



- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA
UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE DE PARIS



Stability analysis of liquid bridges

ANDREA TRIPODI

Relatori: Prof. Alessandro Bottaro
Dott. Jérôme Hoepffner



Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi

Genova, 19 marzo 2014



TEMA DELLA RICERCA: FORMAZIONE DELLE GOCCE



- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni

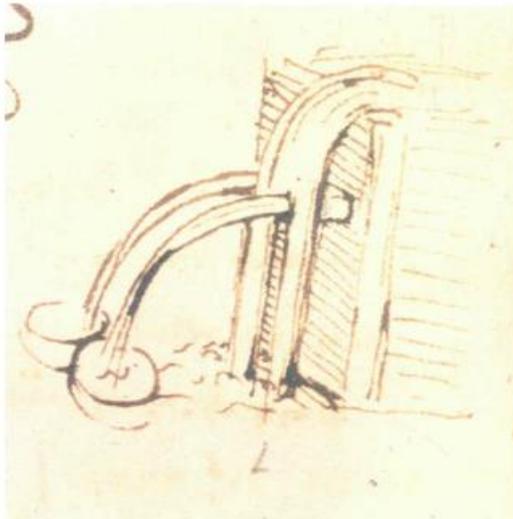
- Prime osservazioni di Leonardo da Vinci
- Argomento d'interesse sia scientifico che industriale
- Molti aspetti ancora da spiegare



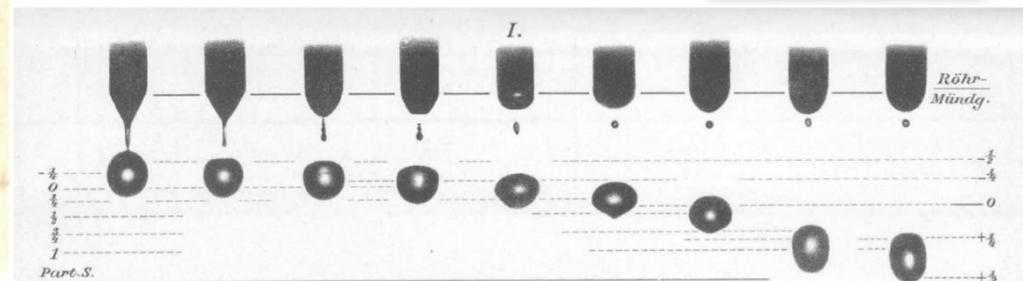
UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi



Disegno di Leonardo da Vinci



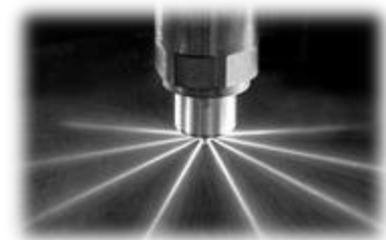
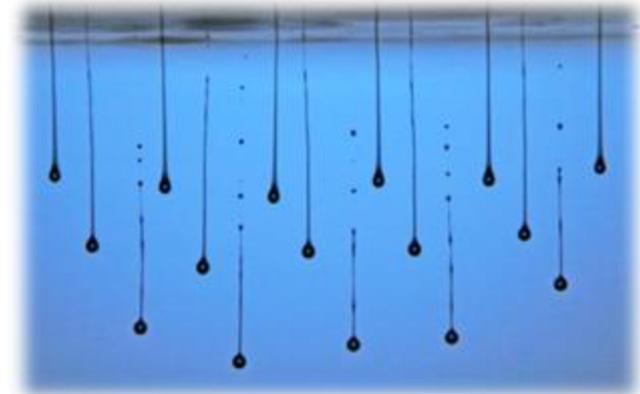
Sequenza di foto della formazione di gocce (Lenard, 1887)



ESEMPI DI APPLICAZIONI:

- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni

- Iniettore motore diesel
- Verniciatura di carrozzerie
- Contagocce
- Spray di un profumo
- Stampanti a getto d'inchiostro



UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

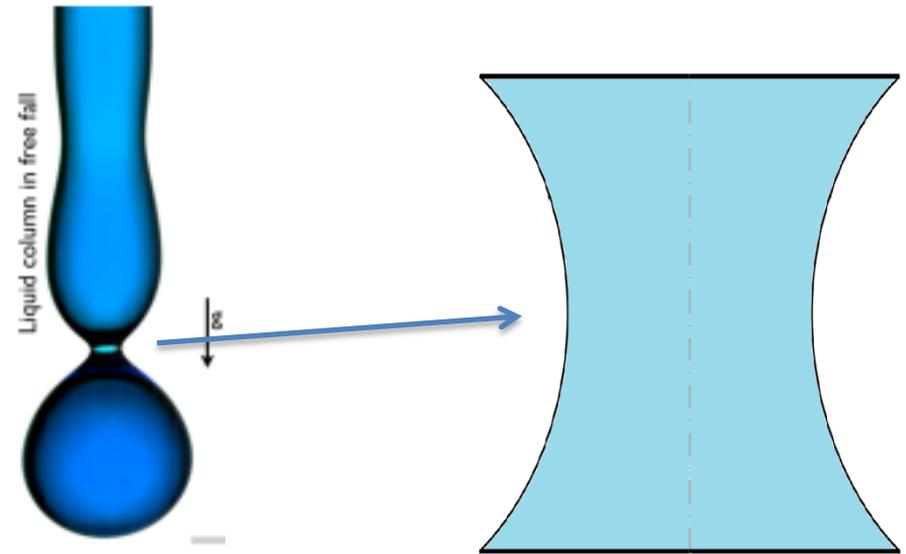
Andrea Tripodi



- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni

Focalizzazione sul
punto di strizione

Modellizzato
come un ponte
liquido



UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi



Esempi reali di ponte liquido





- **Introduzione**
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi

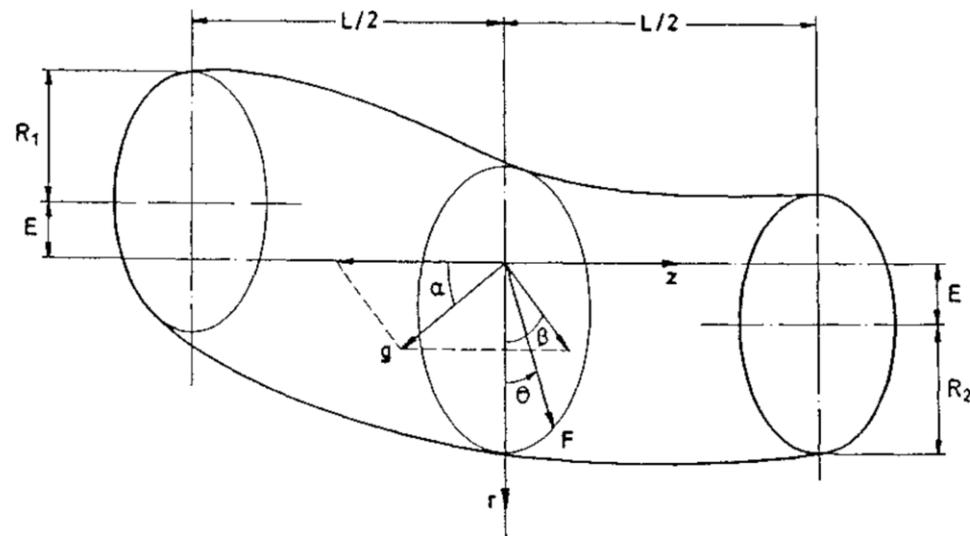
OBIETTIVO DELLA TESI

- Sviluppare un codice in MATLAB per l'analisi di stabilità di modelli semplificati di ponte liquido
- Analizzare la stabilità dei punti di equilibrio di un ponte liquido al variare dei parametri
- Utilizzo di:
 - modello semplificato mono-dimensionale per la simulazione del flusso
 - teoria delle biforcazioni



Parametri principali:

- raggio dei dischi $R1 - R2$
- eccentricità $2E$
- distanza tra i dischi L
- volume di liquido V
- tensione superficiale γ
- viscosità dinamica ν
- densità ρ
- accelerazione g





Parametri adimensionali:

- rapporto di snellezza
- volume adimensionale
- eccentricità adimensionale
- numero di Bond
- numero di Weber
- numero di Ohnesorge

$$\Lambda = \frac{L}{2R_0}$$

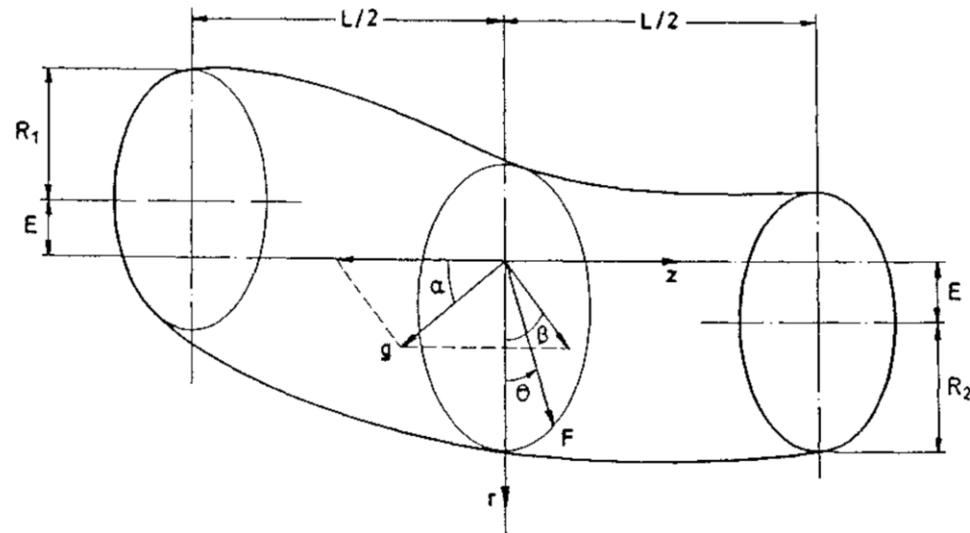
$$V^* = \frac{V}{\pi R_0^2 L}$$

$$e = \frac{E}{R_0}$$

$$B = \frac{\rho g R_0^2}{\gamma}$$

$$We = \frac{\rho R_0 u_0}{\gamma}$$

$$Oh = \frac{\nu}{\sqrt{\rho \gamma R_0}}$$



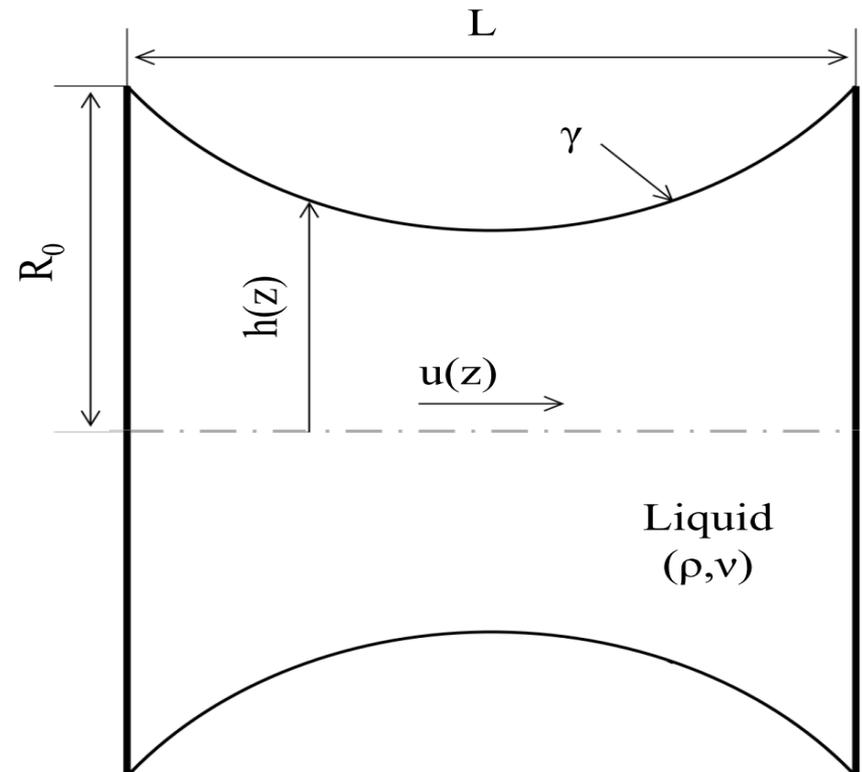


Caso di studio

- Configurazione a simmetria assiale
- Dischi di equal diametro
- Assenza accelerazioni

$$e = 0$$
$$R_1 = R_2 = R_0$$
$$g = 0$$

$$\Lambda = \frac{L}{2R_0}$$
$$V^* = \frac{V}{\pi R_0^2 L}$$
$$We = \frac{\rho R_0 u_0}{\gamma}$$
$$Oh = \frac{\gamma}{\sqrt{\rho \gamma R_0}}$$
$$e = \frac{E}{R_0} = 0$$
$$B = \frac{\rho g R_0^2}{\gamma} = 0$$



- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni





EQUAZIONE DI GOVERNO DEL PONTE LIQUIDO

Modello approssimato monodimensionale

dove:

$u(z)$ profilo di velocità

$h(z)$ interfaccia

$p(z)$ pressione

R_0 raggio dei dischi

u_0 velocità in ingresso

$$\partial_t u = -uu_z - \frac{p_z}{\rho} + \frac{3\nu(h^2 u_z)}{h^2}$$

$$\partial_t h = -uh_z - \frac{1}{2}u_z h$$

$$p = \left[\frac{1}{h(1+h_z^2)^{1/2}} - \frac{h_{zz}}{(1+h_z^2)^{3/2}} \right]$$

Condizioni al contorno

$$h(0) = h(L) = R_0$$

$$u(0) = u(L) = u_0$$

Conservazione della massa

$$V = \pi \int_0^L h^2 dz$$

• Introduzione

• Modello

• Analisi

• Metodo

• Risultati

• Conclusioni



UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi



- Introduzione
- Modello
- **Analisi**
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



Stability analysis
of liquid bridges

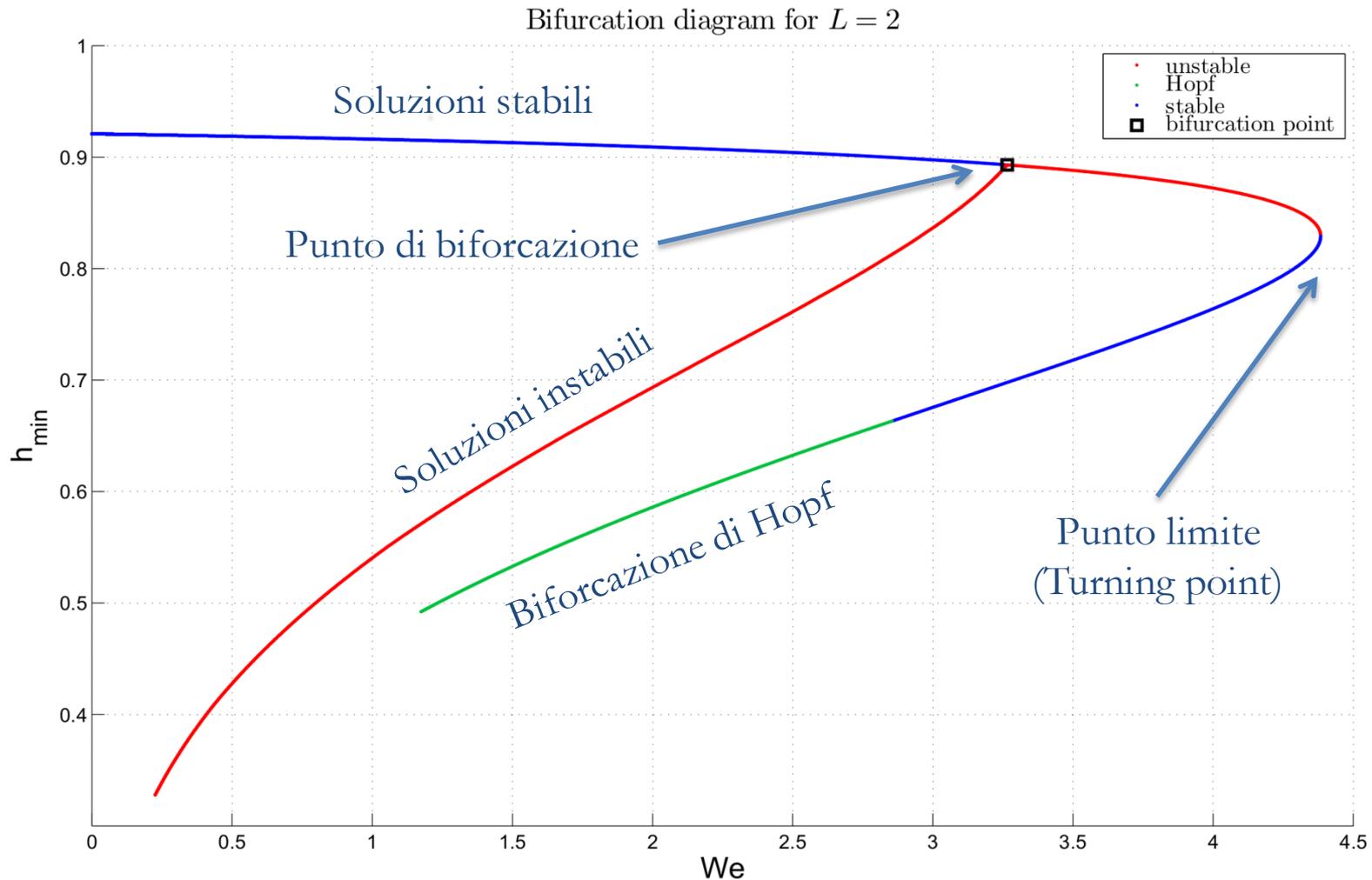
Andrea Tripodi

TEORIA DELLE BIFORCAZIONI

- Utilizzo: studio matematico dei cambiamenti qualitativi della soluzione di un'equazione differenziale.
- Obiettivo: capire come al variare di un parametro si modifichino i punti di equilibrio e la loro stabilità.
- Strumento: diagramma di biforcazione
- Tipicamente si procede:
 1. calcolo punti stazionari
 2. linearizzazione del sistema
 3. studi degli autovalori della matrice Jacobiana al variare del parametro scelto
 4. costruzione del diagramma di biforcazione



Punti caratteristici nel diagramma di biforcazione



UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi



- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



Stability analysis
of liquid bridges

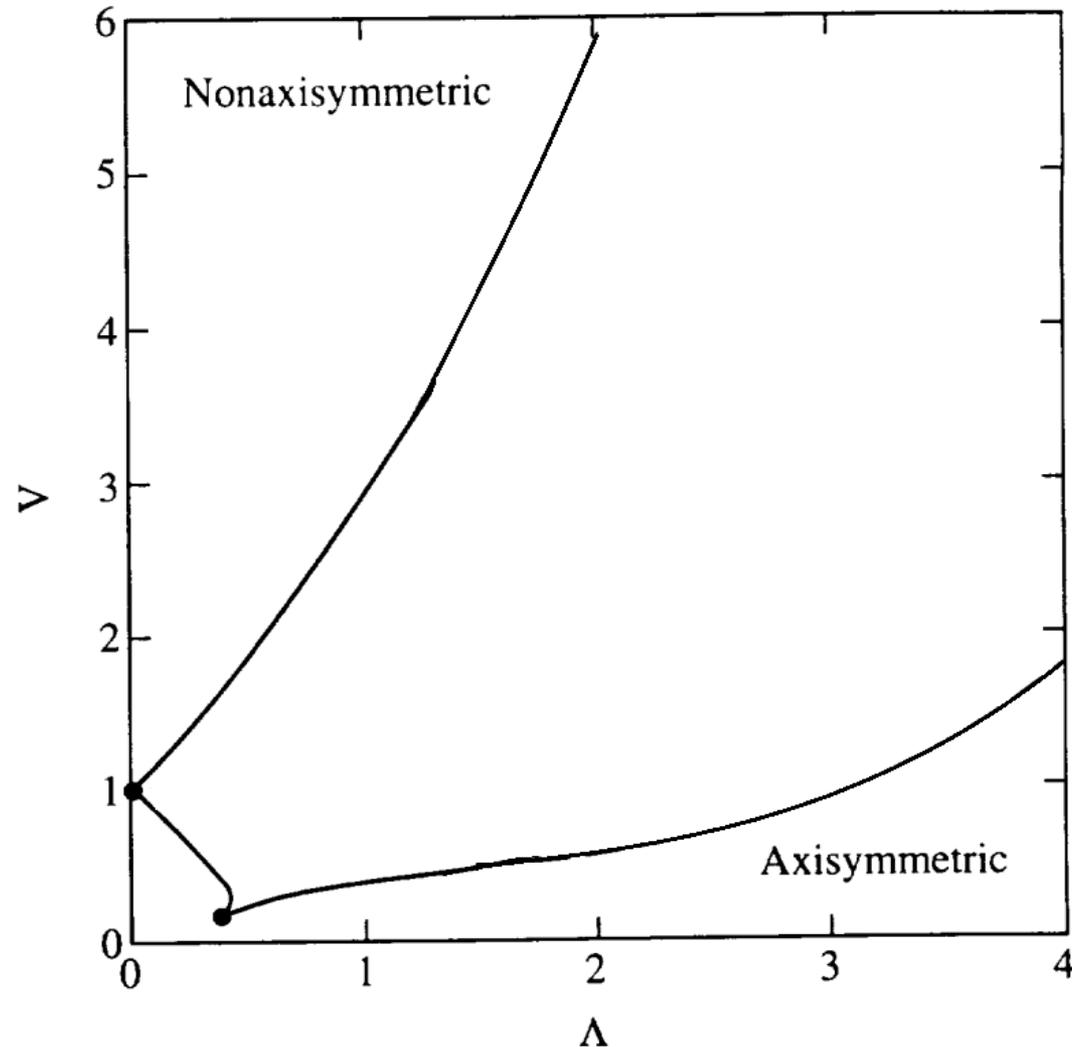
Andrea Tripodi

METODI NUMERICI UTILIZZATI:

- Tecnica di ricerca degli zeri: *metodo di Newton-Raphson (tangenti)*
- Tecnica di continuazione: *Pseudo-archlength continuation*
- Tecnica di cambio ramo: *orthogonal direction method*
- Tecnica di differenziazione numerica: *rapporto incrementale*
- Tecnica d'integrazione nel tempo: *metodo alle differenze finite*
metodo di Newton-Raphson



DIAGRAMMA DI STABILITÀ DI UN PONTE LIQUIDO



- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- **Risultati**
- Conclusioni



UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi



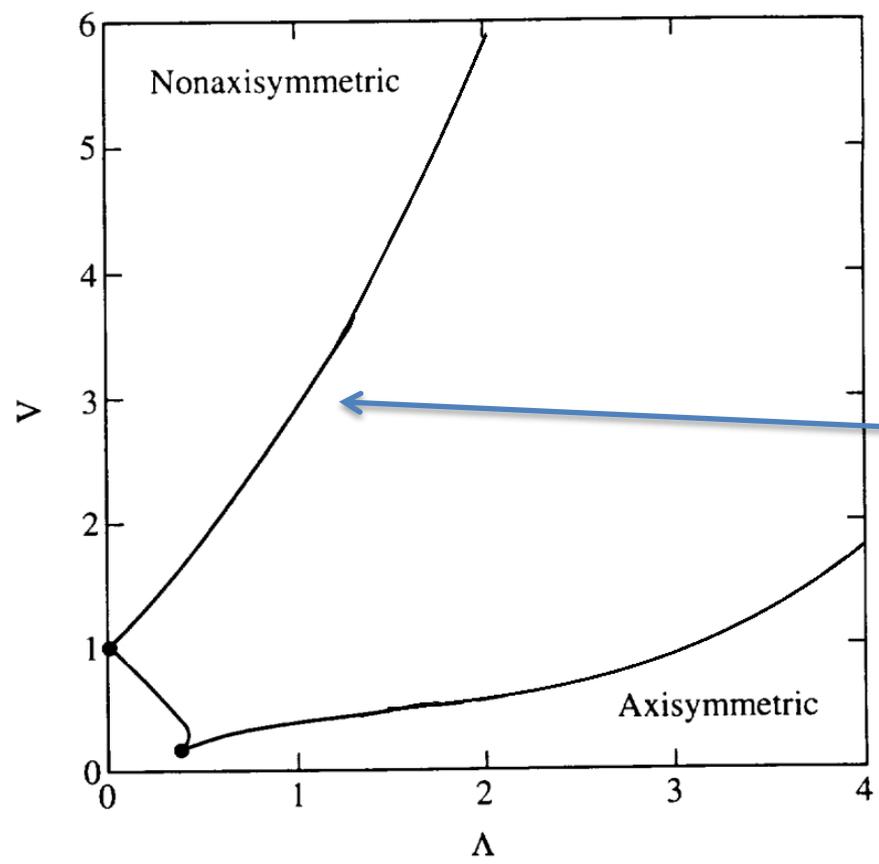
- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



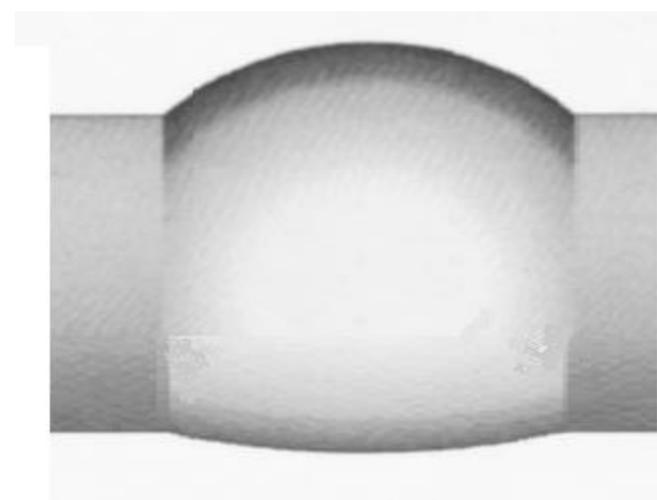
UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi



Perdita di stabilità dovuta a perturbazioni non-assialsimmetriche





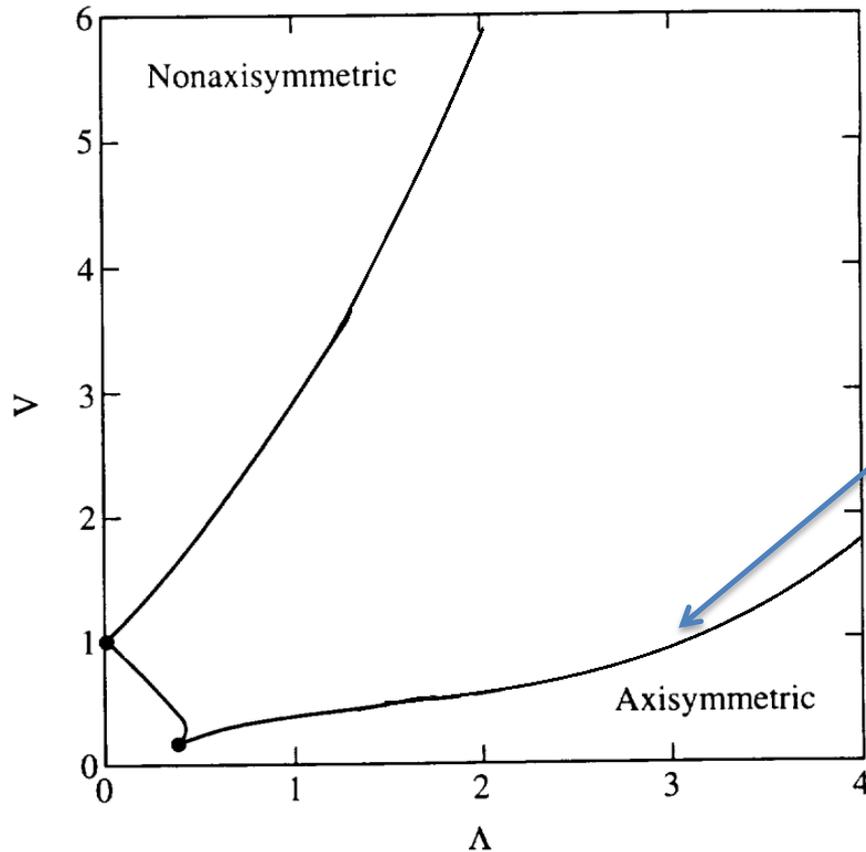
- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- **Risultati**
- Conclusioni



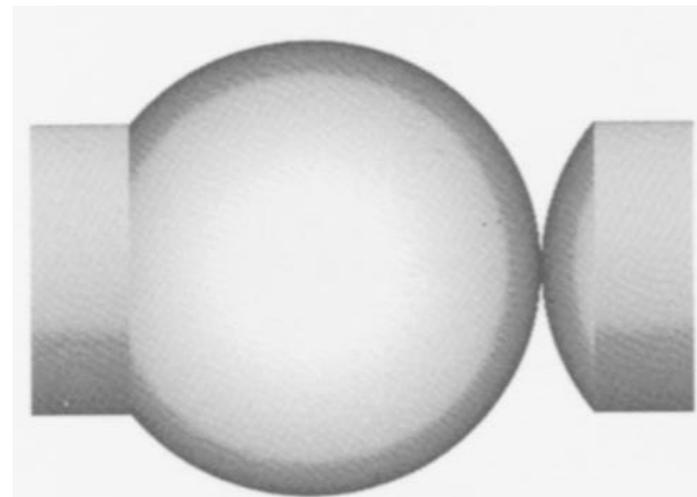
UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi



Perdita di stabilità dovuta a perturbazioni a simmetria assiale ma non simmetriche rispetto al piano medio





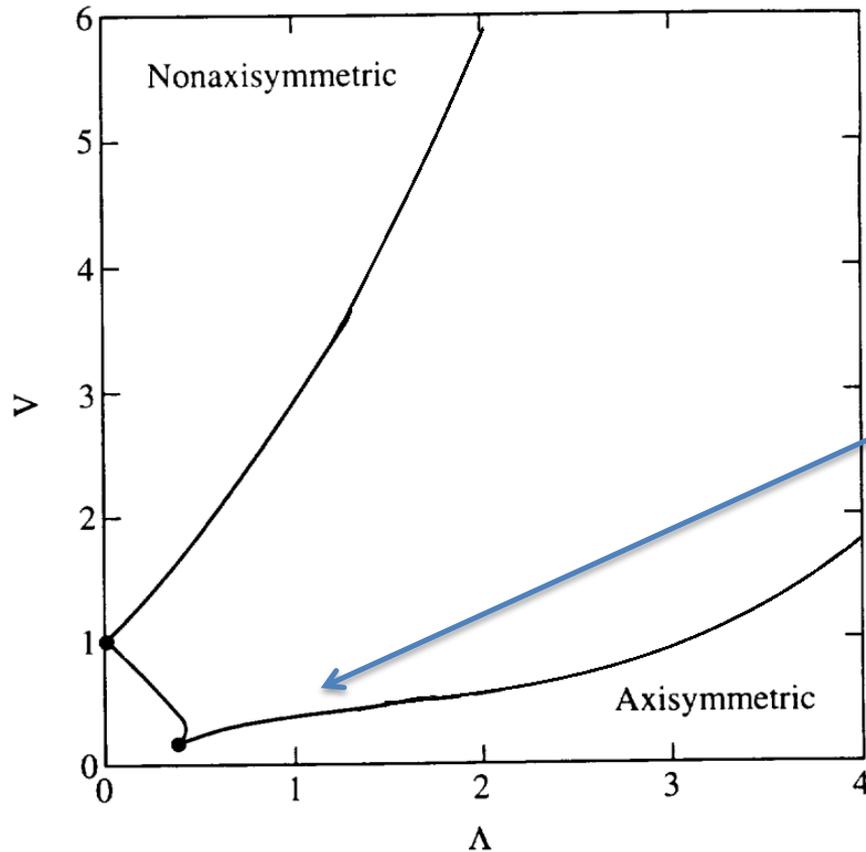
- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



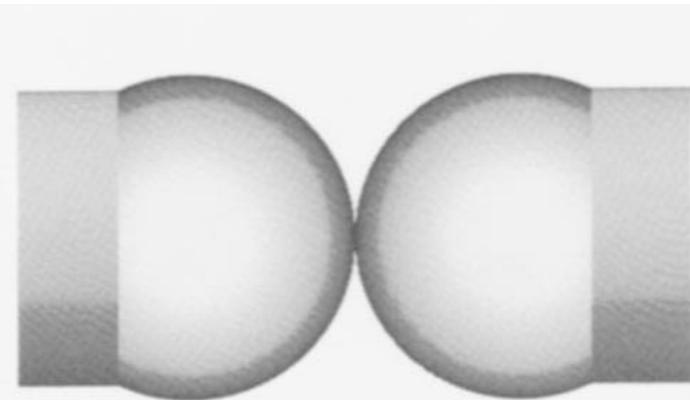
UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi



Perdita di stabilità dovuta a perturbazioni assiali e simmetriche rispetto al piano medio



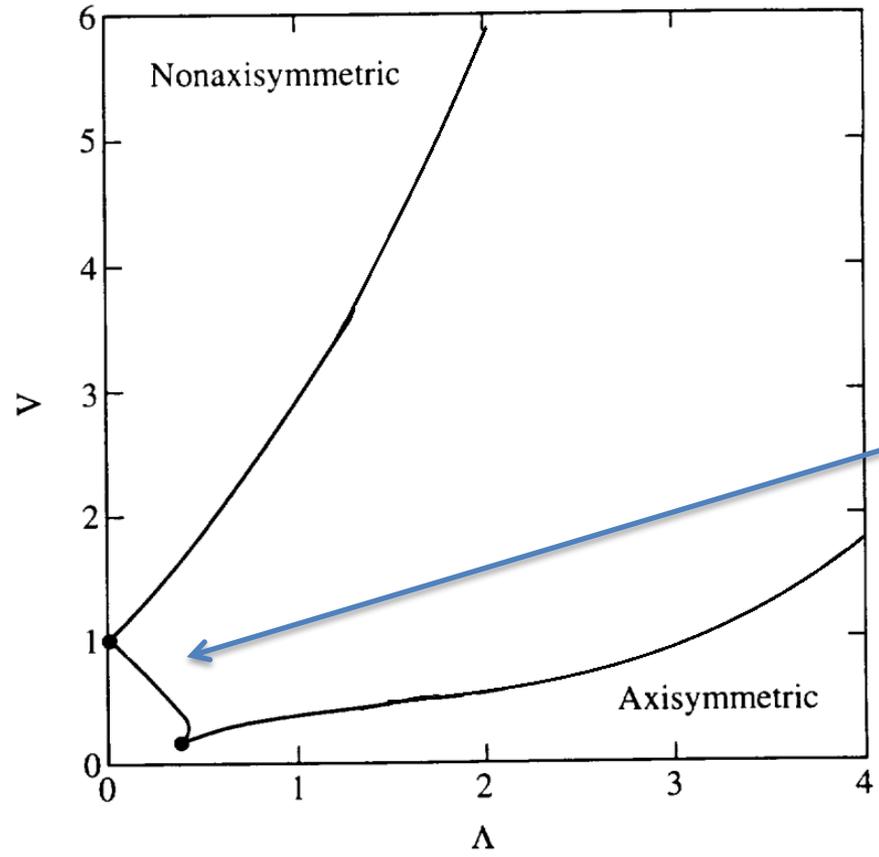


- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- **Risultati**
- Conclusioni

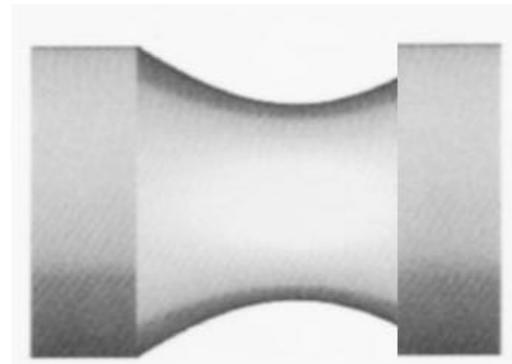


Stability analysis of liquid bridges

Andrea Tripodi



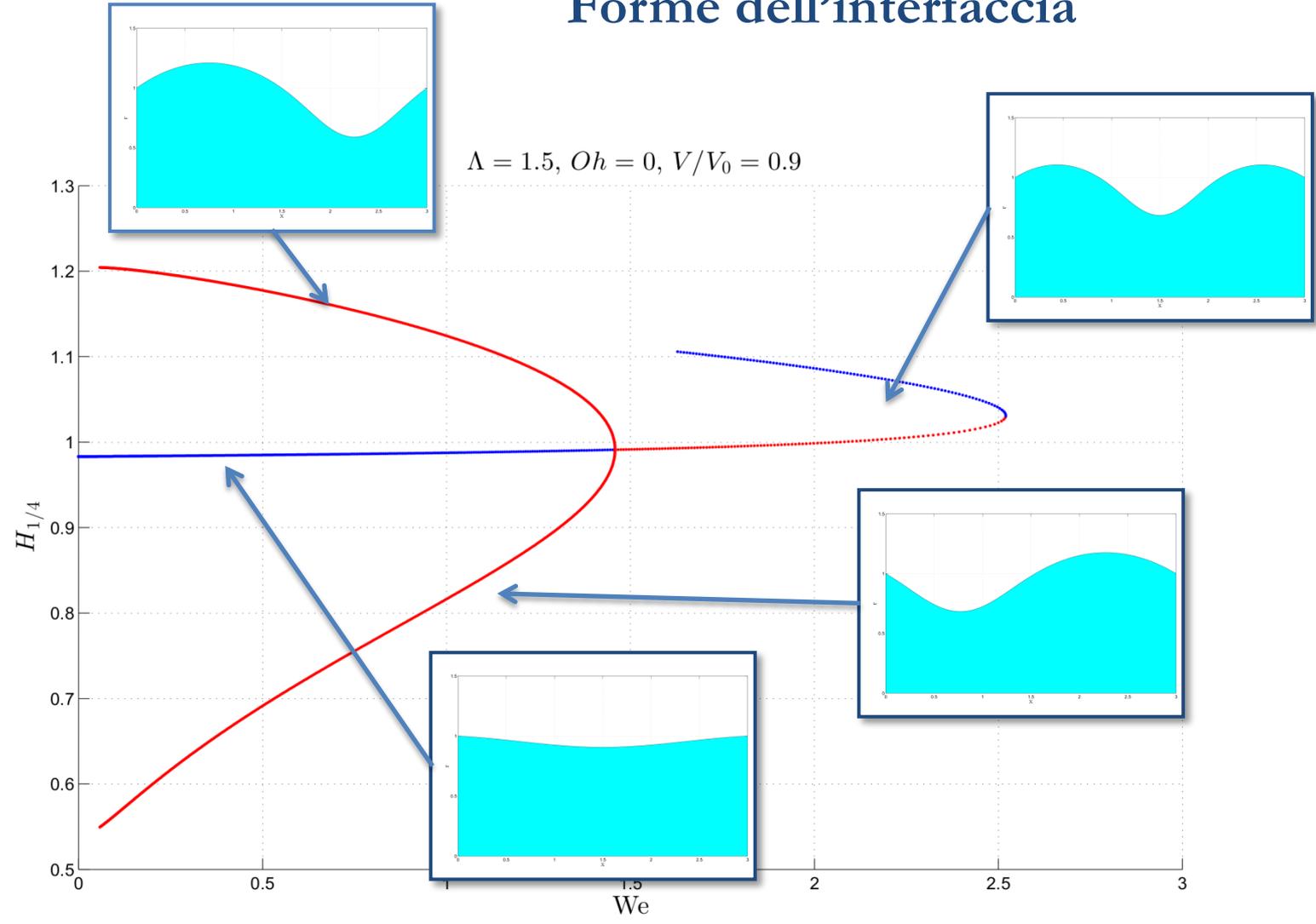
Perdita di stabilità per distacco del liquido dal bordo del disco





Forme dell'interfaccia

$\Lambda = 1.5, Oh = 0, V/V_0 = 0.9$



- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges



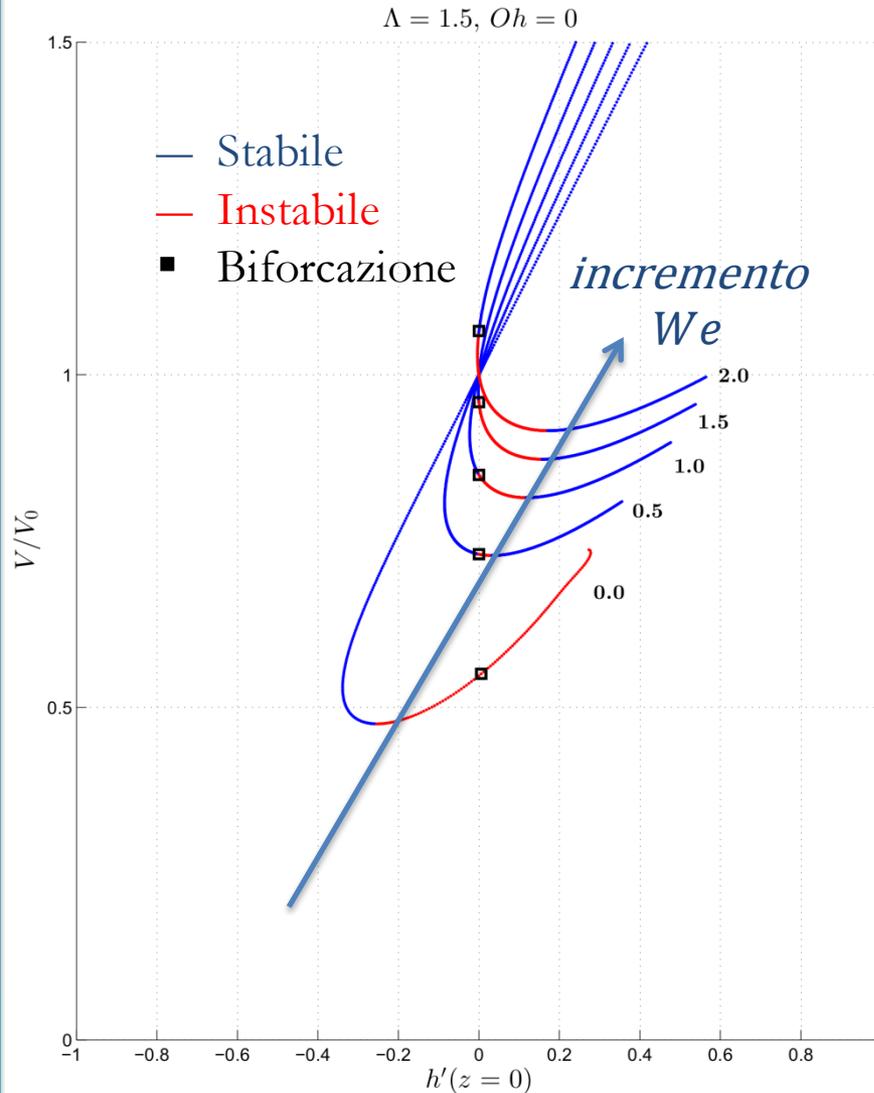
- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi



Aumento del numero di Weber comporta:

- Aumento del minimo volume stabile
- Variazione della natura del cambio di stabilità
- Per alti valori di We il punto di minimo volume è instabile



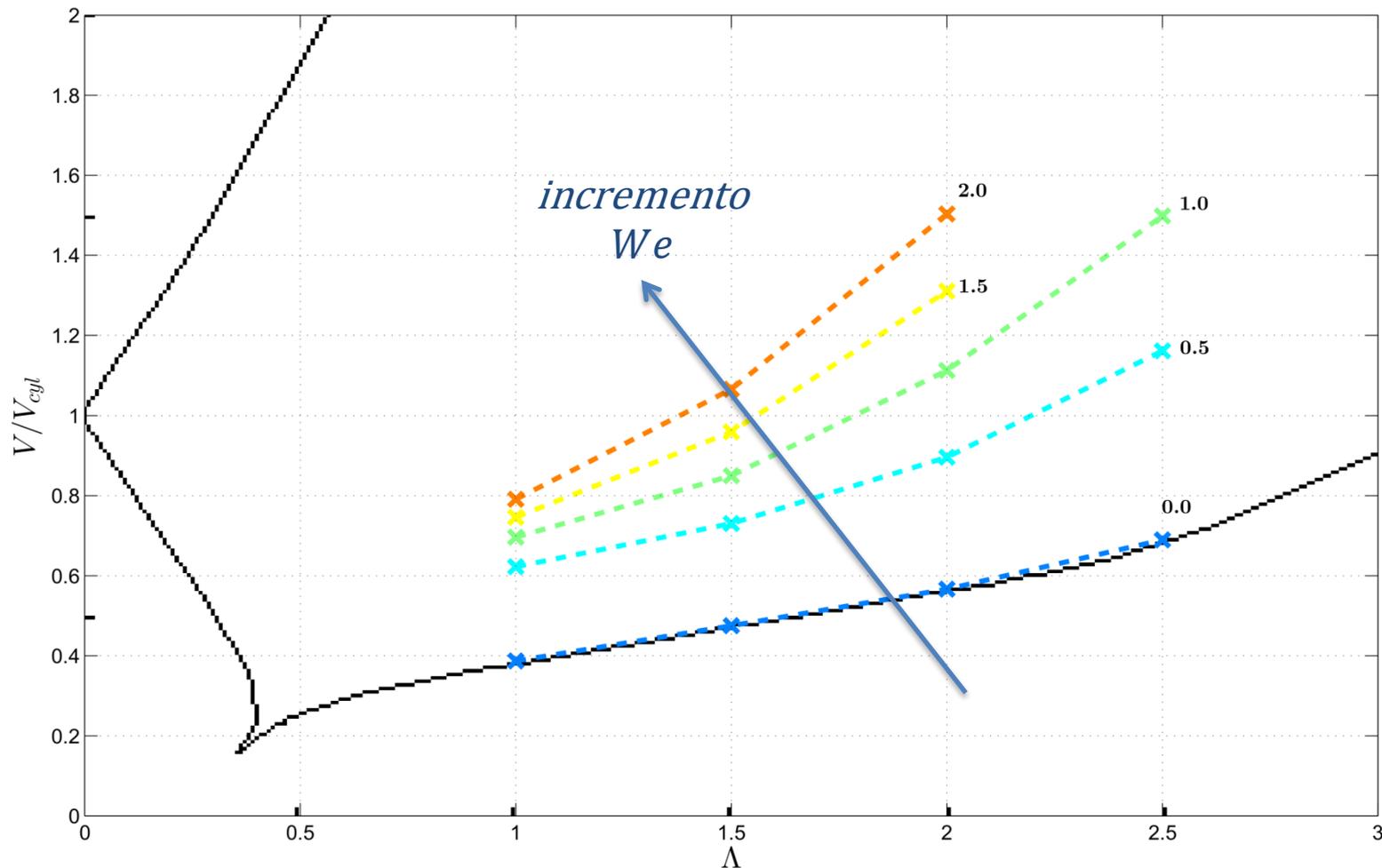
Minimo volume stabile in funzione del numero di Weber

- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



Stability analysis
of liquid bridges

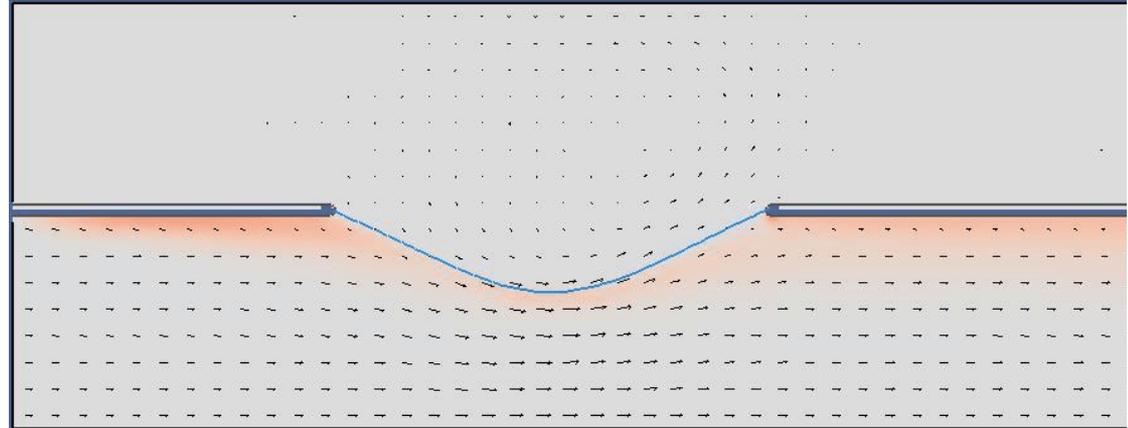
Andrea Tripodi





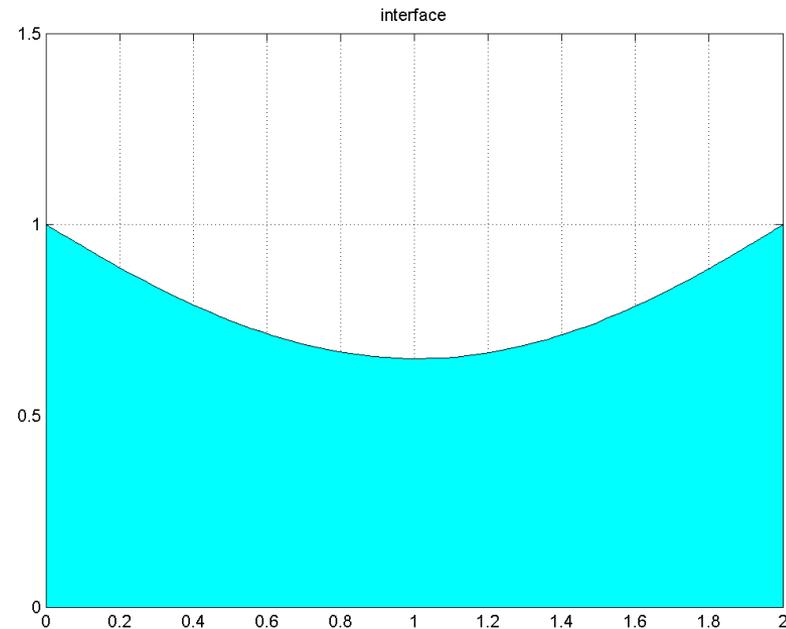
- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni

Simulazione con modello completo assialsimmetrico in GERRIS



$$\Lambda = 1$$
$$V^* = 0,6$$
$$Oh = 10^{-2}$$

Simulazione con modello monodimensionale

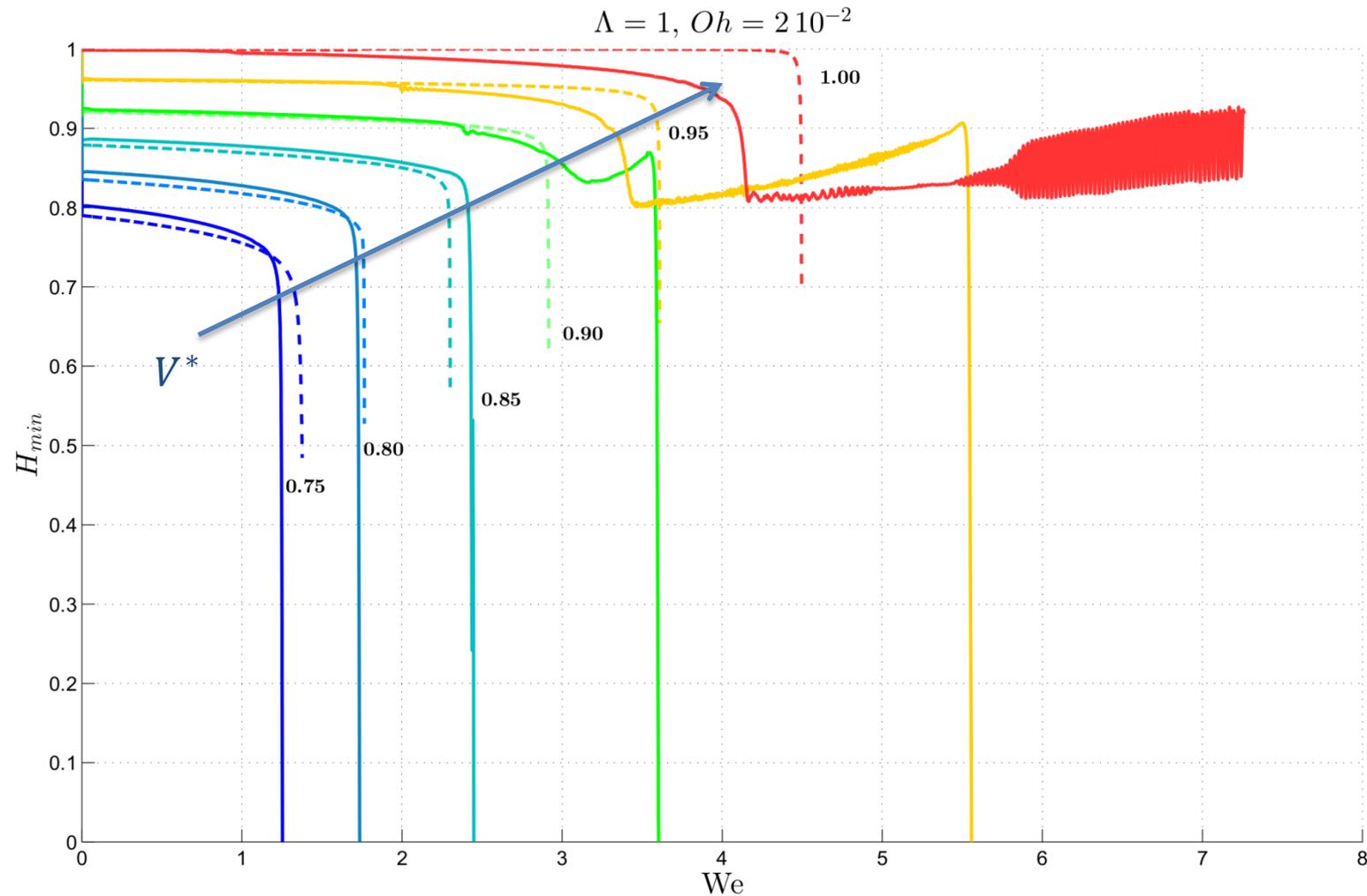


UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges



Confronto tra le simulazioni in GERRIS e il nostro codice di integrazione nel tempo



- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



UPMC
SORBONNE UNIVERSITÉS

Stability analysis
of liquid bridges



Conclusioni:

- E' stato sviluppato un codice di analisi della stabilità efficiente facilmente aggiornabile con altri modelli
- Il modello utilizzato:
 - è risultato capace di predire la rottura del ponte liquido al variare dei parametri
 - permette analisi dei parametri con bassi tempi di calcolo
 - è limitato a zone in cui sono assenti fenomeni più complessi di oscillazioni non lineari

Sviluppi futuri:

- Perfezionamento del modello mono-dimensionale
- Analisi parametrica più approfondita
- Sviluppo di un modello bidimensionale
- Confronto con esperimenti applicativi





UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA
UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE DE PARIS

Stability analysis of liquid bridges

ANDREA TRIPODI

Grazie per l'attenzione

- Introduzione
- Modello
- Analisi
- Metodo
- Risultati
- Conclusioni



Stability analysis
of liquid bridges

Andrea Tripodi