. Dopo aver rappresentato su un diagramma cartesiano il modulo della velocità in funzione della distanza dall'origine, determinare la vorticità associata al vortice di Rankine in ogni punto del campo e la circolazione Γ lungo una generica circonferenza con centro nell'origine.

Nota: la componente z del rotore di un generico vettore $\boldsymbol{a} = (a_r, a_\theta, a_z)$ è:

$$\text{rot}\, \boldsymbol{a} \,.\, \boldsymbol{e}_z = \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r a_\theta) - \frac{\partial a_r}{\partial \theta}\right].$$



$\omega = \nabla \times \vec{u} = (0, 0, \omega_z)$

$$\omega_z = \begin{cases} \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(r^2 \Omega)\right] = 2\Omega \\ \frac{1}{r}\left[\frac{\partial}{\partial r}(\Omega a^2)\right] = 0 \end{cases}$$

$$\Gamma = \oint_C \vec{u} \cdot dl = \int_0^{2\pi} R\, u_\theta\, d\theta = \begin{cases} 2\pi R^2 \Omega, & R < a \\ 2\pi \Omega a^2, & R \geq a \end{cases}$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

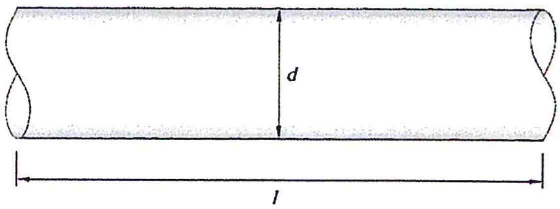
FILA B

Nome e Cognome:__________________________Matricola:____________

Compitino finale del 1/6/2016

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Nella tubazione di figura scorre un olio; determinare: a) il tipo di moto nel tubo (laminare o turbolento), b) il valore della velocità massima nella sezione, c) il valore della perdita di carico nel tratto di lunghezza *l*, d) il valore dello sforzo alla parete, e) la potenza necessaria per far fluire la portata assegnata. Dati: l = 2000 *m*, d = 0.2 *m*, Q = 40 *l/s*, γ_o = 8825,4 N/m^3 (peso specifico dell'olio), μ = 2196 x 10^{-4} Ns/m^2 (viscosità dinamica dell'olio)



$\rho = \frac{\gamma}{g} \approx 900\ Kg/m^3 \Rightarrow \dot{m} = 36\ Kg/s \qquad Q = \frac{\dot{m}}{\rho} = \frac{36\ Kg/s}{900\ Kg/m^3} = 0.04\ m^3/s$

$V_{AVG} = \frac{Q}{A} = \frac{0.04\ m^3/s}{\pi R^2\ m^2} = 1.27\ m/s$

$Re = \frac{\rho V_{AVG} D}{\mu} = 1040 < 2300 \Rightarrow$ FLUSSO LAMINARE

In un condotto circolare, se flusso è laminare:

$V_{MAX} = 2 V_{AVG} = 2.54\ m/s$

Se flusso è laminare $f = \frac{64}{Re} = 0.062$

PERDITA DI CARICO $h_L = \frac{\Delta P_L}{\rho g} = f \frac{L}{D} \frac{V_{AVG}^2}{2g} = 50.96\ m$

$\tau_w = \frac{f}{8} \rho V_{AVG}^2 = 11.25\ Pa$

$\dot{W}_{POMP} = Q \Delta P_L = \rho Q g h_L = 1.8 \cdot 10^4\ \frac{Kg\,m^2}{s^3} = 1.8 \cdot 10^4\ W$

ESERCIZIO 2. Per un nuovo autoveicolo lungo 5.4 *m* devono essere calcolate le caratteristiche di resistenza per velocità comprese tra 50 e 150 *km/h*. Allo scopo si costruisce un modello lungo 1.1 *m* che viene provato in un tunnel idrodinamico. Calcolare l'intervallo di velocità in cui provare il modello per avere similitudine dinamica. La viscosità cinematica dell'acqua è 0.9 x 10^{-6} m^2/s e quella dell'aria è 1.5 x 10^{-5} m^2/s.

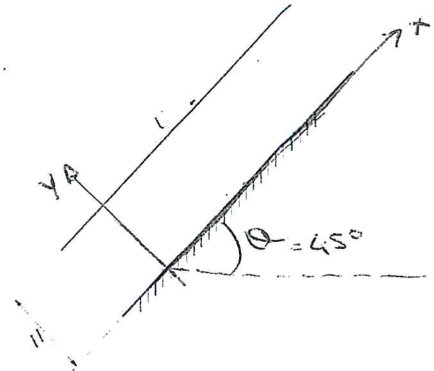
SIMILITUDINE DINAMICA ⟺ $\left.\frac{\text{FORZE INERZIA}}{\text{FORZE VISCOSE}}\right|_{REAL} = \left.\frac{\text{FORZE INERZIA}}{\text{FORZE VISCOSE}}\right|_{MODEL}$ ⟺

$Re_{REAL} = Re_{MODEL}$ ⟺

$$u_{MODEL} = u_{REAL}\frac{L}{\ell}\frac{\nu_{H_2O}}{\nu_{AIR}} = u_{REAL}\, 0.3$$

DA CUI SI RICAVANO FACILMENTE $u^{MAX}_{MODEL} = 12.3\ m/s$ e $u^{MIN}_{MODEL} = 4.1\ m/s$

ESERCIZIO 3. Una lastra piana di lunghezza infinita scorre su una parete inclinata di 45° rispetto a un piano orizzontale per mezzo di un sottile film d'olio (*ρ = 850 kg/m³* e *μ = 0.08 kg/(ms))*, che ha spessore H = *6 mm*. La velocità della lastra è U = *1 m/s*, diretta verso l'alto come mostrato in figura. Determinare a) il profilo di velocità nel film d'olio; b) la portata in massa per unità di apertura; c) lo sforzo agente sulla lastra; d) il gradiente di pressione che una pompa deve fornire affinché la portata sia nulla.



CERCO UNA SOLUZIONE STAZIONARIA, HO SOLO UNA COMPONENTE DI VELOCITÀ, u, IN DIREZIONE z (ENTRANTE NEL FOGLIO), IL PROBLEMA È INVARIANTE ⟹

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu}\rho g \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{\mu}\frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} = -\rho g \frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

$\cos\theta = \sin\theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$

L'EQUAZIONE DI CONTINUITÀ DICE CHE $\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \Rightarrow u = u(y)$

LE CONDIZIONI AL CONTORNO SONO $u(0) = 0$ $u(H) = 1$. ANCHE $p(H) = cost$

QUINDI, INTEGRANDO LA SECONDA EQUAZIONE OTTENGO:

$$p(y) = -\rho g\frac{\sqrt{2}}{2}y + \rho g\frac{\sqrt{2}}{2}H + cost$$ ⟹ LA PRIMA EQUAZIONE SI RIDUCE A

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{1}{\mu}\rho g\frac{\sqrt{2}}{2}$$. INTEGRANDO E IMPONENDO LE CONDIZIONI AL CONTORNO:

$$u(y) = \frac{g}{\nu}\frac{\sqrt{2}}{4}y^2 + \left(\frac{1}{H} - \frac{g}{\nu}\frac{\sqrt{2}}{4}H\right)y = \frac{g\sqrt{2}}{\nu\, 4}y(y-H) + \frac{y}{H}$$

Supponendo dimensione unitaria in z otteniamo

$$\dot{V} = \int_0^H\int_0^1 u(y)\, dz\, dy = 0.00697\ \frac{m^3}{s} \qquad \dot{m} = \rho\dot{V}$$

$$\tau = \mu\left.\frac{du}{dy}\right|_H = 30.98\ Pa.$$

Se si suppone ci sia una pompa che genera un gradiente di pressione ΔP il profilo di velocità ottenuto:

$$u(y) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\mu}\rho g\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\Delta P}{\mu}\right)y^2 + \left(\frac{1}{H} - \frac{H}{2}\left(\frac{1}{\mu}\rho g\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\Delta P}{\mu}\right)\right)y.$$

CALCOLANDO NUOVAMENTE $\dot{V}$ E IMPONENDO CHE SIA NULLO SI DETERMINA ΔP.

ESERCIZIO 4. Quando un oggetto precipita in aria non accelera indefinitamente ma raggiunge una velocità limite. Spiegare perché ciò accade e perché tale velocità dipende dalla forma dell'oggetto.

SCRIVENDO IL BILANCIO DELLE FORZE PER UN OGGETTO CHE PRECIPITA SI OTTIENE:

$\vec{F}_A + \vec{F}_D = \vec{F}_P$ dove

$\vec{F}_A \rightarrow$ FORZA DI ARCHIMEDE

$\vec{F}_D \rightarrow$ FORZA DI RESISTENZA $\left(\begin{array}{ll} = C_D \frac{1}{2} \rho V^2 A & \text{se } Re > 1 \\ = 3\pi\mu V D & \text{se } Re \ll 1 \end{array} \right)$

$\vec{F}_P \rightarrow$ FORZA PESO

DAL BILANCIO DELLE FORZE SI PUÒ CALCOLARE LA VELOCITÀ LIMITE V CHE RISULTA ESSERE FINITA.

IN TALE BILANCIO APPAIONO IL COEFFICIENTE DI ATTRITO C_D, L'AREA FRONTALE DELL'OGGETTO, O IL DIAMETRO DELLE PARTICELLE SFERICHE, CHE SONO CORRELATI ALLA "FORMA" DELL'OGGETTO, E QUINDI INFLUENZANO LA VELOCITÀ CALCOLATA.

ESERCIZIO 5. Delle particelle di polvere hanno densità circa doppia di quella dell'acqua. Calcolare il diametro delle particelle che hanno una velocità *limite* di affondamento nell'aria di:

1. 10 *m/s*
2. 1 *cm/s*
3. 1 *mm/s.*

Calcolare il numero di Reynolds per ogni caso, e spiegare se la semplice formula di Stokes è valida per ciascuno di questi casi. La densità dell'aria è $\rho = 1.2\ kg/m^3$ e la viscosità cinematica è $\nu = 1.5 \times 10^{-5}\ m^2/s$.

APPLICANDO LA FORMULA DI STOKES PER DETERMINARE ~~LA VELOCITÀ~~ I DIAMETRI ~~OTTENIAMO~~ OTTENIAMO:

$$V = \frac{D^2}{18\mu}(\rho_{PARTICLE} - \rho_{AIR})g \quad , \quad \rho_{PARTICLE} = 2\rho_{H_2O}$$

$$\Rightarrow D = \sqrt{\frac{18\mu V}{(2\rho_{H_2O} - \rho_{AIR})g}}$$

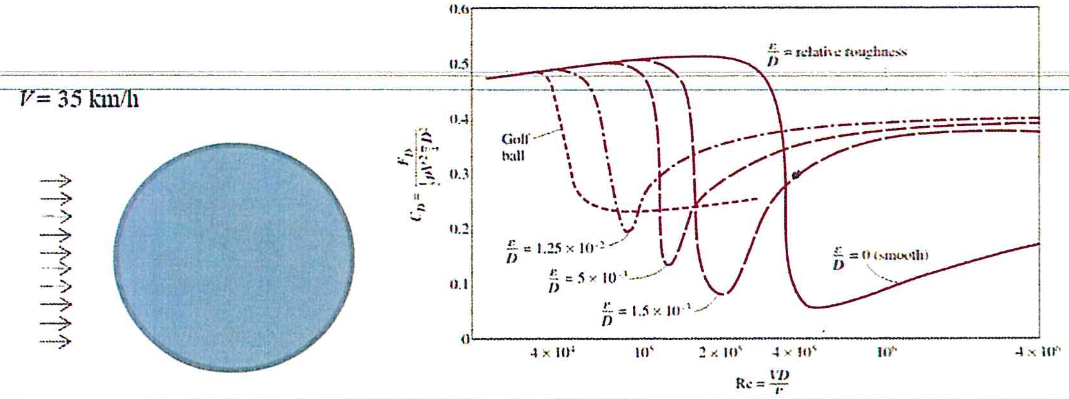
1. $D = 4.06 \cdot 10^{-4}\ m$
2. $D = 1.29 \cdot 10^{-5}\ m$
3. $D = 4.06 \cdot 10^{-6}\ m$

$$Re = \frac{\rho_{AIR} V D}{\nu_{AIR}}$$ PER I RISPETTIVI CASI È:

1. $Re = 270 \gg 1$
2. $Re = 8.5 \cdot 10^{-3} \ll 1$
3. $Re = 2.70 \cdot 10^{-4} \ll 1$

Nel caso 2 e 3 l'approssimazione di Stokes è valida.

ESERCIZIO 6. Un grosso serbatoio di forma sferica e diametro D = 64,3 *cm* è esposto ad un vento di 35 *km/h*, come mostrato in figura. Si determini la rugosità superficiale ε del serbatoio se la resistenza esercitata dal vento sul serbatoio viene misurata pari a 5.45 *N*. Dati: $\rho = 1.184\ kg/m^3$, $\nu = 1.562 \times 10^{-5}\ m^2/s$.



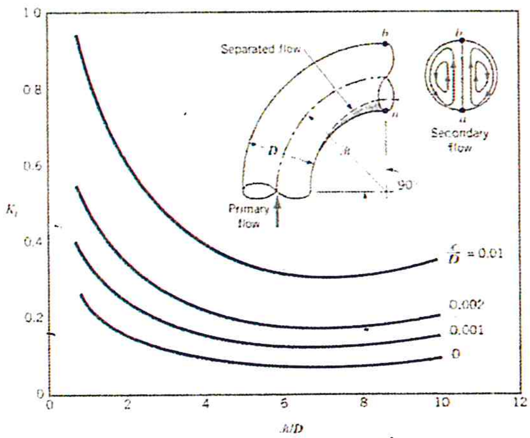
CALCOLO RE E C_D PER IDENTIFICARE ε/D DAL GRAFICO:

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{9.72\ m/s \cdot 0.643\ m}{1.562 \cdot 10^{-5}\ m^2/s} = 4 \cdot 10^5$$

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 \frac{\pi}{4} D^2} = \frac{2 \cdot 5.45\ N}{1.184\ kg/m^3\ (9.72)^2\ m^2/s^2\ \frac{\pi}{4}(0.643)^2\ m^2} = 0.3$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{D} = 1.5 \times 10^{-3} \Rightarrow \varepsilon = 1.5 \cdot 10^{-3} \cdot 0.643\ m = 9.64 \cdot 10^{-5}\ m$$

ESERCIZIO 7. Dell'acqua ($\rho = 998\ kg/m^3$) scorre in un tubo di sezione circolare e diametro D = 10 *cm*; ad un certo punto la corrente viene deviata di 90° tramite il gomito di figura, di raggio $\mathcal{R}$ = 0.8 *m*. Se la caduta di pressione attraverso il gomito è pari a 1000 *Pa*, e se l'asperità della condotta è pari ad ε = 0.2 *mm*, si calcoli la velocità media del fluido e il numero di Reynolds. La viscosità dell'acqua è $\mu = 15\cancel{\times 10}^{-6}$ *Pa s*.
10^{-3}



$$K_L = \frac{2\Delta P_L}{\rho V^2} \Rightarrow V = \sqrt{\frac{2\Delta P_L}{\rho K_L}} \qquad \frac{\varepsilon}{D} = \frac{0.0002\ m}{0.1\ m} = 0.002,\ \frac{R}{D} = \frac{0.8\ m}{0.1\ m} = 8 \Rightarrow K_L = 0.18$$

$$\Rightarrow V = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000\ Pa}{998\ kg/m^3 \cdot 0.18}} = 3.34\ m/s \Rightarrow Re = \frac{\rho V D}{\mu} = \frac{998\ kg/m^3\ 0.1\ m \cdot 3.34\ m/s}{\cancel{15} \cdot 10^{-3}\ Pa \cdot s}$$

$$= 3.3 \cdot 10^5$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

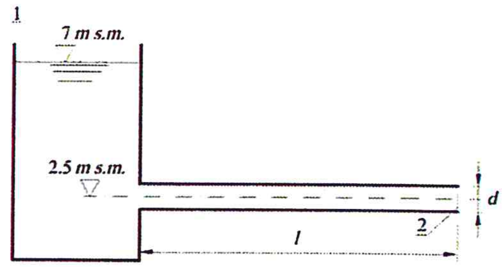
FILA C

Nome e Cognome:______________________ Matricola:__________

Compitino finale del 1/6/2016

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Un tubo con diametro d e lunghezza l esce fuori orizzontalmente da un serbatoio, 4.5 m sotto il livello del pelo libero. a) Calcolare la portata del fluido nella tubazione di figura, supposta perfettamente raccordata. Dati: $l = 90\ m$, $d = 0.14\ m$, $\varepsilon/D = 0.001$. b) Calcolare il diametro d che corrisponde alla velocità massima affinché il moto rimanga laminare.



Acqua : $\nu_{H_2O} = 10^{-6}\ \frac{m^2}{s}$

6

Eq. dell'energia: $\frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + h_L$

$P_1 = P_2 = P_{atm}$

V_1 molto basso

$h_L = f \frac{L}{D} \frac{V_2^2}{2g}$

$\mapsto \quad V_2 = \left[\frac{2g(z_1 - z_2)}{1 + f\frac{L}{D}} \right]^{1/2}$

a) Con qualche iterazione si trova $V_2 = 2.47\ \frac{m}{s}$, $Re = 3{,}4 \times 10^5$, $f = 0.021$

$\dot{V} = V_2 \frac{\pi D^2}{4} = 0{,}038\ \frac{m^3}{s}$

b) In moto laminare $f = \frac{64}{Re}$, valida finché $Re \lesssim 2300$.

Chiaramente, se cambia la resistenza di attrito, la portata cambierà.

$V_2 = \left[\frac{2g(z_1 - z_2)}{1 + \frac{64}{Re}\frac{L}{D}} \right]^{1/2} = \left[\frac{88.29\ D}{D + 2.5043} \right]^{1/2} \Rightarrow Re_{crit} = \frac{V_2 D}{\nu} = 2300 = 10^6 \left[\frac{88.29\ D^3}{D + 2.5043} \right]^{1/2}$

La soluzione dell'ultima equazione è $D = 0.53$ cm

cui corrisponde una velocità $V_2 = 0.432\ m/s$

ESERCIZIO 2. In un canale alto h in cui scorre una portata in massa $\dot{m}$ di un liquido di densità ρ e viscosità cinematica ν, delle particelle di diametro d e densità ρ_p percorrono mediamente una distanza l prima di sedimentare per effetto della gravità g. Esprimere la relazione che dà l in funzione degli altri parametri, in forma adimensionale.

4

$$l = f(h, \dot{m}, \rho, \nu, d, \rho_p, g)$$

scelgo ρ, ν, d come grandezze fondamentali dimensionalmente indipendenti

$$\begin{array}{c|ccc|} & L & M & T \\ \rho & -3 & 1 & 0 \\ \nu & 2 & 0 & 1 \\ d & 1 & 0 & 0 \end{array} = 1 \neq 0$$

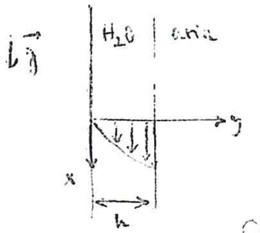
$$\pi_0 = f_1(\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4)$$

$$\underbrace{\pi_0 = \frac{l}{d} \qquad \pi_1 = \frac{h}{d}}_{\text{parametri geometrici}} \qquad \underbrace{\pi_2 = \frac{\dot{m}}{\rho d \nu}}_{\text{legato ad un numero di Reynolds}} \qquad \underbrace{\pi_3 = \frac{\rho_p}{\rho}}_{\text{rapporto di densità}} \qquad \underbrace{\pi_4 = \frac{g d^3}{\nu^2}}_{\text{legato ai numeri di Reynolds e Froude}}$$

ESERCIZIO 3. Si consideri una corrente d'acqua a pelo libero, laminare e stazionaria, che scorre su una parete verticale piana di lunghezza e profondità infinita. Si ipotizzi che la pressione atmosferica che agisce sul pelo libero sia uniforme. Si ipotizzi inoltre che lo sforzo tangenziale fra acqua e aria in corrispondenza del pelo libero sia nullo. Assegnata la portata in massa per unità di profondità $Q = 0.5$ *kg/(ms)*, determinare; a) lo spessore h della corrente d'acqua; b) lo sforzo tangenziale a parete; c) la velocità in corrispondenza del pelo libero; d) la velocità media e il numero di Reynolds basato su tale velocità media e sullo spessore della corrente. Si sostituisca poi al pelo libero una parete solida. Si determini quale dovrebbe essere la velocità di tale parete per ottenere una portata nulla. $\nu = 10^{-6}\ m^2/s$

$\rho = 10^3\ kg/m^3$

7



N.S. lungo x: $\quad g + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0 \quad \rightarrow \quad u = -\frac{g}{2\nu} y^2 + Ay + B$

$u(0) = 0 \rightarrow B = 0$

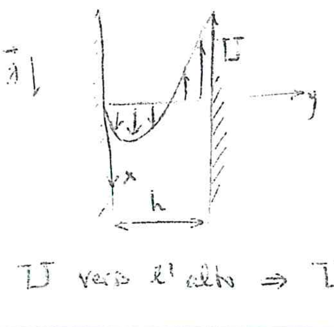
$\left.\frac{du}{dy}\right|_h = 0 \rightarrow A = \frac{gh}{\nu} \quad \mapsto \quad u = -\frac{g}{\nu} y \left(\frac{y}{2} - h\right)$

$$Q = \rho \int_0^h u\, dy = \dots \frac{1}{3} \frac{\rho g h^3}{\nu} = 0.5 \frac{kg}{ms} \Rightarrow h = 0.535\ mm$$

$$\tau_w = \mu \left.\frac{du}{dy}\right|_0 = \rho g h = 5.246\ Pa \quad ; \quad u(h) = \frac{gh^2}{2\nu} = 1.404\ \frac{m}{s}$$

$$u_{media} = \frac{Q}{\rho h} = 0.936\ \frac{m}{s} \quad ; \quad Re = \frac{u_{media}\, h}{\nu} = 500$$

In presenza di una parete mobile in $y = h$:



$$u = -\frac{g}{2\nu} y^2 + Ay \qquad u(h) = -\frac{g}{2\nu} h^2 + Ah = U$$

$$A = \frac{U}{h} + \frac{gh}{2\nu}$$

Portata nulla: $\int_0^h u\, dy = 0 = -\frac{g}{6\nu} h^3 + \frac{g}{4\nu} h^3 + \frac{Uh}{2}$

$$U = -\frac{gh^2}{6\nu} = -0.468\ \frac{m}{s}$$

U verso l'alto $\Rightarrow U < 0$

ESERCIZIO 4. Dalla ciminiera di un cementificio fuoriescono piccole particelle di polvere. Le particelle sono approssimativamente sferiche, con raggi nell'intervallo $10^{-5} - 10^{-7}$ *m*. La densità delle particelle è di 1500 *kg/m³*; la viscosità dell'aria vale 15 x 10^{-6} *Pa s* e la sua densità è di 1.2 *kg/m³*. Specificando le ipotesi fatte, calcolare l'altezza della ciminiera se il tempo che le particelle più grandi impiegano per raggiungere terra è un'ora. Nella realtà, le particelle più piccole arriveranno effettivamente a terra? Quali possono essere gli effetti delle correnti termiche e del vento su di esse?

Supponiamo di essere in moto di Stokes in regime permanente : 3

$$6\pi\mu_{aria} V R + \rho_{aria}\, g\, \frac{4}{3}\pi R^3 = \rho_{particella}\, g\, \frac{4}{3}\pi R^3$$

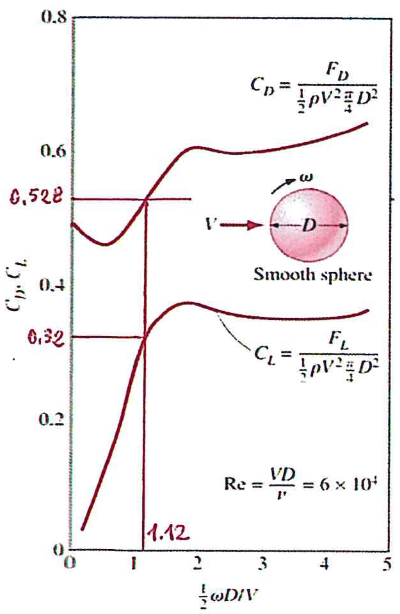
$$V = \frac{2}{9} g R^2 \frac{\rho_p - \rho_a}{\mu_a} = 0.0218 \ \frac{m}{s}$$ per particelle "grandi" $(R = 10^{-5}\ m)$

Verifica : $Re = \frac{2R\,V}{\nu} = 0.035 \ll 1$

$$t \sim \frac{h}{V} \Rightarrow h_{ciminiera} \approx V \cdot 3600 = 78.4\ m$$

Alcune particelle possono rimanere in sospensione (senza cadere mai a terra) per effetto di gradienti termici (convezione naturale) e del vento.

ESERCIZIO 5. Una palla da golf di diametro D = 5 cm si sposta in aria a 15 m/s ruotando attorno al proprio asse. La resistenza misurata è *0.14 N*. Si valuti la frequenza *f* (in *Hz*) di rotazione, e la forza di portanza sulla pallina. La viscosità dell'aria vale 15 x 10^{-6} *Pa s* e la sua densità è di 1.2 *kg/m³*.



3

$$Re = \frac{\rho V D}{\mu} = 6 \times 10^4$$ si può quindi usare il grafico

$$C_D = 0.528$$

$$\downarrow$$

$$\frac{1}{2}\omega\frac{D}{V} = 1.12 \qquad \omega = 672\ \frac{rad}{s} \qquad f = 107\ Hz$$

$$L = C_L \cdot \frac{1}{2}\rho V^2 \frac{\pi D^2}{4} \quad \text{con} \quad C_L = 0.32$$

$$\rightarrow \quad L = 0.035\ N$$

ESERCIZIO 6. Mostrare che il numero di Reynolds può essere interpretato come il rapporto fra forze di inerzia e forze viscose. Interpretare come rapporto tra forze anche i numeri di Froude e Weber. Giustificare le risposte.

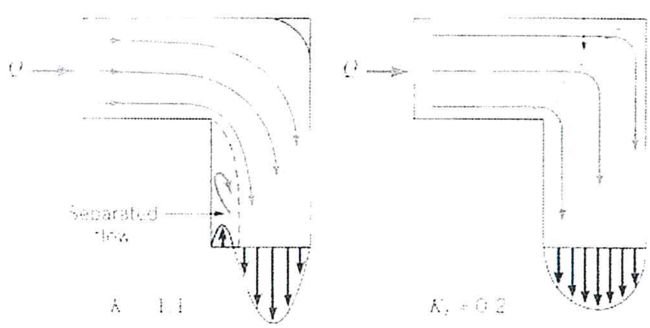
4

$$Re = \frac{\rho U L}{\mu} = \frac{\rho U^2 L^2}{\mu U L} = \frac{\text{forze inerzia}}{\text{forze viscose}}$$

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gL}} \qquad Fr^2 = \frac{U^2}{gL} = \frac{\rho U^2 L^2}{\rho g L^3} = \frac{\text{forze inerzia}}{\text{forze peso}}$$

$$We^{+2} = \frac{\rho U^2 L}{\sigma_s} = \frac{\rho U^2 L^2}{\sigma_s L} = \frac{\text{forze inerzia}}{\text{forze di tensione superficiale}} \qquad \left(We = \frac{U}{(\sigma_s/\rho L)^{1/2}} \right)$$

ESERCIZIO 7. Si spieghi perché il coefficiente di perdita concentrata K_L associato ai variatori di direzione del flusso ad angoli retti di figura è, nel caso dell'immagine di sinistra, superiore al caso dell'immagine di destra (quest'ultima configurazione contiene delle guide, "*guide vanes*"). Quanto vale la caduta di pressione nei due casi, se il fluido che scorre è acqua (ρ = 1000 kg/m^3) con velocità media U = 3 m/s.



3

Nell'immagine di sinistra il flusso non è guidato e il moto è caratterizzato da regioni di ricircolazione, con formazione di vortici. Viene quindi spesa energia per generare vortici; energia spesa inutilmente e poi dissipata per effetto della viscosità. Nel caso di destra il flusso è guidato e la dissipazione viscosa negli strati limite che si formano nelle guide è molto minore di quella del caso a sinistra.

$$\Delta P_{sx} = K_L \, \rho \, \frac{V^2}{2} = 4950 \text{ Pa}$$

$$\Delta P_{dx} = 900 \text{ Pa}$$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

FILA D

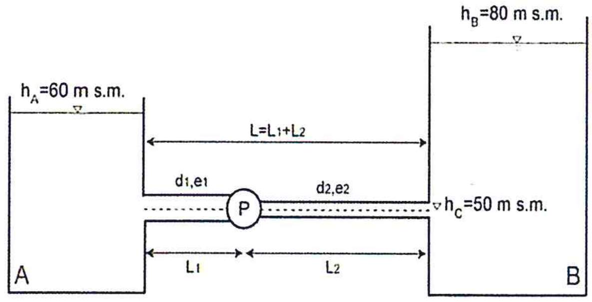
Nome e Cognome: SOLUZIONE Matricola:

Compitino finale del 1/6/2016

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

4 pt

ESERCIZIO 1. L'impianto idraulico indicato in figura viene utilizzato per sollevare una portata $Q = 0.4\ m^3s^{-1}$ di acqua ($\gamma = 9810\ N\ m^{-3}$, $\nu = 10^{-6}\ m^2\ s^{-1}$) ed è costituito da due serbatoi (supposti entrambi a livello costante), collegati da due tubazioni di lunghezza complessiva $L = 800\ m$. Le due tubazioni sono collegate da una pompa P e sono caratterizzate da: diametro $d_1 = 0.4\ m$, $d_2 = 0.35\ m$, scabrezza equivalente $\varepsilon_1 = 0,002\ m$, $\varepsilon_2 = 0.00175\ m$, (indicate come e_1 ed e_2 in figura), lunghezza $L_1 = 300\ m$, $L_2 = 500\ m$. Siano inoltre: $h_A = 60\ m$, $h_B = 80\ m$, $h_C = 50\ m$, le quote dei due serbatoi e degli assi delle due tubazioni rispetto al livello del mare (*m.s.m.*). Si determini la potenza assorbita dalla pompa (per un rendimento η = 0.8).



Equazione energia A − B:

$$\frac{p_A}{\gamma} + \frac{V_A^2}{2g} + h_A + h_{pump} =$$

$$= \frac{p_B}{\gamma} + \frac{V_B^2}{2g} + h_B + h_{Loss}$$

$$p_A = p_B \quad , \quad V_A = V_B \cong 0$$

$$G = V_1 \frac{\pi D_1^2}{4} = V_2 \frac{\pi D_2^2}{4}$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{4G}{\pi D_1^2} \cong 3.18\ [m/s]$$

$$V_2 = \frac{4G}{\pi D_2^2} \cong 4.16\ [m/s]$$

$$Re_1 = \frac{V_1 D_1}{\nu} \cong 1.27 \cdot 10^6 \quad , \quad Re_2 = \frac{V_2 D_2}{\nu} \cong 1.45 \cdot 10^6$$

$$\frac{\varepsilon_1}{D_1} = 0.005 \quad , \quad \frac{\varepsilon_2}{D_2} = 0.005 \quad . \quad \text{Moody} \Rightarrow f_1 \cong f_2 \cong 0.03$$

$$h_{Loss} = h_{Loss\,1} + h_{Loss\,2} = f_1 \frac{L_1}{D_1} \frac{V_1^2}{2g} + f_2 \frac{L_2}{D_2} \frac{V_2^2}{2g} \cong 49.38\ [m]$$

$$h_{pump} = \eta \frac{\dot{W}_{pump}}{\gamma G} \Rightarrow \boxed{\dot{W}_{pump} = \frac{\gamma G}{\eta} \cdot (h_B - h_A + h_{Loss}) \cong 340\ [kW]}$$

5 pti

ESERCIZIO 2. Si vuole provare il modello di un aereo subsonico in una galleria del vento pressurizzata con aria a temperatura uguale a quella nelle condizioni reali. Sapendo che le dimensioni lineari del modello sono la metà di quelle reali, si calcoli il rapporto tra la pressione di prova nella galleria e quella reale, adottando le opportune ipotesi circa la dipendenza delle proprietà del fluido (ρ, μ e c_s, velocità del suono) dalla pressione. Si calcoli inoltre il rapporto tra le forze sul modello e sull'aereo a dimensione reale.

Si desidera realizzare similitudine dinamica:

$$\begin{cases} Ma_{modello} = \dfrac{U_m}{C_m} = \dfrac{U_p}{C_p} = Ma_{prototipo} \\ Re_{modello} = \dfrac{\rho_m U_m L_m}{\mu_m} = \dfrac{\rho_p U_p L_p}{\mu_p} = Re_{prototipo} \end{cases}$$

Si assume: $\rho \propto p$, $\mu, c \neq f(p)$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow Ma_m = Ma_p \Rightarrow U_p = U_m$.

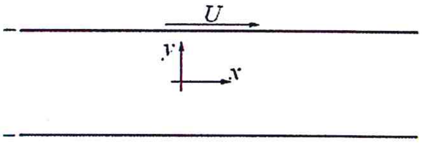
$Re_m = Re_p \Rightarrow \boxed{\dfrac{p_m}{p_p}} = \underbrace{\dfrac{U_p}{U_m}}_{=1} \cdot \underbrace{\dfrac{\mu_m}{\mu_p}}_{=1} \cdot \dfrac{L_p}{L_m} = \boxed{2}$.

$\overset{modello}{Ne} = \overset{prototipo}{Ne} \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{\dfrac{F_m}{F_p}} = \dfrac{\rho_m \overset{=1}{\cancel{U_m^2}} L_m^2}{\rho_p \cancel{U_p^2} L_p^2} \simeq \dfrac{p_m}{p_p}\left(\dfrac{L_m}{L_p}\right)^2 = \boxed{\dfrac{1}{2}}$

5 pti

ESERCIZIO 3. E' dato un canale piano, di lunghezza e profondità infinita, posto orizzontalmente, di altezza H = 1.51 *mm*, delimitato da una parete inferiore fissa e da una parete superiore mobile con velocità orizzontale, costante e positiva U = 0.31 *m/s*, in presenza di un gradiente di pressione dp/dx. Il canale contiene acqua in condizioni standard (μ_{H2o} = 10^{-3} *Pa s*). Determinare *a*) per quale condizione la portata nel canale risulta nulla; per tali condizioni si calcoli *b*) lo sforzo tangenziale sulla parete inferiore.



N. S. si riduce a: $\mu \dfrac{d^2u}{dy^2} = \dfrac{dp}{dx}$ con C.C. $\begin{cases} u(y=0) = 0 \\ u(y=H) = U \end{cases}$

Risolvendo si trova $u(y) = \dfrac{y}{H} U + \dfrac{1}{2\mu}\dfrac{dp}{dx}(y^2 - H \cdot y)$

a) $G = \int_0^H u(y)\, dy = 0 \Rightarrow \boxed{\dfrac{dp}{dx} = \dfrac{6\mu U}{H^2} \cong 816 [Pa/m]}$

$\Rightarrow u(y)\big|_{G=0} = U\left(3 y^2/H^2 - 2\, y/H\right)$

b) $\boxed{\tau_w} = \mu \dfrac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y=0} = \mu U\left(6\, y/H^2 - 2/H\right)\bigg|_{y=0} =$

$= \boxed{-\mu 2U/H \cong -0.41 [Pa]}$

3 pti

ESERCIZIO 4. Delle particelle di polvere hanno approssimativamente la densità dell'acqua. Calcolare la velocità limite delle particelle che hanno un diametro pari a:

1. 10^{-3} m
2. 10^{-4} m
3. 10^{-5} m

Calcolare il numero di Reynolds approssimato per ogni caso, e spiegare se la semplice formula di Stokes è valida per ciascuno di questi casi. La viscosità dell'aria vale 16×10^{-6} *Pa s* e la sua densità è di 1.1 *kg/m*^{3}.

Bilancio: $\frac{\pi d^3}{6} g \rho_p = \frac{\pi d^3}{6} g \rho_a + 3\pi\mu_a U d$ p: particella   a: aria

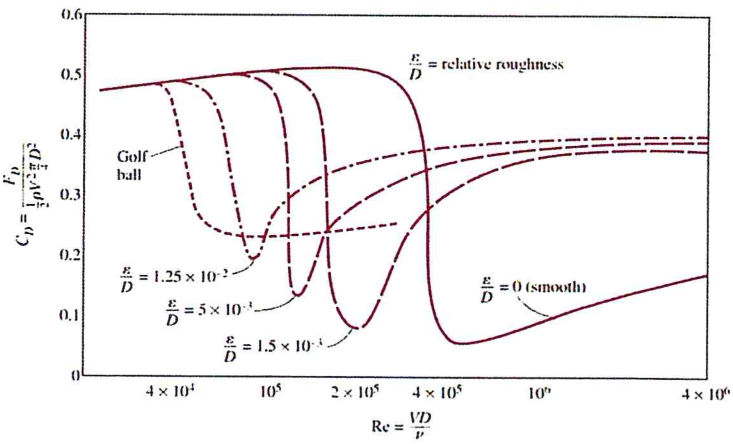
$$\rightarrow U = \frac{g(\rho_p - \rho_a)d^2}{18\mu_a}, \quad Re = \frac{U d \rho_a}{\mu_a}$$

Caso	U[m/s]	Re
1.	34	2340
2.	0.34	2.34
3.	$3.4 \cdot 10^{-3}$	$2.34 \cdot 10^{-3}$

Formula di Stokes è valida nel caso 3.

4 pti

ESERCIZIO 5. Una palla da golf di diametro D viene colpita e si sposta in aria con una velocità di 10 *m/s*. La densità dell'aria è 1.2 *kg/m*^{3} e la viscosità cinematica è $\nu = 1.5 \times 10^{-5}$ *m*^{2}*/s*. Se la resistenza incontrata dalla pallina nel suo movimento è pari a 0.254 *N*, quanto vale il diametro della pallina?



Soluzione iterativa:

- ipotizzo il diametro D
- calcolo $Re = \frac{U \cdot D}{\nu}$
- estrapolo C_D dal grafico
- verifico $F_D = \frac{1}{2}\rho_a C_D U^2 \frac{\pi D^2}{4}$ oppure $D = \sqrt{\frac{8 F_D}{\rho_a U^2 \pi C_D}}$

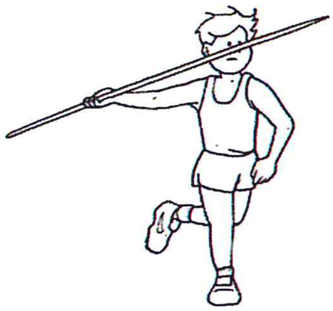
$\Rightarrow \boxed{D \cong 0.15 [m]}$

) pti

ESERCIZIO 6. Scrivere le equazioni di Navier-Stokes, di Eulero, di Bernoulli, di Stokes e quella per il caso di moto potenziale, sempre nell'approssimazione di moto incomprimibile, e spiegare la differenza tra i cinque casi.

) pti

ESERCIZIO 7. Un giavellotto di lunghezza L = 2 *m* e diametro che varia come d(x) = C x (L - x), con d(L/2) = 2 *cm* e C costante, viene lanciato con una velocità V = 20 *m/s*. Determinare la forza di resistenza esercitata dall'aria sul giavellotto nell'ipotesi che si sviluppi uno strato limite laminare su tutta la geometria, con sforzi tangenziali pari a $\tau_w(x) = 0.332\, \rho V^2\, Re_x^{-1/2}$ e $Re_x = Vx/\nu$. La densità dell'aria è ρ = 1.2 kg/m^3 e la viscosità cinematica è $\nu = 1.5 \times 10^{-5}$ m^2/s.



$$d(L/2) = 0.02\,[m] = C\,\frac{L}{2}\left(L - \frac{L}{2}\right) \Rightarrow C = 0.02\,[m^{-1}]$$

$$F_D = \int_0^L \tau_w(x)\,\pi d(x)\,dx = \underbrace{0.332\,\rho V^2 \sqrt{\frac{\nu}{V}}\,\pi C}_{K} \int_0^L \sqrt{x}\,(L-x)\,dx$$

$$= K \cdot \left(L\,\frac{2}{3} L^{3/2} - \frac{2}{5} L^{5/2}\right) \cong 0.013\,[N]$$