UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

FILA A

Nome e Cognome:____________________________ Matricola:____________

Compitino parziale del 3/4/2015

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Si dimostri che le linee di corrente per il moto non stazionario:

$$u = u_0 t,\ v = v_0 t,\ w = 0,\quad u_0, v_0 > 0$$

sono linee rette, ed ogni particella fluida segue una traiettoria rettilinea nello spazio, al passare del tempo.

linee di corrente: $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$ $\quad \frac{dx}{u_0 \cancel{t}} = \frac{dy}{v_0 \cancel{t}}$ $\quad v_0 x = u_0 y + \text{cost.}$: linee rette

traiettorie: $\frac{dx}{u_0 t} = dt$ $\quad x = u_0 \frac{t^2}{2} + c_1$

$\frac{dy}{v_0 t} = dt$ $\quad y = v_0 \frac{t^2}{2} + c_2$

$\frac{t^2}{2} = \frac{x - c_1}{u_0}$ $\mapsto$ $y = v_0 \frac{x - c_1}{u_0} + c_2$

linee rette

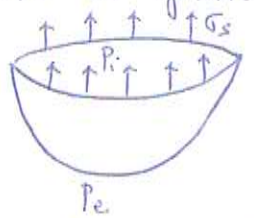
ESERCIZIO 2. Quanto valgono la pressione relativa (a) e la pressione assoluta (b) dell'acqua ad una profondità di 12 m sotto il pelo libero? Si assuma ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3 e p_{atm}=101 kN/m^2.

$$P_{gage} = \rho g h = 1000 \times 9.81 \times 12 = 117720 \ \text{Pa}$$

$$P = P_{atm} + P_{gage} = 218 \ \text{kN/m}^2$$

ESERCIZIO 3. Si dimostri la legge di Laplace – che lega la differenza tra la pressione interna ed esterna con la tensione di superficie - per una goccia d'acqua sospesa in aria in assenza del campo di gravità. Come cambia la forma della goccia nel campo di gravità? Si faccia uno schizzo e si giustifichi la risposta data.

Assenza di gravità:

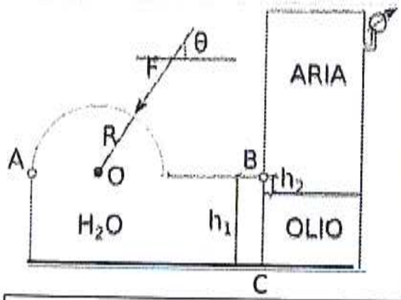


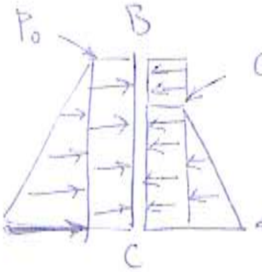
$\mapsto P_i - P_e = \frac{2\sigma_s}{R}$

$(P_i - P_e)\pi R^2 = \sigma_s 2\pi R$

In presenza di gravità il fluido non si distribuisce uniformemente in un volume sferico (forma "a goccia") e il bilancio di forze deve tener conto del peso dell'acqua.

ESERCIZIO 4. Si consideri la situazione di figura, con due recipienti chiusi, l'uno contenente olio ed aria ed il secondo acqua, separati dalla paratoia verticale BC incernierata in B, in equilibrio. Il recipiente con l'olio è pressurizzato e il manometro fornisce una lettura della pressione relativa pari a 0.2 bar. Si calcoli la pressione nel punto O del recipiente contenente acqua. Si calcoli poi la minima forza F esterna (modulo e verso) necessaria a mantenere chiusa la paratoia semicilindrica incernierata in A. Dati: ρ_{acqua} = 998 kg/m^3; SG_{olio}= 0.6; θ = 30°; h_1 = 70 cm; h_2 = 10 cm; R = 0.5 m (raggio paratoia); profondità unitaria.





0.2×10^5 Pa

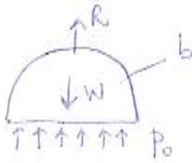
$0.2\times10^5 + 0.6 \times 998 \times 9.81 \times 0.6 = 23524$ Pa

$M_{destra} = 2\times10^4 \times 0.7 \times 0.35 + \frac{3524}{2} \times 0.6 \times \left(\frac{2}{3}0.6 + 0.1\right) = 5428.7$ Nm

$M_{sinistra} = P_0 \times 0.7 \times 0.35 + 998 \times 9.81 \times 0.35 \times 0.7 \times \frac{2}{3}0.7$

$= 0.245\, P_0 + 1119.4$

$\Rightarrow P_0 = \frac{5428.7 - 1119.4}{0.245} = 17589$ Pa

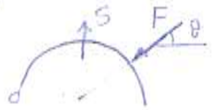


blocco acqua

R = reazione paratoia su acqua

$R + P_0 \times 1 = \pi \frac{0.5^2}{2} 998 \times 9.81 \Rightarrow R = -13744$ N

La reazione della paratoia è quindi verso il basso e la spinta dell'acqua è verso l'alto

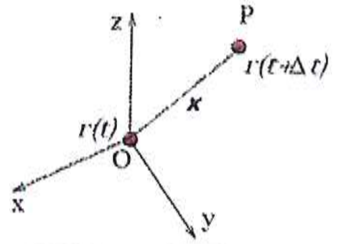


S = spinta acqua

$F \sin\theta\, R = S R$ (raggio)

$F = \frac{13744}{\sin 30} = 27489$ N

ESERCIZIO 5. Si consideri il moto di una particella dal punto O (di coordinate arbitraria) al punto P che le sta vicino. Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, ***x*** = (dx, dy, dz), con un moto che, nell'intorno di O, è un semplice moto di taglio, **u** = (βy, 0 , 0), si calcoli il moto in P come somma di un moto di traslazione, rotazione e deformazione. Si esplicitino tutti i termini e si scrivano anche i tensori **Ω** e **E**.



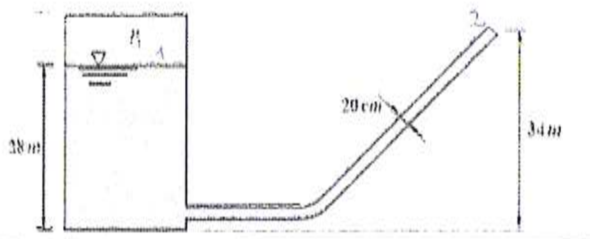
$\underline{u}_P = \underline{u}_O + \nabla \underline{u}|_O \cdot \underline{x} = \underline{u}_O + \underline{\underline{\Omega}} \cdot \underline{x} + \underline{\underline{E}} \cdot \underline{x}$

$\underline{\underline{\Omega}}$, componenti $\omega_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$ tensore velocità di rotazione

$\underline{\underline{E}}$, componenti $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$ tensore velocità di deformazione

$\underline{\underline{\Omega}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & \beta & 0 \\ -\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$; $\underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & \beta & 0 \\ \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$\underbrace{\underline{u}_P = \underline{u}_O}_{\text{traslazione}} + \underbrace{\left(\frac{1}{2}\beta dy, -\frac{1}{2}\beta dx, 0\right)}_{\text{rotazione}} + \underbrace{\left(\frac{1}{2}\beta dy, \frac{1}{2}\beta dx, 0\right)}_{\text{deformazione}}$



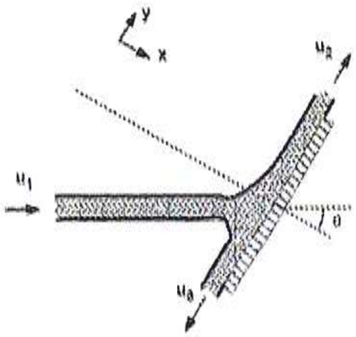
ESERCIZIO 6. In un dato istante, dal serbatoio di figura fluisce una portata di 30 l/s di acqua. Determinare il valore della pressione relativa p_1 del gas nel serbatoio, nell'ipotesi che non ci siano attriti nel condotto né perdite di altro tipo.

Bernoulli : $P_1 = \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g (34-28)$

$$\dot{V} = 30 \ \frac{dm^3}{s} = 3 \times 10^{-2} \ \frac{m^3}{s} \rightarrow V_2 = \frac{4 \times 3 \times 10^{-2}}{\pi \times 0.2^2} = 0.955 \ \frac{m}{s}$$

$$P_1 = \frac{1}{2} 998 \times (0.955)^2 + 998 \times 9.81 \times 6 = 59197 \ Pa$$

ESERCIZIO 7. Un getto d'acqua orizzontale di sezione pari a 2 x 10^3 mm^2 e velocità u_1 = 15 m/s colpisce una lastra piana inclinata θ = 30°, come indicato in figura. Il getto è tale che non ci sono perdite laterali, e il piatto viene mantenuto fermo. Si spieghi perché le velocità medie u_2 e u_3 di figura sono uguali ad u_1 (variazioni di quota e attrito sono trascurabili). Si calcoli la forza esercitata dall'acqua sulla lastra in direzione x (normale alla lastra). Si calcoli il rapporto tra la quantità di fluido che fluisce verso l'alto rispetto a quello che fluisce verso il basso ($\dot{V}_2/\dot{V}_3$). Per quest'ultima domanda, ricordando che l'attrito è trascurabile, si imponga uguale a zero la forza tangenziale sulla lastra (in direzione y).



Bernoulli : $P_1 + \frac{1}{2}\rho u_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho u_2^2 = P_3 + \frac{1}{2}\rho u_3^2 \Rightarrow u_1 = u_2 = u_3$

(perché $P_1 = P_2 = P_3 = P_{atm}$)

$\dot{V}_1 = \dot{V}_2 + \dot{V}_3 \Rightarrow \boxed{A_1 = A_2 + A_3}$ $\qquad \dot{V}_1 = A_1 u_1 = 2 \times 10^{-3} \times 15 = 0.03 \ \frac{m^3}{s}$

Usando gli assi di figura, l'equazione della quantità di moto fornisce :

$F_x = \rho \dot{V}_1 (-u_1 \sin 60°) = -390 \ N$ (forza sul fluido) . La forza sulla lastra vale $S_x = +390 \ N$

$F_y = \rho u_2^2 A_2 - \rho u_3^2 A_3 - \rho u_1^2 A_1 \cos 60° = 0$ (perché in assenza di attriti la forza tangenziale sulla lastra si annulla)

$\hookrightarrow \boxed{A_2 - A_3 - A_1 \cos 60° = 0}$

$A_3 + A_1 \cos 60° = A_1 - A_3 \Rightarrow 4 A_3 = A_1 \Rightarrow \frac{A_3}{A_2} = \frac{1}{3} \Rightarrow \boxed{\frac{\dot{V}_2}{\dot{V}_3} = 3}$

ESERCIZIO 8. In un tratto rettilineo (lungo L = 10 m) di un condotto con sezione circolare costante, si instaura un moto completamente sviluppato (cioè con profilo di velocità invariante nella direzione del moto) e viene misurato localmente uno sforzo di parete $\tau_w = 10^3$ Pa. Se il raggio della sezione del condotto è r = 20 cm, quanto valgono la forza di attrito totale e la differenza di pressione tra ingresso e uscita?

$F_{attrito} = \tau_w \, 2\pi r L = 12566 \ N$

$\tau_w \, 2\cancel{\pi} \cancel{r} L = (P_1 - P_2) \cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \qquad P_1 - P_2 = \frac{2 L \tau_w}{r} = \frac{2 \times 10^4}{0.2} = 10^5 \ Pa$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

FILA B

Nome e Cognome:____________________________Matricola:____________

Compitino parziale del 3/4/2015

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. A che profondità sotto lo superficie dell'olio (di densità relativa SG = 0.8), viene prodotta una pressione relativa pari a 120 kN/m^2? Questa ~~profondità~~ pressione corrisponderebbe a quale profondità se il fluido fosse acqua? Si assuma ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3.

$P_{gage} = \rho_{olio}\, g\, h$ $\qquad h_{olio} = \dfrac{120 \times 10^3}{800 \times 9.81} = 15,3 \text{ m}$

$h_{acqua} = \dfrac{120 \times 10^3}{10^3 \times 9.81} = 12.2 \text{ m}$

ESERCIZIO 2. Si dimostri che le linee di corrente per il moto non stazionario:

$$u = kt^2,\ v = 0, \quad w = w_0, \qquad w_0, k > 0$$

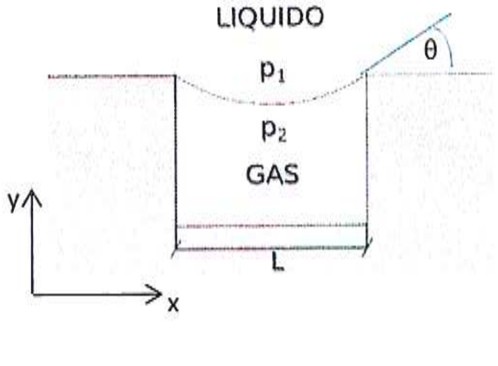
sono linee rette, mentre ogni particella fluida segue una traiettoria con legge cubica nello spazio, al passare del tempo.

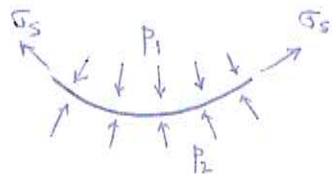
Linee di corrente: $\dfrac{dx}{u} = \dfrac{dy}{v} = \dfrac{dz}{w}$ $\qquad \dfrac{dx}{kt^2} = \dfrac{dz}{w_0}$ con t parametro (NON variabile)

$\rightarrow z = \dfrac{w_0}{kt^2} x + \text{cost.}$ Rette

Traiettorie: $\dfrac{dx}{kt^2} = dt$; $\dfrac{dz}{w_0} = dt$ $\Big\langle\ \begin{array}{l} x = k\dfrac{t^3}{3} + x_0 \\ z = w_0 t + z_0 \end{array}$ $\mapsto$ $x = \dfrac{k}{3}\left(\dfrac{z - z_0}{w_0}\right)^3 + x_0$

ESERCIZIO 3. Si consideri la situazione di figura (profondità lungo z unitaria e configurazione invariante lungo z) in cui si forma un'interfaccia in equilibrio tra una fase liquida ed una fase gassosa, con entrambe le fasi a riposo e l'interfaccia, con raggio di curvatura costante, attaccata ai due spigoli del solido (in grigio). Si disegnino le forze in gioco e si scriva quanto vale $p_1 - p_2$ in assenza di gravità.

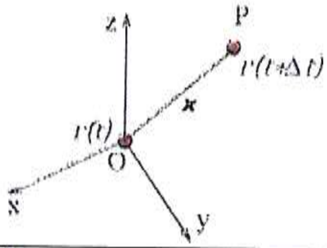




$\boxed{P_1 - P_2 = \dfrac{2\sigma_s}{L}\sin\theta}$

$(P_1 - P_2) \times L \times 1 = 2\,\sigma_s \times 1 \times \sin\theta$

ESERCIZIO 4. Si consideri il moto di una particella dal punto O (di coordinate arbitraria) al punto P che le sta vicino. Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, $\boldsymbol{x} = (dx, dy, dz)$, con un moto che, nell'intorno di O, è un semplice moto di taglio, $\mathbf{u} = (0, \beta x, 0)$, si calcoli il moto in P come somma di un moto di traslazione, rotazione e deformazione. Si esplicitino tutti i termini e si scrivano anche i tensori $\boldsymbol{\Omega}$ e $\mathbf{E}$.

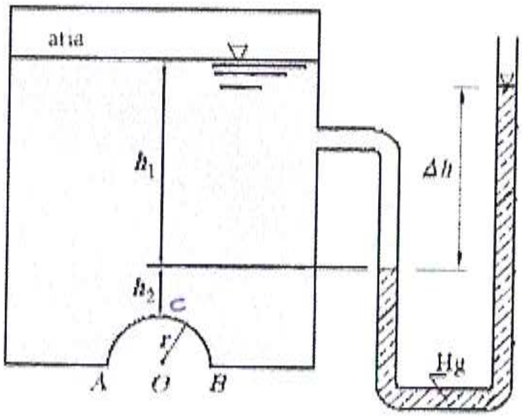


$$\underline{\underline{\Omega}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -\beta & 0 \\ \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & \beta & 0 \\ \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\underline{u}_P = \underline{u}_0 + \underline{\nabla}\,\underline{u}\big|_0 \cdot \underline{x} = \underline{u}_0 + \underline{\underline{\Omega}} \cdot \underline{x} + \underline{\underline{E}} \cdot \underline{x} = \text{traslaz.} + \text{rotaz.} + \text{deform.}$$

$$= (0, \beta x, 0)\big|_0 + \frac{1}{2}(-\beta\, dy, \beta\, dx, 0)\big|_0 + \frac{1}{2}(\beta\, dy, \beta\, dx, 0)\big|_0$$

$$\left(= (0, \beta x, 0)\big|_0 + (0, \beta\, dx, 0)\big|_0 = \underline{u}_0 + \frac{\partial \underline{u}}{\partial x}\Big|_0 dx \right)$$



ESERCIZIO 5. Determinare la spinta dell'acqua sul fondello semisferico AB di figura. Il fluido ausiliario nel piezometro è mercurio.

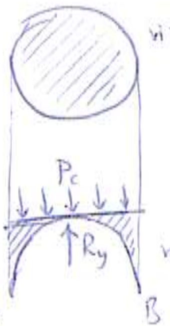
Dati: γ = 9806 N/m^3 (peso specifico dell'acqua), γ_{Hg} = 133 x 10^3 N/m^3 (peso specifico del mercurio), h_1 = 4 m; Δh = 22 x 10^{-2} m; h_2 = 1 m; r = 1 m.

Tutte le spinte elementari sulla semisfera AB sono radiali; le componenti orizzontali sono simmetriche e si elidono. La risultante è verticale e ha retta di azione passante per O. Chiaramente la spinta dell'acqua ha "verso" verso il basso.

$$P_{aria} = \rho_{Hg}\, g\, \Delta h - \rho g h_1 = -9964 \text{ Pa} \quad \text{(pressione relativa negativa)}$$

$$P_C = P_{aria} + \rho g (h_1 + h_2) = \rho_{Hg}\, g\, \Delta h + \rho g h_2 = 39066 \text{ Pa}$$

Isolo un volume cilindrico di fluido attorno alla semisfera.



Bilancio verticale:

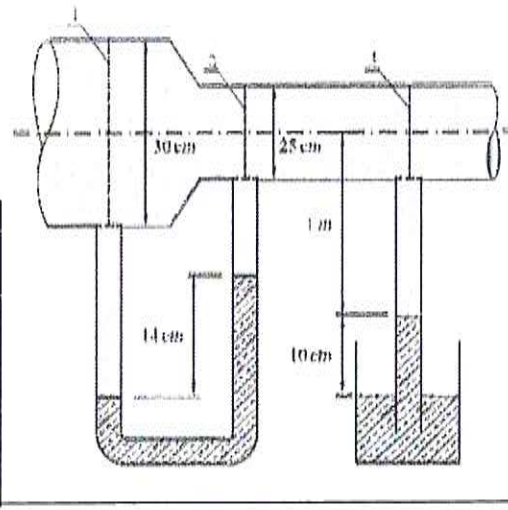
$$P_c \pi R^2 + \underset{\text{peso fluido}}{W} = \underset{\text{reazione della parete}}{R_y}$$

$$|F_y| = \text{spinta acqua} = |R_y| =$$

$$= 39066 \times \pi R^2 + \gamma\left(\pi R^2 \cdot R - \frac{2}{3}\pi R^3\right) =$$

$$= 133 \text{ kN}$$

ESERCIZIO 6. Nella tubazione orizzontale di figura scorre acqua. Supponendo il fluido perfetto (moto senza attriti), determinare la portata $\dot{V}$ ed il valore della pressione relativa nelle sezioni 1, 2 e 3, sull'asse della tubazione. Il fluido ausiliario è mercurio ($SG_{Hg} = 13.6$; $\rho_{H2o} = 998\ kg/m^3$).



$P_1 + \rho g a - \rho_{Hg} \cdot g \cdot 0.14 = P_2 + \rho g b$ $\quad a - b = 0.14\ m$

$P_1 - P_2 = 0.14\, g(\rho_{Hg} - \rho)$

dalla conserv. di massa

Bernoulli: $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho\, v_1^2 \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4$

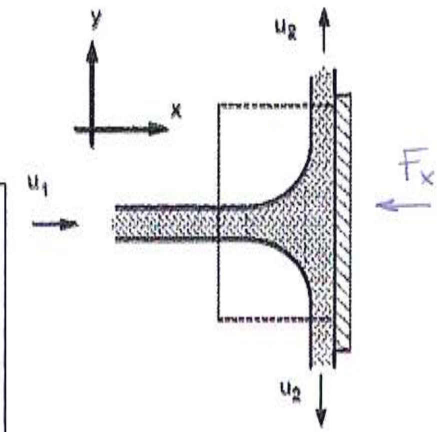
$0.14\, g(\rho_{Hg} - \rho) = \frac{1}{2}\rho v_1^2 \left[\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1\right] \Rightarrow v_1 = 5.68\ \frac{m}{s}$

$\dot{V} = \frac{\pi d_1^2}{4} v_1 = \frac{\pi \cdot 0.3^2}{4} \times 5.68 = 0.401\ \frac{m^3}{s}$

$P_1 = P_2 + 0.14 \times 9.81 \times 12.6 \times 998 =$
$= -5.84\ kPa$

$P_2 = P_3$ (no attriti) $\quad P_3 = -\rho g 1 - \rho_{Hg} g\, 0.1 = -23.1\ kPa$

ESERCIZIO 7. La forza esercitata da un getto d'acqua di sezione circolare e diametro 25 mm contro una lastra piana è 650 N (forza unicamente nella direzione x, normale alla lastra; gli attriti sono trascurabili e non ci sono quindi forze in direzione y). Quanto vale la portata d'acqua in m³/s?



$F_x = \rho \dot{V} (-u_1)$ $\quad F_x$ forza sull'acqua

$-650 = 1000\, \dot{V}(-u_1)$

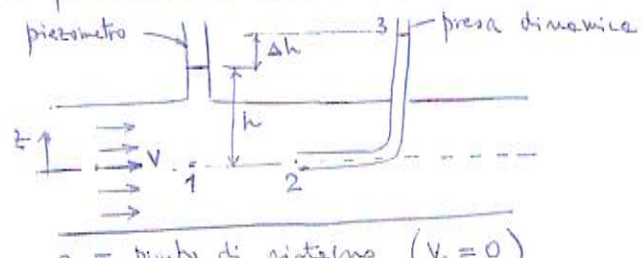
$\dot{V} = \frac{\pi d^2}{4} u_1 \quad \mapsto -650 = -1000 \frac{\pi d^2}{4} u_1^2$

$= -1000\, \dot{V}^2 \frac{4}{\pi d^2}$

$\dot{V} = \sqrt{\frac{\pi (25 \times 10^{-3})^2\, 650}{4 \times 1000}} = 0.0179\ \frac{m^3}{s} = 17.9\ \frac{l}{s}$

ESERCIZIO 8. Si spieghi cosa è un tubo di Pitot e se ne descriva il principio di funzionamento.

Il tubo di Pitot misura una velocità locale tramite la misura di una differenza di pressione. Il tubo di Pitot deve essere allineato con il moto.



2 = punto di ristagno ($V_2 = 0$)

Il punto 1 deve essere sufficientemente a monte della presa dinamica.

Si lavora con P_{gage}. Il moto è orizzontale, quindi nella sezione trasversale al punto 1 la distribuzione di pressione è uguale a quella di un fluido in quiete:

$P_1 = \rho g h$

1-2: $P_1 + \frac{1}{2}\rho v^2 = P_2$

2-3: $P_2 = \rho g (h + \Delta h)$

$\mapsto \rho g \Delta h = \frac{1}{2}\rho v^2$

$v = \sqrt{2 g \Delta h}$

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

FILA C

Nome e Cognome:______________________________Matricola:_____________

Compitino parziale del 3/4/2015

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Si dimostri che le linee di corrente per il moto non stazionario:

$$u = u_0 t^2, \quad v = 0, \quad w = w_0 t, \quad u_0, w_0 > 0$$

sono rette, mentre ogni particella fluida segue una traiettoria in cui x varia come $z^{3/2}$, al passare del tempo. Si consideri la traiettoria della particella che al tempo t = 0 si trova in **x** = (0, 0, 0).

Linee di corrente, t è un parametro, $\frac{dx}{u} = \frac{dz}{w}$ $\quad \frac{dx}{u_0 t^2} = \frac{dz}{w_0 t}$

$w_0\,dx = u_0 t\,dz \rightarrow w_0 x = u_0 t z + \text{cost}$ rette nel piano z, x per ogni t assegnato

Traiettorie, t è variabile indipendente, $\frac{dx}{u_0 t^2} = dt$ $\quad \int_0^x dx = u_0 \int_0^t t^2 dt \Rightarrow x = u_0 \frac{t^3}{3}$

$\int_0^z dz = w_0 \int_0^t t\,dt$ $\quad z = w_0 \frac{t^2}{2} \rightarrow t = \left(\frac{2z}{w_0}\right)^{1/2} \Rightarrow x = \frac{u_0}{3}\left(\frac{2z}{w_0}\right)^{3/2}$

ESERCIZIO 2. Quanto vale la pressione relativa in kN/m² per un carico H = 400 mm di (a) mercurio (densità relativa SG = 13.6), (b) acqua, (c) olio di peso specifico 7.9 KN/m³, (d) un liquido di densità pari a 520 kg/m³? Si assuma ρ_{H2O} = 1000 kg/m³.

$P_{gage} = \rho g H = \gamma H \qquad \gamma$: peso specifico

a) $P_{gage\,Hg} = 13.6 \times 9.81 \times 0.4 \times 1000 = 53366$ Pa

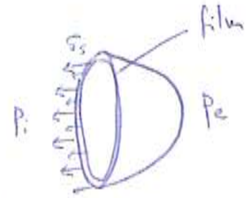
b) $P_{gage\,H_2O} = 9.81 \times 1000 \times 0.4 = 3924$ Pa

c) $P_{gage\,olio} = 7.9 \times 1000 \times 0.4 = 3160$ Pa

d) $P_{gage\,liquido} = 520 \times 9.81 \times 0.4 = 2040$ Pa

ESERCIZIO 3. Si dimostri la legge di Laplace – che lega la differenza tra la pressione interna ed esterna con la tensione di superficie – per una bolla di sapone sospesa in aria in assenza del campo di gravità.

film di sapone, ∃ 2 interfacce sapone – aria

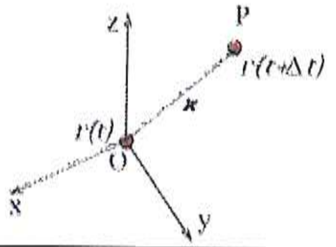


"mezza bolla" in equilibrio, raggio R

$$(P_i - P_e)\pi R^2 = 2\sigma_s(2\pi R)$$

$$\boxed{P_i - P_e = \frac{4\sigma_s}{R}}$$

ESERCIZIO 4. Si consideri il moto di una particella dal punto O (di coordinate arbitraria) al punto P che le sta vicino. Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, $\boldsymbol{x}$ = (dx, dy, dz), con un moto che, nell'intorno di O, è un semplice moto di taglio, $\mathbf{u}$ = (0, 0, βy), si calcoli il moto in P come somma di un moto di traslazione, rotazione e deformazione. Si esplicitino tutti i termini e si scrivano anche i tensori $\boldsymbol{\Omega}$ e **E**.



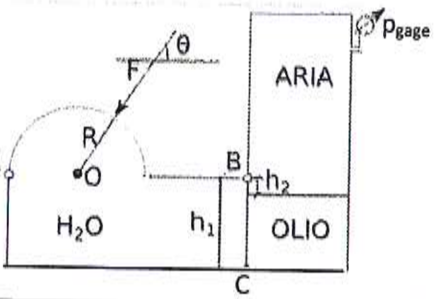
$$\underline{\underline{\Omega}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\beta \\ 0 & \beta & 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \beta \\ 0 & \beta & 0 \end{pmatrix}$$

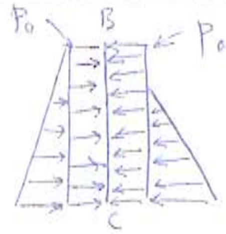
$$\underline{u}_P = \underline{u}_0 + \underline{\nabla}\,\underline{u}\big|_0 \cdot \underline{x} = \underline{u}_0 + \underline{\underline{\Omega}}\cdot\underline{x} + \underline{\underline{E}}\cdot\underline{x} = \text{traslaz.} + \text{rotazione} + \text{deformaz.}$$

$$= (0,0,\beta y)\big|_0 + \left(0, -\tfrac{1}{2}\beta\, dz, \tfrac{1}{2}\beta\, dy\right)\Big|_0 + \left(0, \tfrac{1}{2}\beta\, dz, \tfrac{1}{2}\beta\, dy\right)\Big|_0$$

$$\left(= (0,0,\beta y)\big|_0 + (0, 0, \beta\, dy)_0 = \underline{u}_0 + \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_0 dy \right)$$

ESERCIZIO 5. Si consideri la situazione di figura, con due recipienti chiusi, l'uno contenente olio ed aria ed il secondo acqua, separati dalla paratoia verticale BC incernierata in B, in equilibrio. Il recipiente con l'olio è pressurizzato e il manometro fornisce una lettura della pressione relativa pari a 0.1 bar. Si calcoli la pressione nel punto O del recipiente contenente acqua. Si calcoli poi la minima forza F esterna (modulo e verso) necessaria a mantenere chiusa la paratoia semicilindrica incernierata in A. Dati: ρ_{acqua} = 998 kg/m³; SG_{olio}= 0.8; θ = 25°; h_1 = 80 cm; h_2 = 20 cm, R = 1 m (raggio paratoia); profondità unitaria.





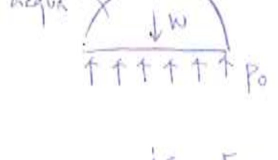
$P_{aria} = 10^4$ Pa

$$M_{destra} = 10^4 \times 0.8 \times 0.4 + 0.8 \times 998 \times 9.81 \times \frac{0.6}{2} \times 0.6 \times \left(\tfrac{2}{3}0.6 + 0.2\right) = 4045.9 \text{ N m}$$

$$M_{sinistra} = P_0 \times 0.8 \times 0.4 + 998 \times 9.81 \times \frac{0.8}{2} \times 0.8 \times \frac{2}{3}0.8 = 0.32\,P_0 + 1670.9$$

Equilibrio dei momenti su BC:

$$P_0 = \frac{4045.9 - 1670.9}{0.32} = 7421.8 \text{ Pa}$$



R = reazione paratia su acqua

$$R + P_0 \times 2 \times 1 = \frac{\pi\, 1^2}{2} \times 1 \times 998 \times 9.81 \Rightarrow R = 535.1 \text{ N}$$

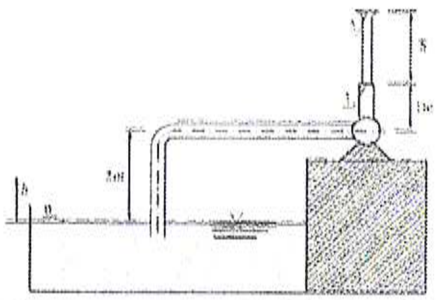
La spinta S dell'acqua sulla paratia è verso il basso.

$$F \cancel{R} \sin\theta + S \cancel{R} = 0$$

$$F = -\frac{535.1}{\sin 25°} = -1266 \text{ N}$$

con "verso" sull'esterno (opposto alla figura). Non è quindi necessaria alcuna forza esterna per mantenere chiusa la paratia.

ESERCIZIO 6. Una pompa deve produrre un getto verticale che raggiunga l'altezza $\bar{h}$ = 20 m. Trascurando le perdite di carico, calcolare la portata $\dot{m}$ e la potenza assorbita dalla pompa. Dati: d = 5 cm (diametro dell'ugello nella sezione 1), η = 0.75 (rendimento della pompa).



Bernoulli tra 1 e 2: $\cancel{p_1} + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g z_1 = \cancel{p_2} + \frac{1}{2}\rho V_2^2 + \rho g z_2$ $\quad \frac{1}{2}\rho V_1^2 = \rho g \bar{h}$

Eq. energia tra 0 e 1: $\cancel{p_0} + \cancel{\frac{1}{2}\rho V_0^2} + \rho g \cancel{z_0} + \rho g h_{pump} = \cancel{p_1} + \frac{1}{2}\rho V_1^2 + \rho g z_1$ $\quad h_{pump} = \frac{1}{2}\frac{V_1^2}{g} + 3$

$V_1^2 = 2g\bar{h}$ $\quad V_1 = 19.81 \ \frac{m}{s}$ $\quad \dot{m} = \rho \frac{\pi d^2}{4} V_1 = 38.81 \ kg/s$

$h_{pump} = \bar{h} + 3 = 23$ m $\quad \dot{W}_{pump} = \dot{m} g h_{pump} = 8756.7$ W (erogata dalla pompa)

$\dot{W}_{assorbita} = \frac{8756.7}{0.75} = 11675$ W

ESERCIZIO 7. La figura mostra una paletta curva, che deflette una corrente, attaccata ad un supporto che mantiene la paletta ferma. Un getto d'acqua di sezione rettangolare, profondo 75 mm e di spessore pari a 25 mm, colpisce la paletta tangenzialmente alla velocità di 25 m/s e scorre lungo la paletta, senza variazioni di sezione trasversale. Calcolare le componenti orizzontale e verticale della forza esercitata dall'acqua sul supporto, specificando i versi delle forze, trascurando il peso dell'acqua.

$A_1 = 0.075 \times 0.025 = 1.875 \times 10^{-3} \ m^2$

$\dot{V} = 25 \ \frac{m}{s} \times 1.875 \times 10^{-3} \ m^2 = 4.69 \times 10^{-2} \ \frac{m^3}{s}$

$A_1 = A_2 \implies V_1 = V_2$

$F_x = \rho \dot{V} (V_2 \cos 25° - V_1 \cos 45°) = 233.4$ N

$F_y = \rho \dot{V} (V_2 \sin 25° + V_1 \sin 45°) = 1324.6$ N $\quad$ → forze sull'acqua

Le forze esercitate dall'acqua avranno verso opposto ai versi indicati in figura

ESERCIZIO 8. Si consideri una sfera di plastica di volume pari a 0.5236 l ($\rho_{plastica}$ = 0.94 g/cm^3) ed un cono ~~di alluminio~~ in acciaio ($\rho_{acciaio}$ = 8029 kg/m^3) il cui raggio di base è pari a 5 cm e di altezza uguale a 20 cm. I due corpi sono immersi in acqua. Quanto vale la forza di Archimede nei due casi? Che cosa faranno i due corpi dopo l'immersione, affonderanno, risaliranno in superficie o resteranno in equilibrio?

$V_{sfera} = 0.5236 \ l = 0.5236 \times 10^{-3} \ m^3$

$V_{cono} = \frac{\pi \times (0.05)^2 \times 0.2}{3} = 5.236 \times 10^{-4} \ m^3$

→ la forza di Archimede è la stessa per i due casi

$\rho_{plastica} = 0.94 \times 10^3 \ \frac{kg}{m^3} < \rho_{acqua}$

$\rho_{acciaio} = 8.03 \times 10^3 \ \frac{kg}{m^3} > \rho_{acqua}$

→ la sfera verrà in superficie ed emergerà fino a lasciare immersa solo una parte che genererà una forza di Archimede pari al suo peso. Il cono affonderà.

Nome e Cognome:_________________________Matricola:___________

Compitino parziale del 3/4/2015

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Un manometro collegato ad un condotto indica una pressione relativa negativa di 50 mm di mercurio (densità relativa SG = 13.6). Quanto vale la pressione assoluta nel condotto in kN/m^2 se la pressione atmosferica è 1 bar? Si assuma ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3.

$h_{mercurio} = -50$ mm $p_{gage} = \rho_{Hg}\, g\, h_{mercurio} = -6670.8$ Pa

1 bar = 10^5 Pa $p = 10^5 - 6670.8 = 93.3\ \frac{kN}{m^2}$

ESERCIZIO 2. Si dimostri che le linee di corrente per il moto non stazionario:

$$u = kt^2,\ v = v_0,\quad w = 0, \qquad v_0, k > 0$$

sono rette, mentre ogni particella fluida segue una traiettoria con equazione cubica nello spazio, al passare del tempo.

linee di corrente : $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$ $v_0\, dx = kt^2\, dy$ $\Rightarrow$ $v_0 x = kt^2 y$ + costante

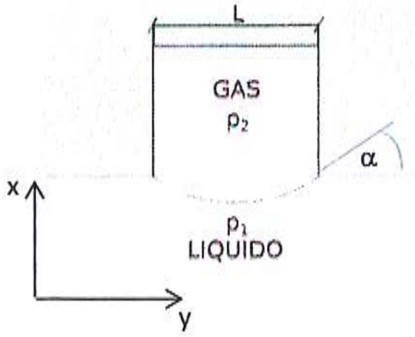
linee rette per ogni t

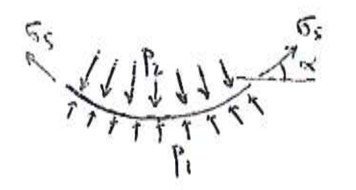
traiettorie : $\frac{dx}{kt^2} = dt$ $x = k\frac{t^3}{3} + cost$

$dy = v_0 dt$ $y = v_0 t + cost$

$\rightarrow t = \frac{y}{v_0} + c_1 \Rightarrow x = \frac{k}{3}\left(\frac{y}{v_0} + c_1\right)^3 + cost.$

ESERCIZIO 3. Si consideri la situazione di figura (profondità lungo l'asse z unitaria e configurazione invariata in z) in cui si forma un'interfaccia in equilibrio tra una fase liquida ed una fase gassosa, con entrambe le fasi a riposo e l'interfaccia, con raggio di curvatura costante, attaccata ai due spigoli solidi (il solido è mostrato in grigio). Si disegnino in figura le forze in gioco e si scriva quanto vale $p_2 - p_1$ in assenza di gravità.

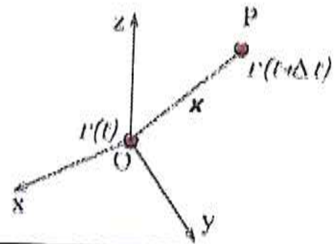




$(p_2 - p_1)\, L \times$ profondità = $2\,\sigma_s \times$ profondità $\times \sin\alpha$

$p_2 - p_1 = \frac{2\,\sigma_s \sin\alpha}{L}$

ESERCIZIO 4. Si consideri il moto di una particella dal punto O (di coordinate arbitraria) al punto P che le sta vicino. Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, ***x*** = (dx, dy, dz), con un moto che, nell'intorno di O, è un semplice moto di taglio, **u** = (βy, 0, 0), si calcoli il moto in P come somma di un moto di traslazione, rotazione e deformazione. Si esplicitino tutti i termini e si scrivano anche i tensori **Ω** e **E**.



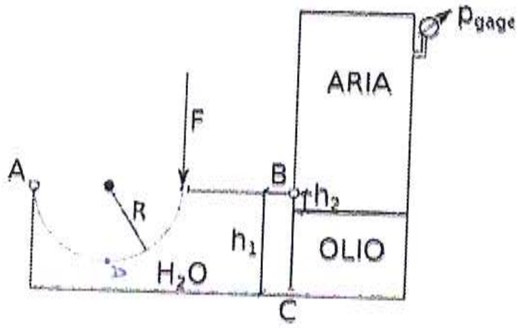
$$\underline{\underline{\Omega}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & \beta & 0 \\ -\beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & \beta & 0 \\ \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

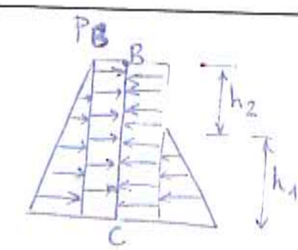
$$\underline{u}_P = \underline{u}_0 + \underline{\nabla}\,\underline{u}\big|_0 \cdot \underline{x} = \underline{u}_0 + \underline{\underline{\Omega}}\cdot\underline{x} + \underline{\underline{E}}\cdot\underline{x} = \text{trasl.} + \text{rotaz.} + \text{deformaz.}$$

$$= (\beta y, 0, 0)\big|_0 + \left(\tfrac{1}{2}\beta\, dy, -\tfrac{1}{2}\beta\, dx, 0\right)\big|_0 + \left(\tfrac{1}{2}\beta\, dy, \tfrac{1}{2}\beta\, dx, 0\right)\big|_0$$

$$\left(= (\beta y, 0, 0)\big|_0 + (\beta\, dy, 0, 0)\big|_0 = \underline{u}_0 + \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_0 dy\right)$$

ESERCIZIO 5. Si consideri la situazione di figura, con due recipienti chiusi, l'uno contenente olio ed aria ed il secondo acqua, separati dalla paratoia verticale BC incernierata in B, in equilibrio. Il recipiente con l'olio è pressurizzato e il manometro fornisce una lettura della pressione relativa pari a 0.2 bar. Si calcoli la pressione nel punto B del recipiente, lato acqua. Si calcoli quindi la minima forza F esterna necessaria a mantenere chiusa la paratoia semisferica incernierata in A. Dati: ρ_{acqua} = 998 kg/m^3; SG_{olio}= 0.7; h_1 = 80 cm; h_2 = 20 cm; R = 0.5 m.





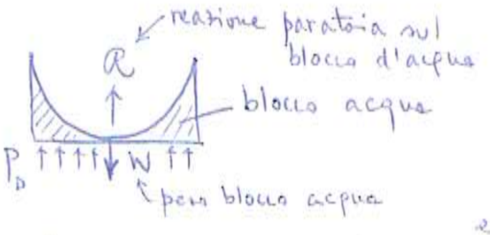
$$M_{destra} = 2\times10^4 \times 0.8 \times 0.4 + 0.7 \times 998 \times 0.3 \times 9.81 \times 0.6^2$$
$$= 7140 \text{ N m}$$

$$M_{sinistra} = P_B \times 0.8 \times 0.4 + 998 \times 9.81 \times 0.4 \times 0.8 \times \tfrac{2}{3}0.8$$
$$= 0.32\, P_B + 1671 \text{ N m}$$

Assumo profondità unitaria

$$\longrightarrow P_B = 17091 \text{ Pa}$$

$$P_D = P_B + \rho g R = 21986 \text{ Pa}$$

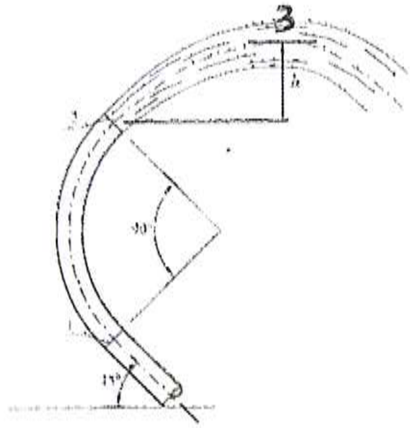


$$\mathcal{R} + P_D \pi R^2 = W = \rho g \left(\pi R^2 \cdot R - \tfrac{2}{3}\pi R^3\right)$$

$\mathcal{R} = -15986$ N La forza SULL'ACQUA è quindi verso il basso, e la forza DELL'ACQUA sulla paratoia semisferica è verso l'alto, verticale e passante per D.

Bilancio dei momenti sulla paratoia incernierata in A: $15986 \cdot R = F \cdot 2R \Rightarrow \boxed{F = 7993 \text{ N}}$

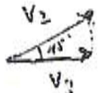
ESERCIZIO 6. Il tratto terminale di una tubazione, il cui asse è inclinato di 45° rispetto all'orizzontale, è costituito da una curva di apertura angolare pari a 90° e raggio r = 2 m. Il diametro della tubazione è d = 5 cm e il getto uscente raggiunge l'altezza h = 2.8 m rispetto alla sezione di sbocco. Trascurando gli attriti nella condotta e l'attrito aria-acqua nel getto libero, determinare la pressione p_1 in corrispondenza della sezione 1, la velocità $V_1 = V_2$ nella condotta, e la portata volumetrica d'acqua $\dot{V}$.



$$p_1 + \cancel{\tfrac{1}{2}\rho V_1^2} + \rho g z_1 = p_2 + \cancel{\tfrac{1}{2}\rho V_2^2} + \rho g (z_1 + 2\sqrt{2})$$

$p_1 = 1000 \times 9.81 \times 2\sqrt{2} = 27747$ Pa (p relativa)

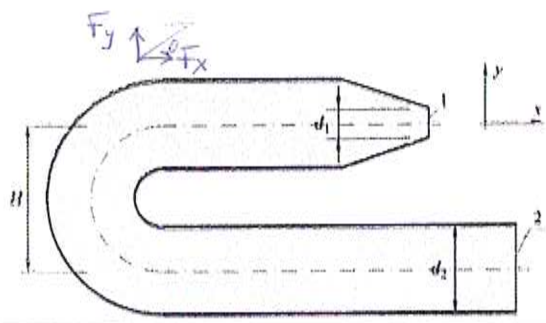
In assenza di attrito aria-acqua $V_2 \cos 45° = V_3$



$$\frac{1}{2}\rho V_2^2 = \frac{1}{2}\rho V_3^2 + \rho g h = \frac{1}{4}\rho V_2^2 + \rho g h \rightarrow V_2 = 10.482 \ \frac{m}{s}$$

$$\dot{V} = \frac{\pi d^2}{4} V_2 = \frac{\pi \, 0.05^2}{4} \cdot 10.482 = 0.0206 \ \frac{m^3}{s}$$

ESERCIZIO 7. Determinare la spinta dell'acqua (modulo, direzione e verso) sul gomito di figura, posto su un piano verticale. Il fluido scorre da 2 verso 1, sboccando in atmosfera, e il peso del fluido contenuto nel volume di controllo tra le sezioni 1 e 2 è pari a 272 N.
Dati: $\dot{V}$ = 54 l/s; H = 1 m; d_1 = 5 cm; d_2 = 15 cm.



$$V_1 = \frac{4\dot{V}}{\pi d_1^2} = 27.50 \ \frac{m}{s}$$

$$V_2 = \frac{4\dot{V}}{\pi d_2^2} = 3.06 \ \frac{m}{s}$$

Bernoulli tra 2 e 1 (gage pressure): $p_2 = \rho g \left(h_1 - h_2 + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} \right) = 3.83 \times 10^5$ Pa

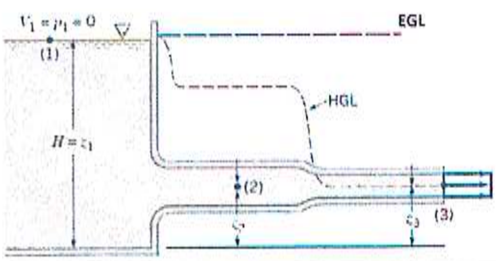
Quantità di moto in forma integrale: x: $F_x - p_2 A_2 = \dot{m}(V_1 + V_2)$

F_x e F_y sono forze sul fluido. $\Rightarrow F_x = 8.42 \times 10^3$ N

La spinta dell'acqua ha verso opposto. y: $F_y - G = 0 \Rightarrow F_y = 272$ N

$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 8.43 \times 10^3$ N ; $\theta = \mathrm{atan}(F_y/F_x) = 1.85°$

ESERCIZIO 8. Per la situazione di figura si discuta l'andamento della linea del carico totale (EGL = *energy grade line*) e della linea piezometrica (HGL = *hydraulic grade line*). Che ipotesi è stata fatta per avere una EGL orizzontale?



$$EGL = \frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + z$$

$$HGL = \frac{p}{\rho g} + z$$

→ in figura si mostra la pressione relativa: $p_1 = p_{exit} = 0$

EGL è costante in figura ⇒ non ci sono perdite di alcun tipo (né distribuite, né concentrate)

HGL diminuisce avanzando nel condotto in quanto la velocità aumenta.

Ingresso del condotto: EGL = HGL = z_1 ; uscita: HGL = z_3

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI GENOVA

FILA E

Nome e Cognome:____________________________Matricola:____________

Compitino parziale del 3/4/2015

Un foglio aiuti A4 è ammesso. Scrivere i passaggi principali e le soluzioni nei riquadri appositi; va consegnata anche la "brutta" con tutti i calcoli effettuati, ma solo il contenuto dei riquadri verrà corretto.

ESERCIZIO 1. Si dimostri che le linee di corrente per il moto non stazionario:

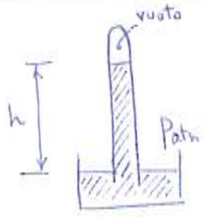
$$u = kt, \quad v = v_0, \quad w = 0, \qquad v_0, k > 0$$

sono linee rette, mentre ogni particella fluida segue una traiettoria parabolica nello spazio, al passare del tempo.

Linee di corrente: $\frac{dx}{u} = \frac{dy}{v}$ $\quad v_0\, dx = kt\, dy$ $\quad v_0 x = k y t + \text{cost.}$ linee rette per ogni t

Traiettorie: $\frac{dx}{kt} = dt$ $\quad x = k\frac{t^2}{2} + c_1$; $\frac{dy}{v_0} = dt$ $\quad y = v_0 t + c_2$ $\;\to t = \frac{y - c_2}{v_0} \to x = \frac{k}{2}\left(\frac{y-c_2}{v_0}\right)^2 + c_1$ Traiettoria parabolica

ESERCIZIO 2. Quale dovrebbe essere l'altezza minima di un barometro ad acqua affinché possa misurare una pressione atmosferica p_{atm} = 101 kN/m^2? E per un barometro a mercurio (densità relativa del mercurio SG = 13.6)? Si assuma ρ_{H2O} = 1000 kg/m^3.

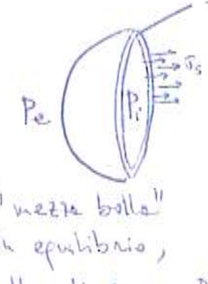


$$\rho g h = p_{atm} = 101 \times 10^3 \text{ Pa}$$

$$h_{acqua} = \frac{101 \times 10^3}{10^3 \times 9.81} = 10.3 \text{ m}$$

$$h_{Hg} = \frac{101 \times 10^3}{13.6 \times 10^3 \times 9.81} = 0.76 \text{ m}$$

ESERCIZIO 3. Si dimostri la legge di Laplace – che lega la differenza tra la pressione interna ed esterna con la tensione di superficie - per una bolla di sapone sospesa in aria in assenza del campo di gravità.



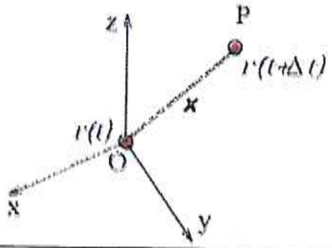
film di sapone, ci sono due interfacce con l'aria (che sta sia internamente che all'esterno)

$$(P_i - P_e)\pi R^2 = 2 \times \sigma_s \times (2\pi R)$$

$$\boxed{P_i - P_e = \frac{4\sigma_s}{R}}$$

"mezza bolla" in equilibrio, bolla di raggio R

ESERCIZIO 4. Si consideri il moto di una particella dal punto O (di coordinate arbitraria) al punto P che le sta vicino. Nell'ipotesi di piccoli spostamenti, $\boldsymbol{x}$ = (dx, dy, dz), con un moto che, nell'intorno di O, è un semplice moto di taglio, $\mathbf{u}$ = (βz, 0, 0), si calcoli il moto in P come somma di un moto di traslazione, rotazione e deformazione. Si esplicitino tutti i termini e si scrivano anche i tensori $\boldsymbol{\Omega}$ e E.



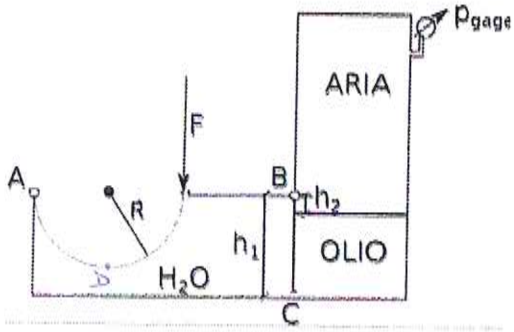
$$\underline{\underline{\Omega}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ -\beta & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad \underline{\underline{E}} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \\ \beta & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

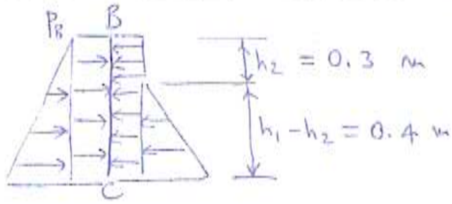
$$\underline{u}_P = \underline{u}_0 + \underline{\underline{\Omega}}\cdot\underline{x} + \underline{\underline{E}}\cdot\underline{x} = \text{traslazione} + \text{rotazione} + \text{deformazione}$$

$$= (\beta z, 0, 0)\Big|_0 + \left(\tfrac{1}{2}\beta\, dz, 0, -\tfrac{1}{2}\beta\, dx\right)\Big|_0 + \left(\tfrac{1}{2}\beta\, dz, 0, \tfrac{1}{2}\beta\, dx\right)\Big|_0$$

$$\left(= (\beta z, 0, 0)\Big|_0 + (\beta\, dz, 0, 0)\Big|_0 = \underline{u}_0 + \frac{\partial \underline{u}}{\partial z}\Big|_0 dz\right)$$

ESERCIZIO 5. Si consideri la situazione di figura, con due recipienti chiusi, l'uno contenente olio ed aria ed il secondo acqua, separati dalla paratoia verticale BC incernierata in B, in equilibrio. Il recipiente con l'olio è pressurizzato e il manometro fornisce una lettura della pressione relativa pari a 0.3 bar. Si calcoli la pressione nel punto B del recipiente, lato acqua. Si calcoli quindi la minima forza F esterna necessaria a mantenere chiusa la paratoia semicilindrica incernierata in A. Dati: ρ_{acqua} = 998 kg/m^3; SG_{olio}= 0.6; h_1 = 70 cm; h_2 = 30 cm; R = 0.6 m, profondità unitaria.



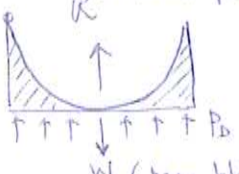


$M_{destra} = 3\times10^4 \times 0.7\times 0.35 + 0.6\times 998\times 9.81\times 0.2\times$
$\times\ 0.4 \times \left(\frac{2}{3}0.4 + 0.3\right) = 7616$ Nm

$M_{sinistra} = P_B \times 0.7\times 0.35 + 998\times 9.81\times 0.7\times 0.35\times\frac{2}{3}0.7$
$= 0{,}245\ P_B + 1119$

$\rightarrow P_B = 26516.9$ Pa $\qquad P_D = P_B + \rho g R = 32391$ Pa

R (reazione paratia su blocco d'acqua)



$$\mathcal{R} + P_D 2R\cdot 1 = W = \rho g\left(2R^2\cdot 1 - \frac{\pi R^2}{2}\cdot 1\right)$$

$\mathcal{R} = -38869$ N $\Rightarrow$ la forza sull'acqua è quindi verso il basso (e passa per il punto D) mentre la forza dell'acqua è verso l'alto.

Bilancio dei momenti sulla paratoia incernierata in A : $38869\cdot R = 2RF \Rightarrow \boxed{F = 17922\ \text{N}}$

ESERCIZIO 6. Un getto d'acqua di sezione cilindrica, di diametro d = 4 cm, colpisce ortogonalmente una piastra. Nell'ipotesi di trascurare l'effetto del peso e degli attriti, e sapendo che per mantenere la piastra in posizione è necessario applicare una forza F_0 = 10 N come in figura, si determini la velocità media V e la portata del getto. Determinare poi l'intensità F_1 della forza necessaria per spostare la stessa piastra, investita dallo stesso getto, verso sinistra con velocità costante V_1 = 1.5 m/s.

V_{in} → CV ← F_0

Bilancio delle forze lungo x : $-F_0 = -\dot{m}\, V_{in}$

$$F_0 = \rho V_{in}^2 \frac{\pi d^2}{4} = 10^3 \, V_{in}^2 \frac{\pi (4\times10^{-2})^2}{4} = 10 \text{ N}$$

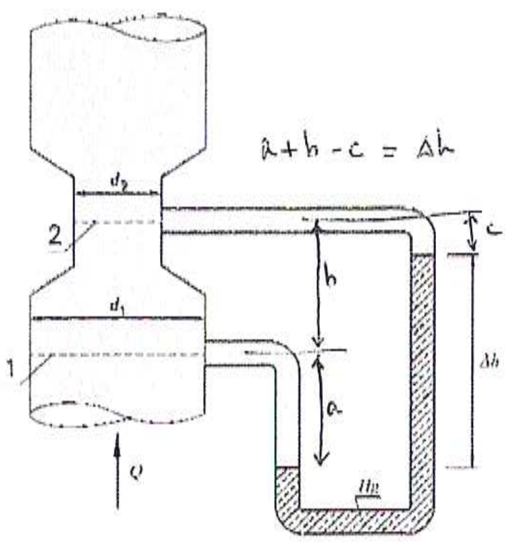
$$V_{in} = 2.821 \text{ m/s} \qquad \dot V = V_{in}\frac{\pi d^2}{4} = 0.00354 \frac{m^3}{s} = 3.54 \frac{l}{s}$$

Se la piastra si muove a velocità costante verso sinistra a velocità V_1 ⇒ tutto il sistema è adesso in moto verso sinistra a velocità costante.

$V_{in}+V_1$ → ← F_1

$$F_1 = \rho (V_{in}+V_1)^2 \frac{\pi d^2}{4} = 10^3 \times 4.321^2 \frac{\pi}{4} 16\times10^{-4} = 23.46 \text{ N}$$

ESERCIZIO 7. Nell'ipotesi di fluido perfetto e moto permanente, si calcoli la portata d'acqua che scorre nel venturimetro di figura. Il fluido usato nel piezometro ausiliario è mercurio. Dati: d_1 = 300 mm, d_2 = 150 mm, Δh = 36 cm, $\gamma_{Hg} = 133 \times 10^3$ N/m^3, γ_{H2O} = 9806 N/m^3.



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g (z_2 - z_1) \qquad v_2 = v_1 \frac{d_1^2}{d_2^2}$$

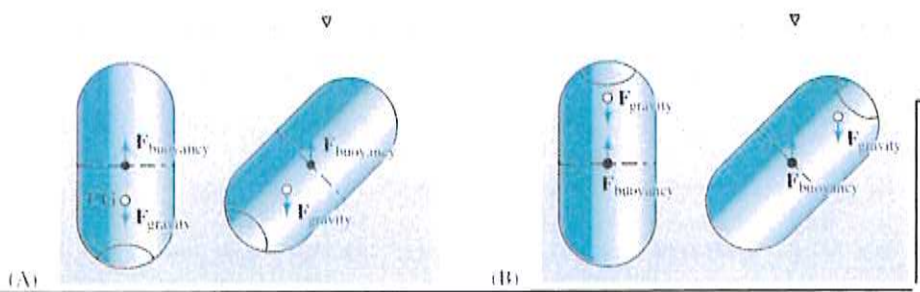
continuità

$$p_1 + \rho g a - \rho_{Hg}\, g\, \Delta h - \rho g c = p_2$$

$$\to \quad v_1 = \sqrt{\frac{2 g \Delta h \left(\frac{\rho_{Hg}}{\rho} - 1\right)}{\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^4 - 1}} = 2.43 \frac{m}{s}$$

$$\dot V = \frac{\pi d_1^2}{4} v_1 = 0.172 \frac{m^3}{s}$$

ESERCIZIO 8. Si discuta la stabilità o l'instabilità dei due casi (A) e (B) di figura, per una capsula immersa in acqua in condizioni stabili (che non emerge né affonda).



Caso A: stabile. Ruotando la capsula in verso orario si genera un momento di ri-equilibrio antiorario che tende a far tornare la capsula verticale. Caso B: instabile. Una perturbazione come quella di figura viene ulteriormente accentuata dalla distribuzione interna dei pesi. La capsula tende a ruotare ancora di più.