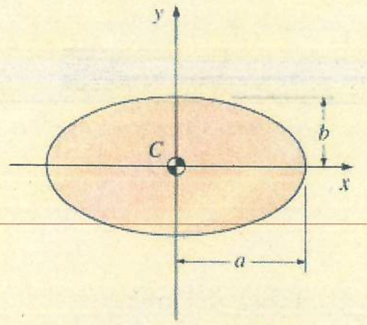
Esame Meccanica dei Fluidi, 10 giugno 2021

Materiale ammesso: due fogli aiuti + diagramma di Moody

Esercizio 1. Si calculi la spinta risultante e la posizione del centro di spinta (espressa nel sistema di riferimento di figura) su un oblò ellittico immerso in acqua, nell'ipotesi in cui la parete sulla quale si trova l'oblò sia verticale, cioè parallela alla direzione dell'accelerazione di gravità e alla direzione dell'asse y. Il pelo libero dell'acqua, che si trova a pressione atmosferica, è 3 *m* al di sopra del baricentro C dell'oblò. Dati: a = 0.8 *m*, b = 0.4 *m*.



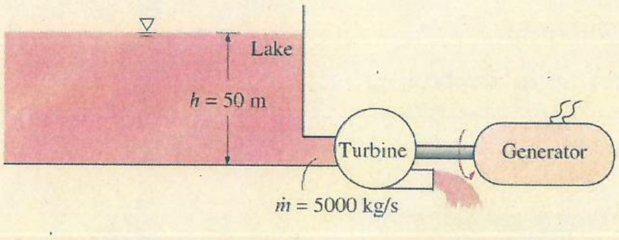
$A = \pi ab,\ I_{xx,C} = \pi ab^3/4$

Esercizio 2. Le equazioni della traiettoria di una particella fluida che si trova in (0,1) al tempo iniziale t=0 e che si muove su un piano sono date da:

$$x(t) = 3\,t^2 + t$$
$$y(t) = 6\,t + 1$$

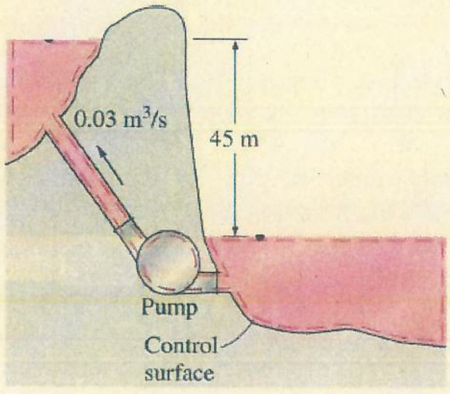
Calcolare le component di velocità e accelerazione sia in coordinate lagrangiane che euleriane; disegnare la traiettoria sul piano (x, y) e indicare il verso di percorrenza della particella.

Esercizio 3. Per la situazione di figura la potenza disponibile all'albero della turbine è pari a $\dot{W}_{shaft}$ = 1910 *kW*. Quanto vale il rendimento della turbina? Se il rendimento dell'alternatore è $\eta_{generator}$ = 0.93, quanta potenza arriva alla rete elettrica?



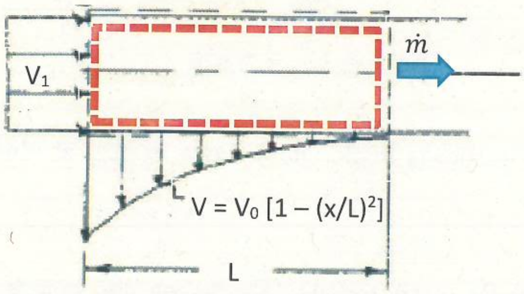
Esercizio 4. Si determini la potenza meccanica dissipata (in *kW*) e la perdita di carico h_L (in metri) del sistema di figura, per una potenza assorbita dalla pompa di 17 *kW* quando la portata volumetrica d'acqua è pari a $\dot{V}$ = 0.03 m^3/s.

Se il rendimento della pompa varia con la portata, misurata in m^3/s, secondo la legge $\eta = -830\,\dot{V}^2 + 50\,\dot{V}$ (per un dato numero di *giri/s* della pompa stessa), la scelta della pompa è corretta o no?



Esercizio 5. Dell'olio di densità $\rho = 950\ kg/m^3$ e viscosità cinematica $\nu = 2x10^{-5}\ m^2/s$ scorre in un condotto lungo L = 100 *m*, di diametro D = 30 *cm*. La perdita di carico h_L è pari a 8 *m*, e il parametro di rugosità vale $\varepsilon/D = 0.0002$. Si trovi la velocità media e la portata in massa.

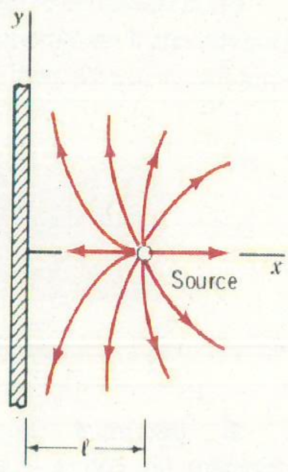
Esercizio 6. In una pompa centrifuga la differenza di pressione Δp tra i due estremi della pompa dipende dal diametro della pompa D, dalla velocità angolare di rotazione ω della girante, e dalla portata volumetrica $\dot{V}$, per un dato fluido di densità ρ e viscosità dinamica μ. Si scriva la relazione adimensionale per Δp (opportunamente normalizzato) e gli altri parametri in gioco, mettendo in evidenza e spiegando il significato di tutti i numeri Π adimensionali trovati.



Esercizio 7. Un fluido incomprimibile di densità ρ scorre in un condotto di sezione circolare, di raggio R, con la parete laterale porosa di lunghezza L. Il fluido può fuoriuscire dal condotto attraverso i pori sulla parete, con velocità unicamente radiale e in modo assialsimmetrico. La distribuzione della velocità radiale del fluido in r = R è data da $V = V_0\,[1 - (x/L)^2]$. Il moto è incomprimibile, stazionario e laminare, la velocità in ingresso (in x = 0) è uniforme e pari a V_1; si calculi la portata massica $\dot{m}$ in uscita (per x = L).

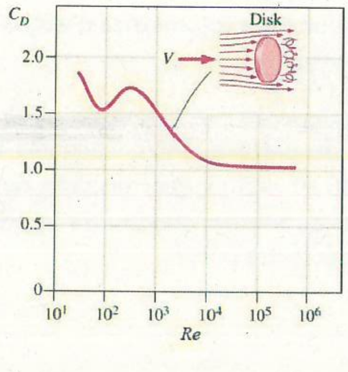
Esercizio 8. Una sorgente $\dot{V}/L$ si trova ad una distanza ℓ da una parete molto sottile e infinitamente lunga, come mostrato in figura. Si assuma che il campo di velocità sia potenziale, bidimensionale e piano. Si trovi:

1. il campo di velocità e si verifichi la condizione al contorno (condizione di *non-penetrazione*) sulla parete;
2. la distribuzione di velocità e pressione sulla parete, nell'ipotesi in cui la pressione per $x \to \infty$ sia la pressione ambiente.



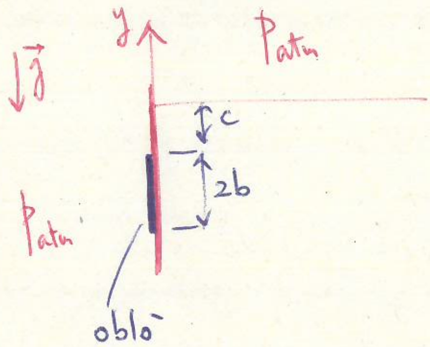
Esercizio 9. Un disco circolare è posto ortogonalmente ad una corrente uniforme d'aria ($\rho = 1.225\ kg/m^3$, $\mu = 1.81 \times 10^{-5}\ Pa\ s$). Il disco ha diametro D = 10 *cm*. Con un dinamometro si misura una forza resistente pari a 15 N. Usando il grafico a lato si chiede di stimare la velocità V della corrente.

Nota: Re è definito da $Re = \rho VD/\mu$.



10/6/2021

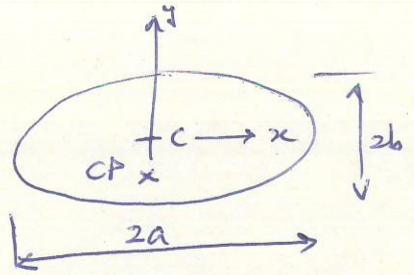
Es. 1



$c = 2.6$ m

$b = 0.4$ m

$a = 0.8$ m



$$A = \pi a b = 1.005 \ m^2$$

$$I_{xx,C} = \pi a b^3/4 = 0.0402 \ m^4 \qquad x_{CP} = 0 \ \text{simmetria}$$

$$y_{CP} = -\frac{I_{xx,C}}{(b+c)A} = \frac{-0.0402}{3 \times 1.005} = -0.0133 \ m$$

sotto il baricentro C

$$F_R = p_C A = \rho g (b+c) A = 9810 \times 3 \times 1.005 = 29.58 \ kN$$

Es. 2

$$x(t) = 3t^2 + t \qquad \dot{x} = 6t + 1 \qquad \ddot{x} = 6$$

$$y(t) = 6t + 1 \qquad \dot{y} = 6 \qquad \ddot{y} = 0$$

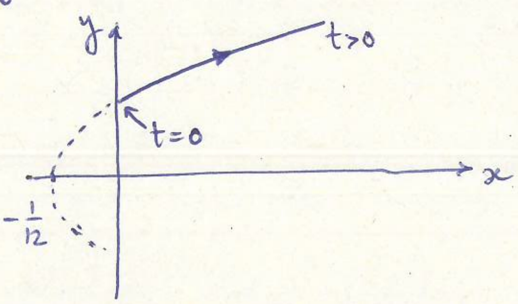
coord. lagrangiane

$$u = y \qquad a_x = \cancel{\frac{\partial u}{\partial t}} + u \cancel{\frac{\partial u}{\partial x}} + v \frac{\partial u}{\partial y} = 6$$

$$v = 6 \qquad a_y = \cancel{\frac{\partial v}{\partial t}} + u \cancel{\frac{\partial v}{\partial x}} + v \cancel{\frac{\partial v}{\partial y}} = 0$$

coord. euleriane

$$t = \frac{y-1}{6} \qquad x = 3\left(\frac{y-1}{6}\right)^2 + \frac{y-1}{6} = \frac{y^2-1}{12}$$



(sia x che y salgono all'aumentare di t)

Es. 3

$$\dot{W}_{shaft} = 1910 \ kW \qquad \dot{W}_{\text{disponibile teoricamente in ingresso}} = \dot{m} g h = 5000 \times 9.81 \times 50 = 2452.5 \ kW$$

$$\eta_{turbina} = \frac{1910}{2452.5} = 77.9\%$$

$$\eta_{generatore} = 0.93 \qquad \dot{W}_{elettrica} = 0.93 \times 1910 = 1776{,}3 \ kW$$

Es. 4

Eq. energia : $\cancel{\frac{P_1}{\rho g}} + \cancel{\frac{V_1^2}{2g}} + \cancel{z_1} + h_{pump} = \cancel{\frac{P_2}{\rho g}} + \cancel{\frac{V_2^2}{2g}} + z_2 + \cancel{h_{turbine}} + h_L$

Punti 1 e 2 sui peli liberi , $z_1 = 0$, $z_2 = 45$ m

$h_{pump} = z_2 + h_L$ $\qquad \dot{m} = \rho \dot{V} = 1000 \times 0{,}03 = 30 \ \frac{kg}{s}$

$$h_{pump} = \frac{\dot{W}_{pump}}{\dot{m} g} = \frac{17 \times 10^3}{30 \times 9{,}81} = 57{,}76 \text{ m}$$

$h_L = 57.76 - 45 = 12.76$ m $\qquad \dot{W}_L = \dot{m} g h_L = 3.76$ kW

$\eta = -830 \dot{V}^2 + 50 \dot{V}$ $\qquad \frac{\partial \eta}{\partial \dot{V}} = -1660 \dot{V} + 50 = 0$ per $\dot{V} = \frac{50}{1660} =$

$= 0{,}030 \ \frac{m^3}{s}$

$\frac{\partial^2 \eta}{\partial \dot{V}^2} = -1660 < 0$ $\qquad \mapsto \dot{V} = 0.030 \ \frac{m^3}{s}$ corrisponde ad un valore max del rendimento !

Es. 5

$\rho = 950 \ \frac{kg}{m^3}$ $\qquad \nu = 2 \times 10^{-5} \ \frac{m^2}{s}$ $\qquad L = 100$ m $\qquad D = 0.3$ m

$\frac{\epsilon}{D} = 2 \times 10^{-4}$ $\qquad h_L = 8$ m $\qquad h_L = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = 17 \ f V^2$

$f V^2 = 0.471$ $\qquad$ Moody : quando $\frac{\epsilon}{D} = 0.0002$ $\quad f \cong 0{,}0137$

nel regime completamente turbolento.

$$V^{(n)} = \sqrt{\frac{0.471}{f^{(n-1)}}}$$

$f^{(0)} = 0.0137$

it	$V^{(n)} [\frac{m}{s}]$	$Re^{(n)}$	$f^{(n)}$
1ª	5.86	$8{,}8 \times 10^4$	0.0195
2ª	4.91	7.4×10^4	0.0204
3ª	4.80	7.2×10^4	0.0205

$V \sim 4.8 \ \frac{m}{s}$ $\qquad \dot{V} = \frac{\pi D^2}{4} V$, $\quad \dot{m} = \rho \dot{V} = 322 \ \frac{kg}{s}$

Es. 6

$$\Delta p = f(D, \omega, \dot{V}, \rho, \mu)$$

Prendo come parametri fondamentali $\rho \left[\frac{kg}{m^3}\right]$, $D\,[m]$ e $\omega \left[\frac{rad}{s}\right]$.

Verifico che siano dimensionalmente indipendenti

$$A = \begin{array}{c} \\ \rho \\ D \\ \omega \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \text{Massa} & \text{Lungh.} & \text{Tempo} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{array}$$

$\det A = -1 \neq 0$ ✓

i 3 parametri ρ, D, ω possono essere usati come grandezze fondamentali

$$\Pi_0 = \frac{\Delta p}{\rho^\alpha D^\beta \omega^\gamma} = \frac{\Delta p}{\rho\, \omega^2 D^2}$$

numero di Eulero

ωD è una velocità, $\rho(\omega D)^2$ è una pressione dinamica

$$\Pi_1 = \frac{\dot{V}}{\omega D^3}$$

numero "di portata"

$$\Pi_2 = \frac{\mu}{\rho\, \omega D^2}$$

inverso di un numero di Reynolds

Es. 7

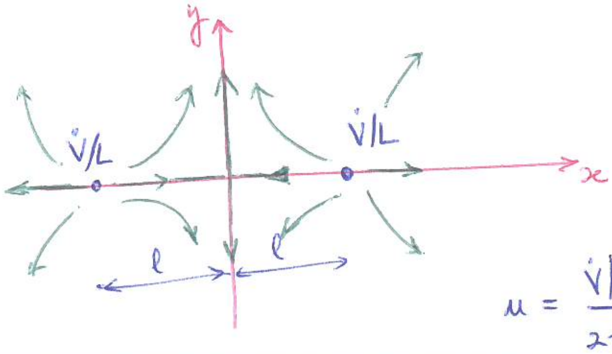
$$\dot{m}_{in} = \rho V_1 \pi R^2$$

$$\dot{m}_{\substack{out \\ \text{pareti} \\ \text{laterali}}} = 2\pi R \rho \int_0^L V_0 \left[1 - \left(\frac{x}{L}\right)^2\right] dx = \frac{4}{3}\pi R V_0 L \rho$$

portata massica in uscita

$$\dot{m}\Big|_{x=L} = \dot{m}_{in} - \dot{m}_{\substack{out\ \text{pareti} \\ \text{laterali}}} = \rho \pi R \left[R V_1 - \frac{4}{3} L V_0\right]$$

Es. 8 Devo usare il metodo delle immagini per far sì che la parete in $x=0$ sia tale che $u\Big|_{x=0} = 0$ (non-penetraz.)



$$\phi = \frac{\dot V/L}{2\pi}\left[\ln\sqrt{(x-\ell)^2+y^2} + \ln\sqrt{(x+\ell)^2+y^2}\right]$$

$$u = \frac{\dot V/L}{2\pi}\left[\frac{x-\ell}{(x-\ell)^2+y^2} + \frac{x+\ell}{(x+\ell)^2+y^2}\right]$$

$$v = \frac{\dot V/L}{2\pi}\left[\frac{y}{(x-\ell)^2+y^2} + \frac{y}{(x+\ell)^2+y^2}\right]$$

In $x=0$: $u = 0$

$$v = \frac{\dot V/L}{2\pi}\cdot\frac{2y}{y^2+\ell^2}$$

$$p\Big|_{parete} = p_\infty - \frac{1}{2}\rho\frac{(\dot V/L)^2 y^2}{\pi^2(y^2+\ell^2)^2}$$

Es. 9

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2}\rho V^2 \frac{\pi D^2}{4}}\cdot\frac{\rho}{\rho}\frac{\mu^2}{\mu^2} = \frac{8\rho F_D}{\pi\mu^2}\cdot\frac{1}{Re^2} = \frac{14.28\times10^{10}}{Re^2}$$

Se $Re = 3.8\times10^5 \longrightarrow C_D = \frac{14.28\times10^{10}}{14.44\times10^{10}} = 0.99$

Se $Re = 3.7\times10^5 \longrightarrow C_D = \frac{14.28}{13.69} = 1.043$

$\uparrow$

Il valore interseca il grafico.

Quindi $V = \frac{Re\,\mu}{\rho D} \sim \frac{3.7\times\cancel{10^5}\times1.81\times\cancel{10^{-5}}}{1.225\times0.1} = 54.7\ \frac{m}{s}$