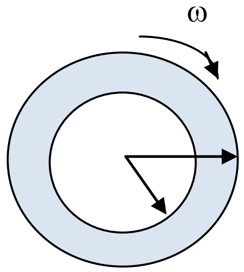
28/10/2010 Compitino di Meccanica dei Continui, "parte fluidi" FILA A



Esercizio 1) Si consideri il moto viscoso, bidimensionale, stazionario ed incomprimibile che si genera nello spazio tra due dischi concentrici di raggio R_1 e R_2, con $R_1 > R_2$, per effetto della rotazione del disco esterno con velocità angolare ω. Dimostrare che si trova:

$$u_\theta = Ar + B/r$$

e scrivere i valori delle costanti A e B. Calcolare la distribuzione di pressione p(r) (lasciando indicate le costanti A e B).

Esercizio 2) Si vuole studiare con la teoria potenziale il moto che lambisce una lastra piana molto sottile posta in y = 0. Il moto (che si sviluppa nel piano (x,y)) ha componenti (u, v) = (U, 0), con U costante. Improvvisamente si viene a creare un vortice, di circolazione Γ, centrato in (x, y) = (0, b). Si scriva l'espressione della funzione di corrente del flusso risultante e si faccia uno schizzo delle linee di corrente del moto.

Esercizio 3) Una sfera di ghisa di massa pari a 0.03 g cade in una grossa vasca piena d'olio (ρ = 800 kg/m3, μ = 0.156 Pa s). La sfera ha un diametro di 2 mm. Si calcoli la velocità terminale di caduta della sfera.

Esercizio 4) Una lastra molto sottile è investita da una corrente costante che la lambisce tangenzialmente. La lastra è lunga 1 m, e la velocità U_∞ del flusso d'aria ($\rho = 1.2$ kg/m^3; $\mu = 2 \times 10^{-5}$ Pa s) è pari a 2 m/s. Si calcoli la resistenza che la lastra oppone al moto, nell'ipotesi che la profondità della lastra (nella direzione ortogonale al moto imperturbato) sia 30 cm.

Esercizio 5) Un flusso non viscoso può essere rotazionale? Si giustifichi la risposta data.

$$\nabla \cdot \vec{u} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z\frac{\partial u_r}{\partial z}\right) =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial r} + \mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_r)\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}\right] + F_r$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z\frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right) =$$

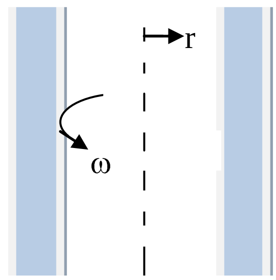
$$-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_\theta)\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}\right] + F_\theta$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right] + F_z$$

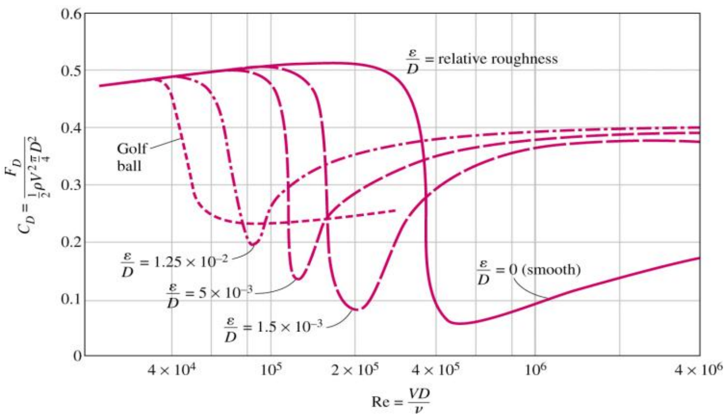
28/10/2010 Compitino di Meccanica dei Continui, “parte fluidi” FILA B

Esercizio 1) Si consideri il moto viscoso, incomprimibile, stazionario ed assialsimmetrico che si genera nello spazio tra due cilindri concentrici infinitamente lunghi, di raggi uguale a R_1 e R_2 ($R_1<R_2$). Il moto viene generato dalla rotazione del cilindro interno con velocità angolare ω. Dimostrare che si trova $u_\theta = c_1 r + c_2/r$, e scrivere i valori delle costanti c_1 e c_2. Calcolare inoltre la distribuzione di pressione p(r) (lasciando indicate le costanti c_1 e c_2).



Esercizio 2) Si consideri il moto piano all’interno di un condotto infinitamente lungo, delimitato da due pareti orizzontali poste in $y = \pm b/2$. Nel condotto viene praticato un forellino (in (x, y) = (0, 0)) e una parte dell’acqua ci casca dentro seguendo una traiettoria con spirali convergenti verso il forellino. Si vuole modellare tale moto con la teoria potenziale. Si scriva l’espressione del potenziale di velocità del flusso e si faccia uno schizzo delle linee di corrente per $-b/2 \le y \le b/2$.

Esercizio 3) Si consideri il moto di aria (ρ = 1.2 kg/m^3; μ = 2 x 10^{-5} Pa s) in una galleria del vento che si sviluppa attorno ad una sfera di raggio pari ad 10 cm. La sfera è scabra, con scabrezza ε pari a 0.3 mm. Se la forza misurata da un dinamometro attaccato alla sfera è pari a 0.42 N, qual è la velocità del vento?



Esercizio 4) Uno strato limite turbolento, in assenza di gradiente di pressione esterno, è ben rappresentato da una velocità media $\bar{u}$ di equazione:

$$\frac{\bar{u}}{U_e} = \left(\frac{y}{\delta_{99}}\right)^{1/7} \qquad y \le \delta_{99}$$

$$\frac{\bar{u}}{U_e} \cong 1 \qquad y > \delta_{99}$$

con U_e la velocità esterna. Tale formula non si applica nell’immediata vicinanza della parete (dove fornirebbe $\tau_w \to \infty$) e lì si può assumere che lo sforzo valga $\tau_w \approx 7\, \mu\, U_e/\delta_{99}$. Si mostri che lo spessore dello strato limite varia secondo la legge $\delta_{99}/x = 12/\sqrt{Re_x}$.

Esercizio 5) In un flusso incomprimibile ed irrotazionale il termine viscoso delle equazioni di Navier-Stokes può essere più importante del termine convettivo? Si giustifichi la risposta data.

Equazioni di Navier-Stokes per moti incomprimibili in coordinate cilindriche:

$$\nabla \cdot \vec{u} \quad = \quad \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_r) + \frac{1}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z}$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z\frac{\partial u_r}{\partial z}\right) =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial r} + \mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_r)\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2}\right] + F_r$$

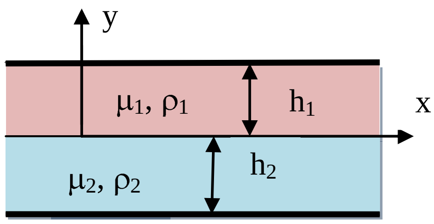
$$\rho\left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z\frac{\partial u_\theta}{\partial z}\right) =$$

$$-\frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu\left[\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r u_\theta)\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2}\right] + F_\theta$$

$$\rho\left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r}\frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z\frac{\partial u_z}{\partial z}\right) =$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \mu\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u_z}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\right] + F_z$$

28/10/2010 Compitino di Meccanica dei Continui, "parte fluidi" FILA C

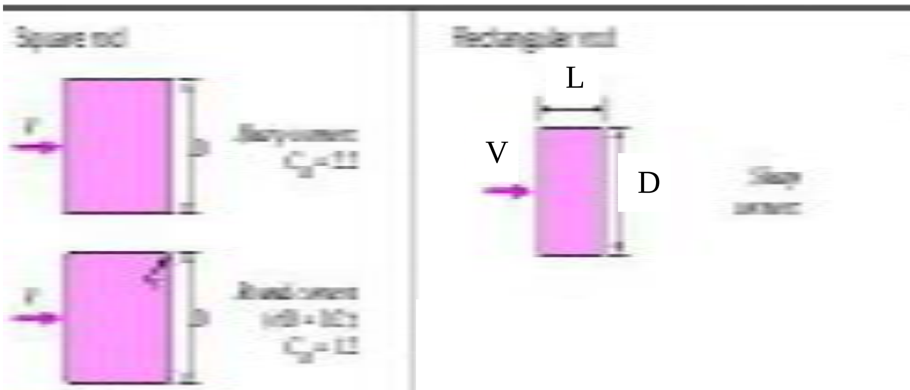


Esercizio 1) Si consideri il moto piano, viscoso, incomprimibile stazionario e completamente sviluppato di due fluidi immiscibili all'interno del condotto (supposto infinitamente lungo) di figura. Sull'asse y = 0 si forma un'interfaccia che si suppone indeformabile. Il moto viene prodotto da un gradiente di pressione dp/dx (< 0) costante e noto. Si calcoli la distribuzione di velocità nei due condotti, e si valuti la resistenza al moto prodotta dalla presenza delle due lastre (supposte di lunghezza L e di profondità unitaria).

Esercizio 2) Sono date due sorgenti potenziali nel piano, entrambe di portata $\dot{V}/L$. Una sorgente è centrata in (x, y) = (a, b), e la seconda in (x, y) = (-a, b). Si calcolino le componenti della velocità (u, v) nel piano; si trovi l'equazione della retta sulla quale $u \equiv 0$; si calcoli la posizione del punto di ristagno.

Esercizio 3) Una barra di lunghezza L = 1 m e di sezione rettangolare è investita da una corrente d'aria (ρ = 1.2 kg/m^3, $\mu = 2 \times 10^{-5}$ Pa s) con direzione parallela al lato più lungo della sezione. La sezione della sbarra è pari a 5 cm x 10 cm. Se la resistenza al moto, misurata con un dinamometro, è pari a 0.051 N, quanto vale la velocità della corrente d'aria? E' corretto assumere che ci troviamo in un regime di moto per il quale il coefficiente di resistenza assume un valore costante, indipendente dal numero di Reynolds? Cosa si deduce dalla risposta alla domanda precedente?

Alcuni coefficienti di resistenza C_D basati sull'area frontale, per Re > 10^4



L/D	C_D
0.0	1.9
0.1	1.9
0.5	2.5
1.0	2.2
2.0	1.7
3.0	1.3

Esercizio 4) Uno strato limite è descritto dalle seguenti equazioni:

$$u/U_0 = 2\eta - 2\eta^3 + \eta^4, \quad \text{per } \eta = y/\delta_{99} \le 1$$
$$u/U_0 = 1, \quad \text{per } \eta > 1.$$

Il moto (uniforme) che lambisce la lastra piana ha ampiezza U_0. Si dimostri che il coefficiente di attrito si può scrivere come: $C_f = 0.6854/\sqrt{Re_x}$.

Esercizio 5) Si scrivano le due forme dell'equazione di Bernoulli per moti incomprimibili e stazionari e, dopo aver precisato tutte le condizioni di validità dell'una e dell'altra forma, si faccia un esempio per ognuna delle due forme dell'equazione.