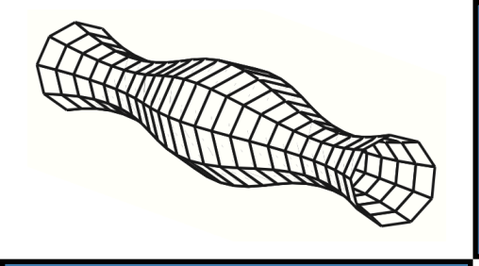
Università degli Studi di Genova
École Polytechnique Fédérale de Lausanne

NON-LINEAR ADJOINT-BASED OPTIMIZATION OF CAPILLARY THINNING AND BREAK-UP OF LIQUID THREADS

Giorgio Rocca

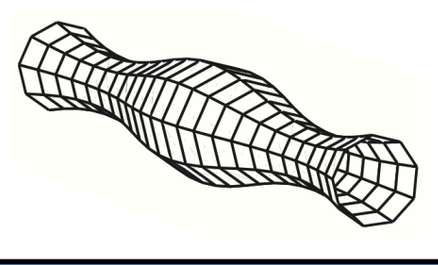
Relatori: Alessandro Bottaro
François Gallaire

Genova, 25 ottobre 2013



Indice

- Introduzione
  - Filone di ricerca
  - Instabilità di Rayleigh-Plateau
  - Obiettivo
- Modello
  - Equazioni
  - Analisi di stabilità
  - Simulazione numerica
- Ottimizzazione
  - Metodo
  - Funzione obiettivo
  - Controllo
  - Risultati
- Esperimenti



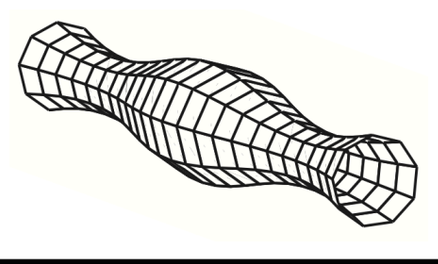
Indice

- Introduzione
  - Filone di ricerca
  - Instabilità di Rayleigh-Plateau
  - Obiettivo
- Modello
  - Equazioni
  - Analisi di stabilità
  - Simulazione numerica
- Ottimizzazione
  - Metodo
  - Funzione obiettivo
  - Controllo
  - Risultati
- Esperimenti

Filone di ricerca

Getti sottili

- Flussi a superficie libera
- Instabilità capillare
- Rottura in gocce



Applicazioni: esempi

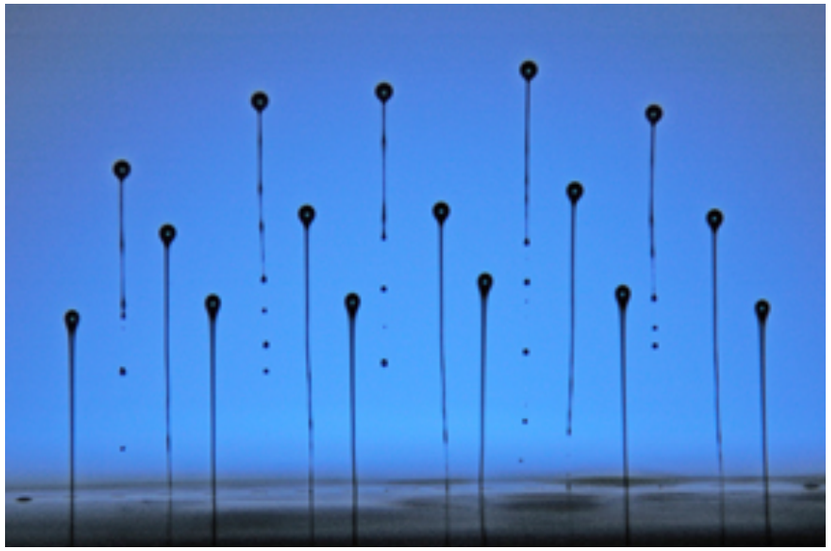
INTRODUZIONE
MODELLO
OTTIMIZZAZIONE
ESPERIMENTI

Applicazioni: esempi

- Iniezione di combustibile

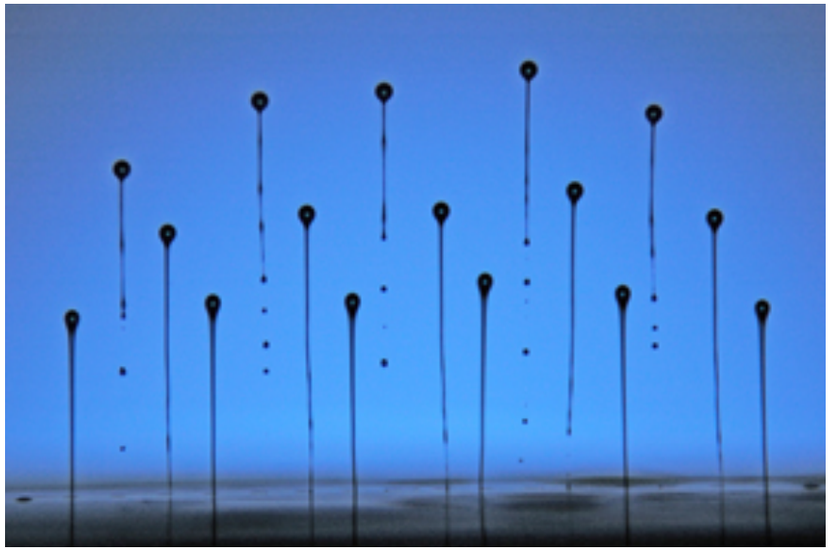
Applicazioni: esempi

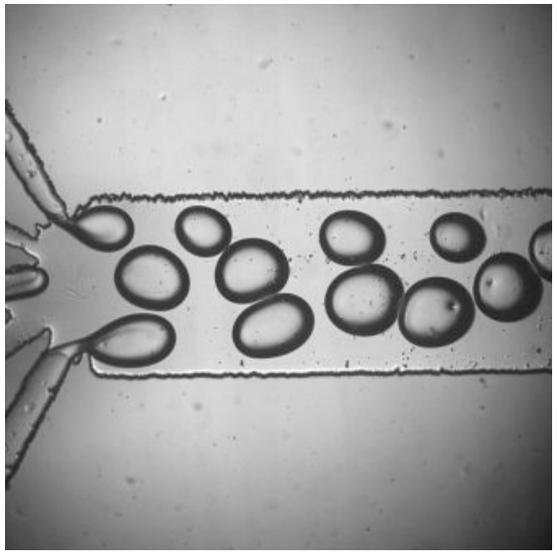
- Iniezione di combustibile
- Stampa a getto d'inchiostro

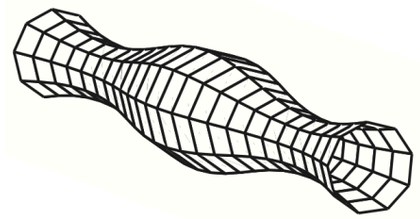


Applicazioni: esempi

- Iniezione di combustibile
- Stampa a getto d'inchiostro
- Microfluidica e "lab-on-a-chip": ricerca chimica, biologica, medica, ...

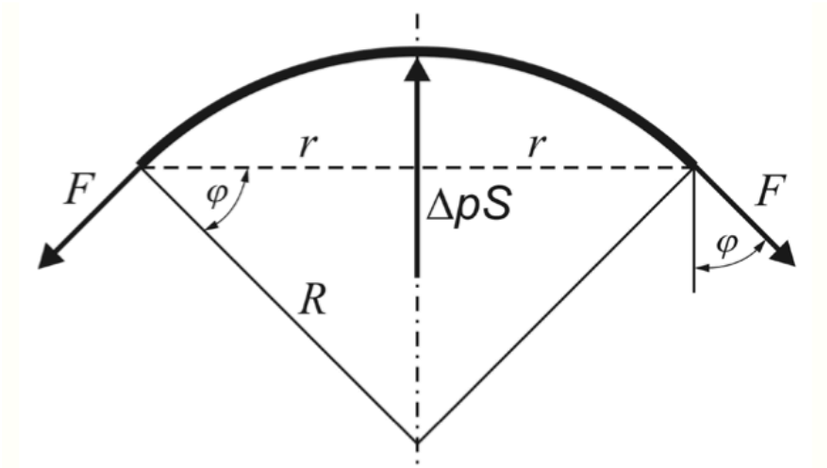


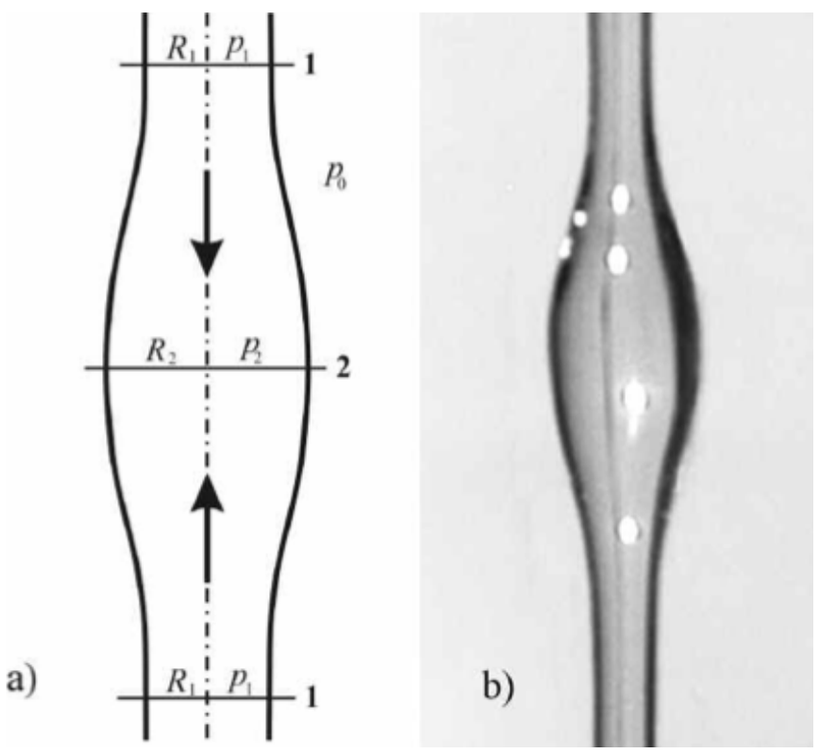




Instabilità di Rayleigh-Plateau

Perché il flusso si rompe in gocce?





Approssimazione con forma cilindrica:

- Equilibrio delle forze:

$$\Delta p = \frac{\gamma}{R}$$

- Il flusso è instabile:

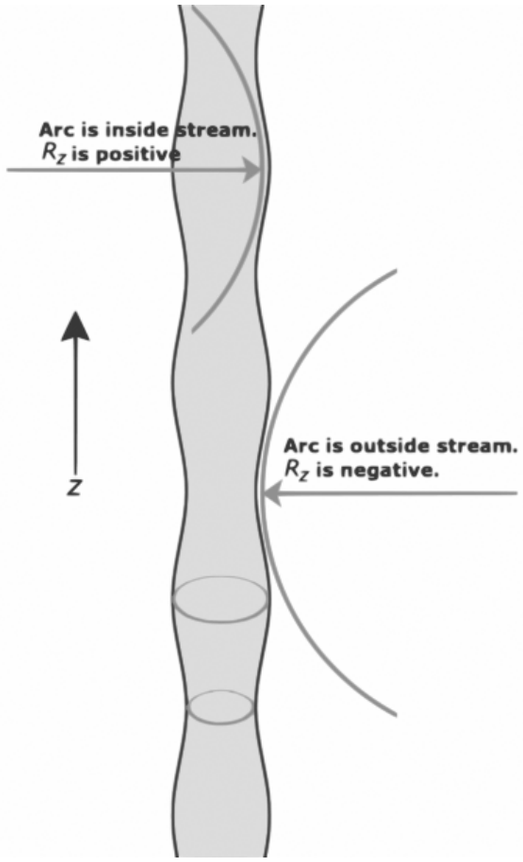
$$p_1 - p_2 = \gamma\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

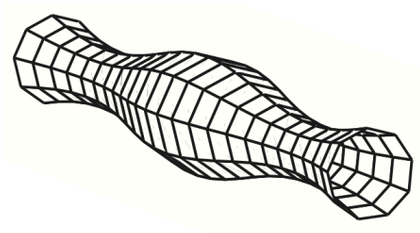
Fattori stabilizzanti o ritardanti

- Secondo raggio di curvatura:

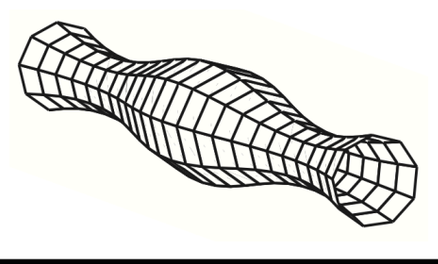
$$\Delta p_2 = \gamma\left(\frac{1}{R_{2,I}} + \frac{1}{R_{2,II}}\right)$$

- Inerzia
- Viscosità



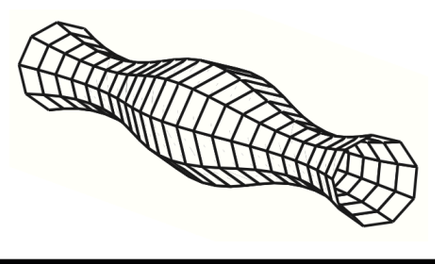


Obiettivo



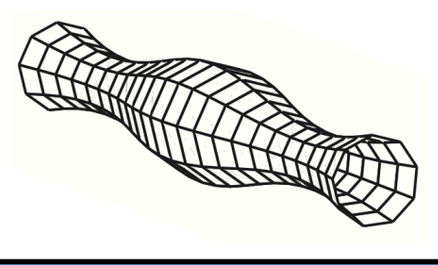
Obiettivo

- Sviluppare un tool per il **controllo dell'instabilità** capillare in flussi liberi di forma cilindrica
- In particolare, **minimizzare il tempo di rottura**, ovvero il tempo di formazione della prima goccia (pinch-off), in filamenti assialsimmetrici, infiniti e incomprimibili



Obiettivo

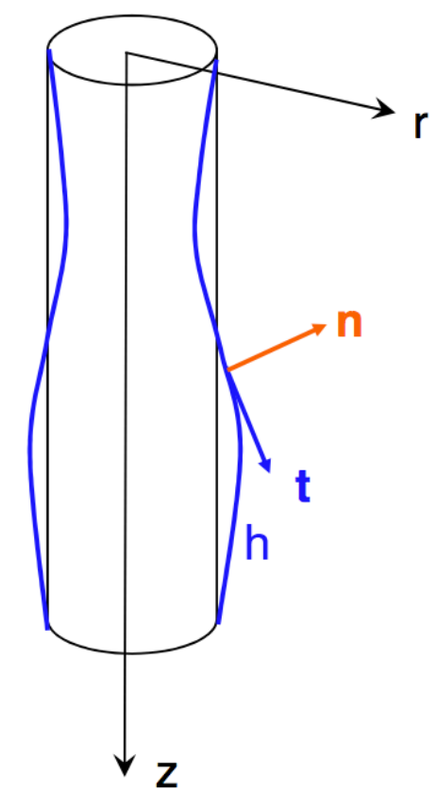
- Sviluppare un tool per il **controllo dell'instabilità** capillare in flussi liberi di forma cilindrica
- In particolare, **minimizzare il tempo di rottura**, ovvero il tempo di formazione della prima goccia (pinch-off), in filamenti assialsimmetrici, infiniti e incomprimibili
- Uso di un **modello mono-dimensionale** per la simulazione del flusso, e del **metodo aggiunto** per la sua ottimizzazione



Indice

- Introduzione
  - Filone di ricerca
  - Instabilità di Rayleigh-Plateau
  - Obiettivo
- Modello
  - Equazioni
  - Analisi di stabilità
  - Simulazione numerica
- Ottimizzazione
  - Metodo
  - Funzione obiettivo
  - Controllo
  - Risultati
- Esperimenti

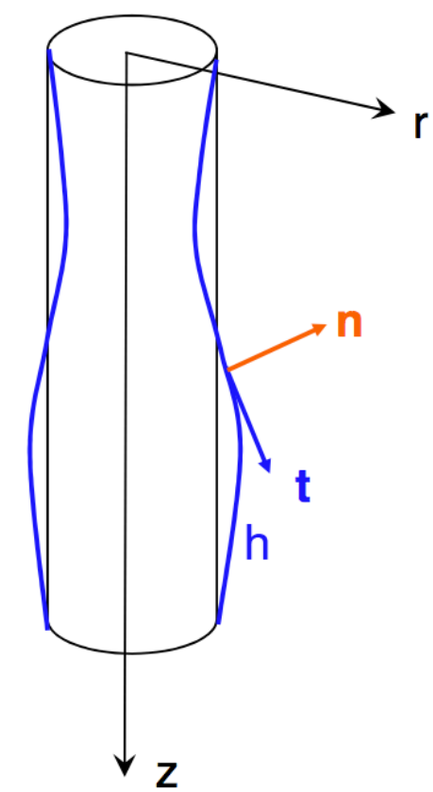
Equazioni complete



INTRODUZIONE
MODELLO
OTTIMIZZAZIONE
ESPERIMENTI

Equazioni complete

- Navier-Stokes assialsimmetrico



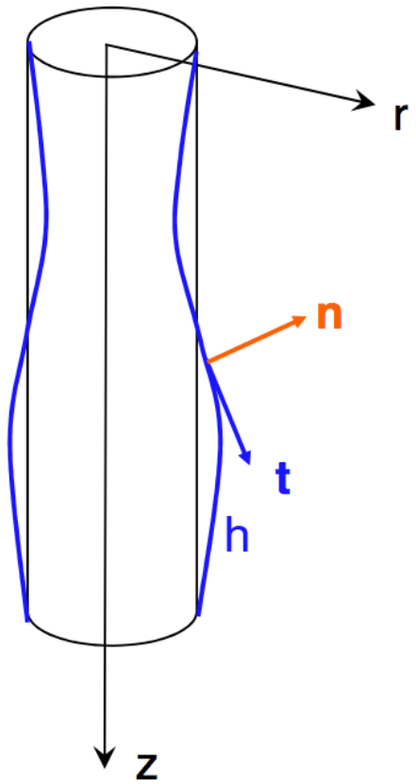
Equazioni complete

- Navier-Stokes assialsimmetrico
- Bilancio forze normali:

$$(\mathbf{n}^T\sigma)\cdot\mathbf{n} = -\gamma\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

- Bilancio forze tangenziali:

$$(\mathbf{n}^T\sigma)\cdot\mathbf{t} = 0$$



Equazioni complete

- Navier-Stokes assialsimmetrico
- Bilancio forze normali:

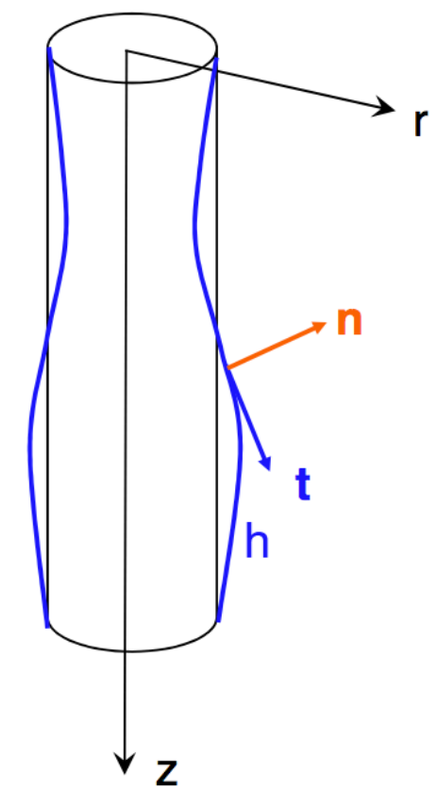
$$(\mathbf{n}^T\sigma)\cdot\mathbf{n} = -\gamma\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

- Bilancio forze tangenziali:

$$(\mathbf{n}^T\sigma)\cdot\mathbf{t} = 0$$

- Condizione cinematica all'interfaccia:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + V_z\frac{\partial h}{\partial z} = V_r|_{r=h}$$

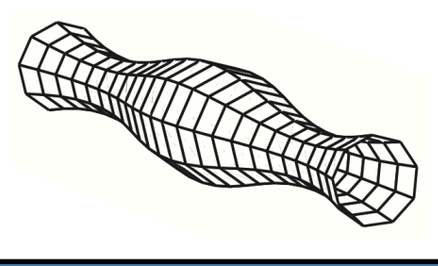


Modello mono-dimensionale

INTRODUZIONE
MODELLO
OTTIMIZZAZIONE
ESPERIMENTI

NON-LINEAR ADJOINT-BASED OPTIMIZATION OF CAPILLARY THINNING AND BREAK-UP OF LIQUID THREADS

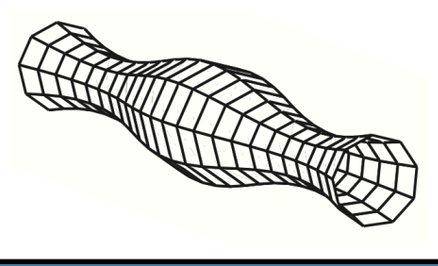
Giorgio Rocca



Modello mono-dimensionale

- Si trattano **filamenti liquidi sottili** rispetto alla propria lunghezza

INTRODUZIONE
MODELLO
OTTIMIZZAZIONE
ESPERIMENTI



INTRODUZIONE
MODELLO
OTTIMIZZAZIONE
ESPERIMENTI

Modello mono-dimensionale

- Si trattano **filamenti liquidi sottili** rispetto alla propria lunghezza
- Si possono espandere le variabili in serie di Taylor rispetto al raggio

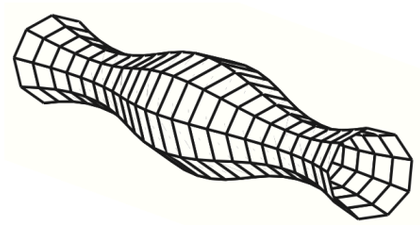
Modello mono-dimensionale

- Si trattano **filamenti liquidi sottili** rispetto alla propria lunghezza
- Si possono espandere le variabili in serie di Taylor rispetto al raggio
- Per simmetria e dalla continuità risulta:

$$V_z(r,z,t) = V_0(z,t) + V_2(z,t)r^2 + \dots$$

$$p(r,z,t) = p_0(z,t) + p_2(z,t)r^2 + \dots$$

$$V_r(r,z,t) = -\frac{\partial V_0(z,t)}{\partial z}\frac{r}{2} - \frac{\partial V_2(z,t)}{\partial z}\frac{r^3}{4} + \dots$$



Equazioni

Sostituendo, arrotondando al prim'ordine e adimensionalizzando, si ha il **sistema di PDE**:

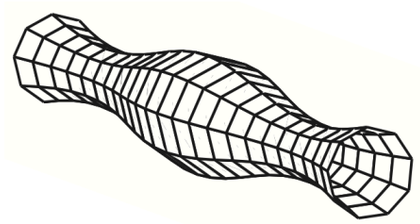
$$\begin{cases} \dfrac{\partial h}{\partial t} = \dfrac{1}{2h}\dfrac{\partial}{\partial z}(h^2 V_0) \\ \dfrac{\partial V}{\partial t} = -V^* \dfrac{\partial V}{\partial z} - \dfrac{\partial p}{\partial z} + 3Oh\left(\dfrac{2\frac{\partial h}{\partial z}\frac{\partial V}{\partial z}}{h} + \dfrac{\partial^2 V}{\partial z 2}\right) \\ p = \gamma\left(\dfrac{1}{h\left[1+(\frac{\partial h}{\partial z})^2\right]^{0.5}} - \dfrac{(\frac{\partial^2 h}{\partial z 2})}{\left[1+(\frac{\partial h}{\partial z})^2\right]^{1.5}}\right) \end{cases}$$

- Numero di Ohnesorge:

$$Oh = \frac{\mu}{\sqrt{\rho\gamma h_0}} = \frac{viscosity}{\sqrt{(inertia)(surface\ tension)}}$$

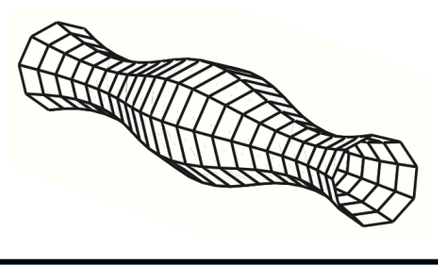
- Tempo caratteristico:

$$\tau_c = \sqrt{\frac{\rho h_0^3}{\gamma}}$$



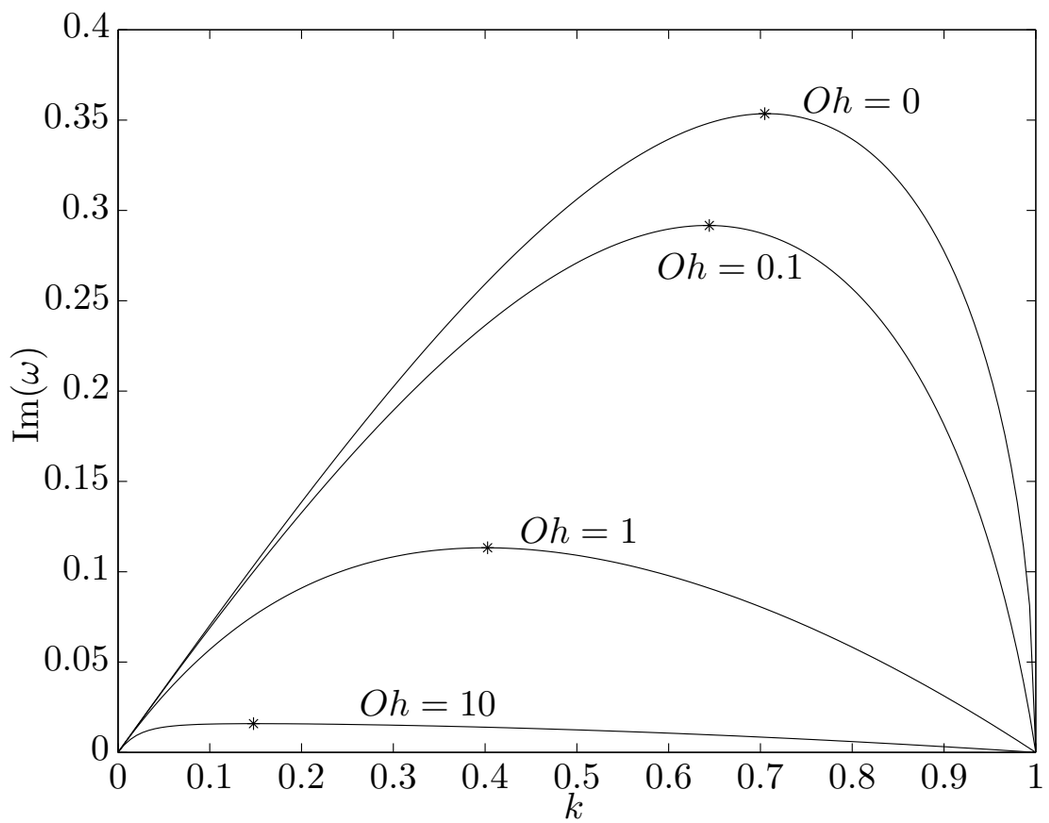
Analisi di stabilità lineare

- Sostituzione variabili: flusso base + perturbazione in **modi normali**, ad es. $h(z,t) = 1 + \delta e^{-i(kx-\omega t)}$
- Dalla relazione di dispersione si ricavano i **tassi di crescita** per i vari numeri d'onda

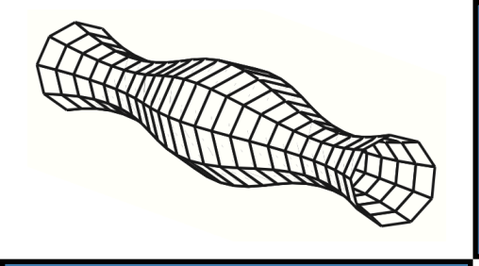


Analisi di stabilità lineare

- Sostituzione variabili: flusso base + perturbazione in **modi normali**, ad es. $h(z,t) = 1 + \delta e^{-i(kx-\omega t)}$
- Dalla relazione di dispersione si ricavano i **tassi di crescita** per i vari numeri d'onda



- Andamento ad ottimo
- $k_{taglio} = 1 \quad \forall Oh$
- Dipendenza da Oh

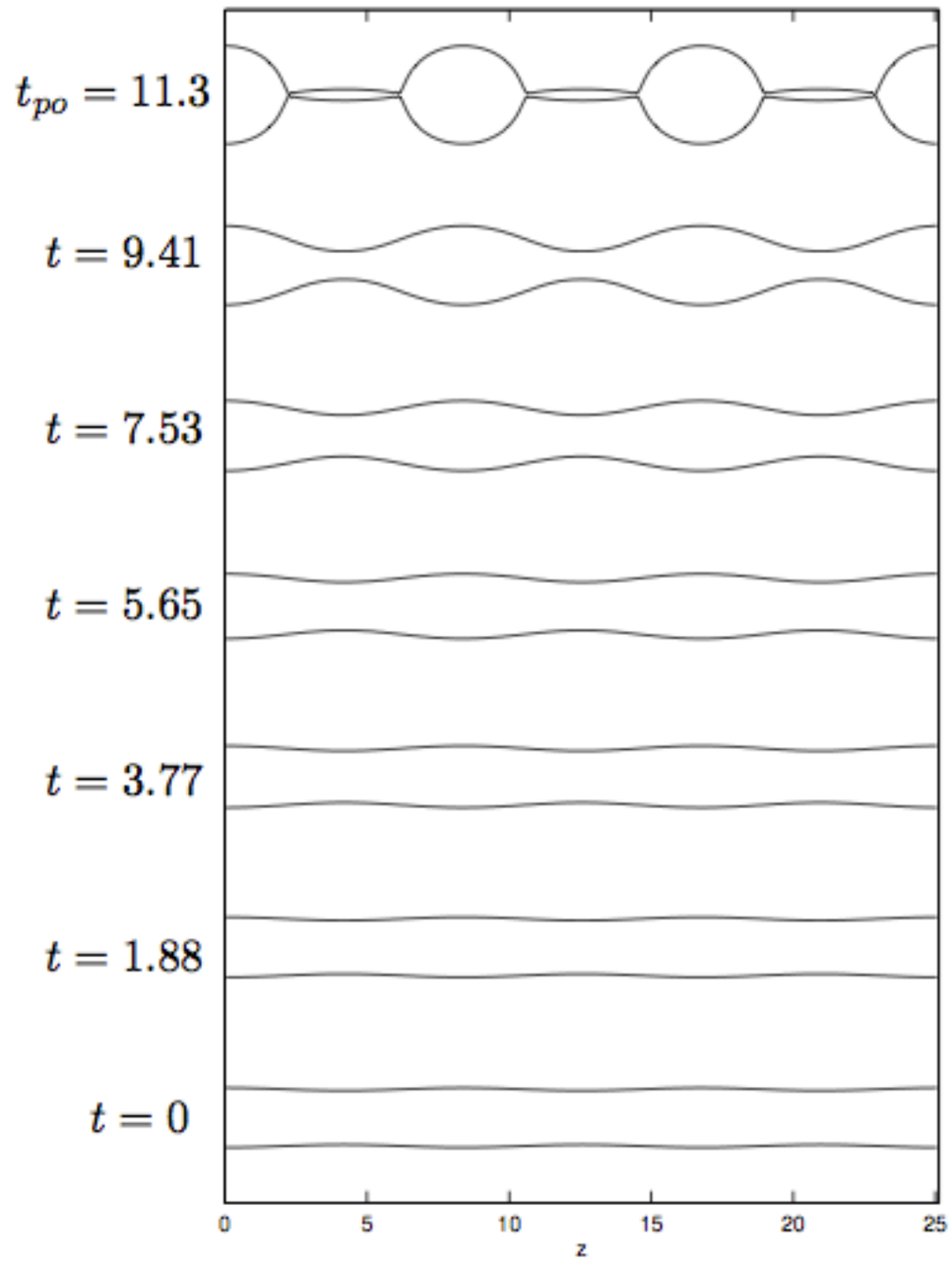


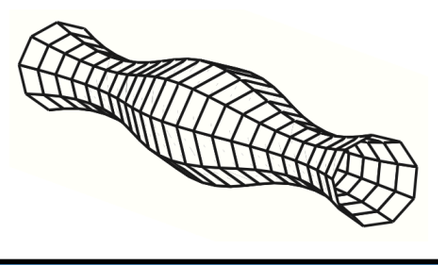
Simulazione numerica

- Metodo delle Linee: PDE $\longrightarrow$ ODE
- Differenze finite / metodi spettrali
- Condizione di periodicità
- Solutore ODE dalle librerie MATLAB

Simulazione numerica

Esempio: condizione iniziale sinusoidale





Indice

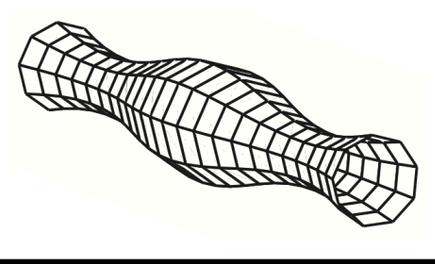
- Introduzione
  - Filone di ricerca
  - Instabilità di Rayleigh-Plateau
  - Obiettivo
- Modello
  - Equazioni
  - Analisi di stabilità
  - Simulazione numerica
- Ottimizzazione
  - Metodo
  - Funzione obiettivo
  - Controllo
  - Risultati
- Esperimenti

INTRODUZIONE
MODELLO
OTTIMIZZAZIONE
ESPERIMENTI

Ottimizzazione vincolata

Vettore di stato	$\mathbf{q}$
Vettore controllo	$\mathbf{g}$
Funzione obiettivo	$J(\mathbf{q}, \mathbf{g})$
Equazione di stato	$F(\mathbf{q}, \mathbf{g}) = 0$

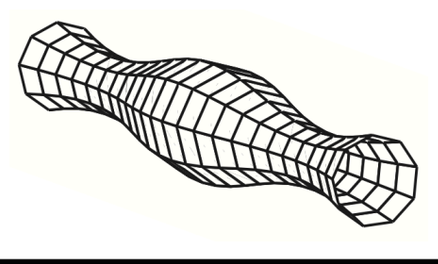
- Obiettivo: scendere il più possibile lungo le curve di livello di J, rimanendo sul cammino indicato dal vincolo $F{=}0$, e trovare un minimo



Metodo

- Nel punto di minimo, la curva di livello di J è tangente al vincolo:

$$\rightarrow \left[\frac{\partial J}{\partial g}, \frac{\partial J}{\partial q}\right] = a \left[\frac{\partial F}{\partial g}, \frac{\partial F}{\partial q}\right]$$



Metodo

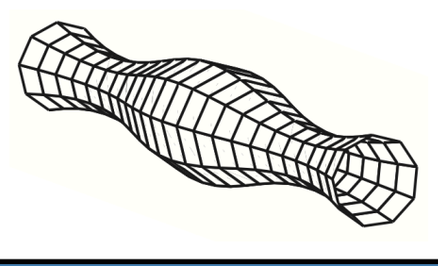
- Nel punto di minimo, la curva di livello di J è tangente al vincolo:

$$\rightarrow \left[\frac{\partial J}{\partial g}, \frac{\partial J}{\partial q}\right] = a \left[\frac{\partial F}{\partial g}, \frac{\partial F}{\partial q}\right]$$

- Funzione Lagrangiana:

$$\mathcal{L}(\mathbf{q}, \mathbf{g}, \mathbf{a}) = J(\mathbf{q}, \mathbf{g}) - \mathbf{a}\, F(\mathbf{q}, \mathbf{g})$$

- Ottimalità:
  - $\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \mathbf{a}} = 0 \rightarrow$ equazioni di stato
  - $\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \mathbf{q}} = 0 \rightarrow$ equazioni aggiunte
  - $\frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \mathbf{g}} = 0 \rightarrow$ condizione di ottimalità



Funzione obiettivo

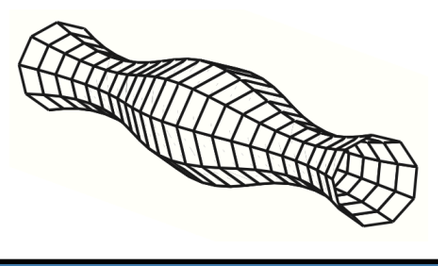
- Problema: il tempo di pinch-off non è facilmente esprimibile in maniera diretta tramite le variabili del sistema

Funzione obiettivo

- Problema: il tempo di pinch-off non è facilmente esprimibile in maniera diretta tramite le variabili del sistema

- Idea: ottimizzare una funzione obiettivo legata alla crescita delle instabilità

Crescita più rapida ⟷ Tempo di pinch-off inferiore



Funzione obiettivo

$$OF_1(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{\partial h(z,T)}{\partial z}\right]^2 dz$$

$$OF_2(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[1 - h(z,T)\right]^2 dz$$

Funzione obiettivo

$$OF_1(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{\partial h(z,T)}{\partial z}\right]^2 dz$$

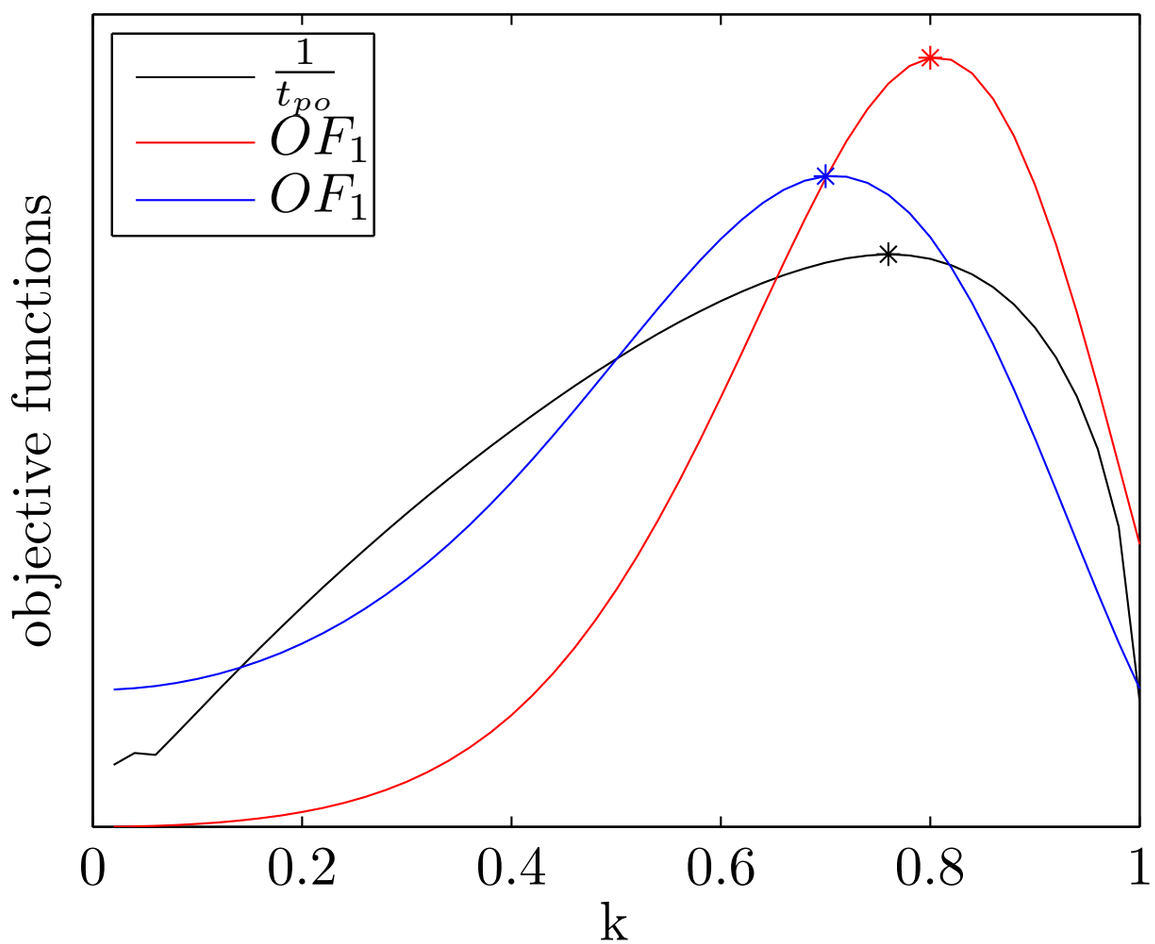
$$OF_2(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[1 - h(z,T)\right]^2 dz$$

- Test su range di numeri d'onda instabili

Funzione obiettivo

$$OF_1(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{\partial h(z,T)}{\partial z}\right]^2 dz$$

$$OF_2(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[1 - h(z,T)\right]^2 dz$$



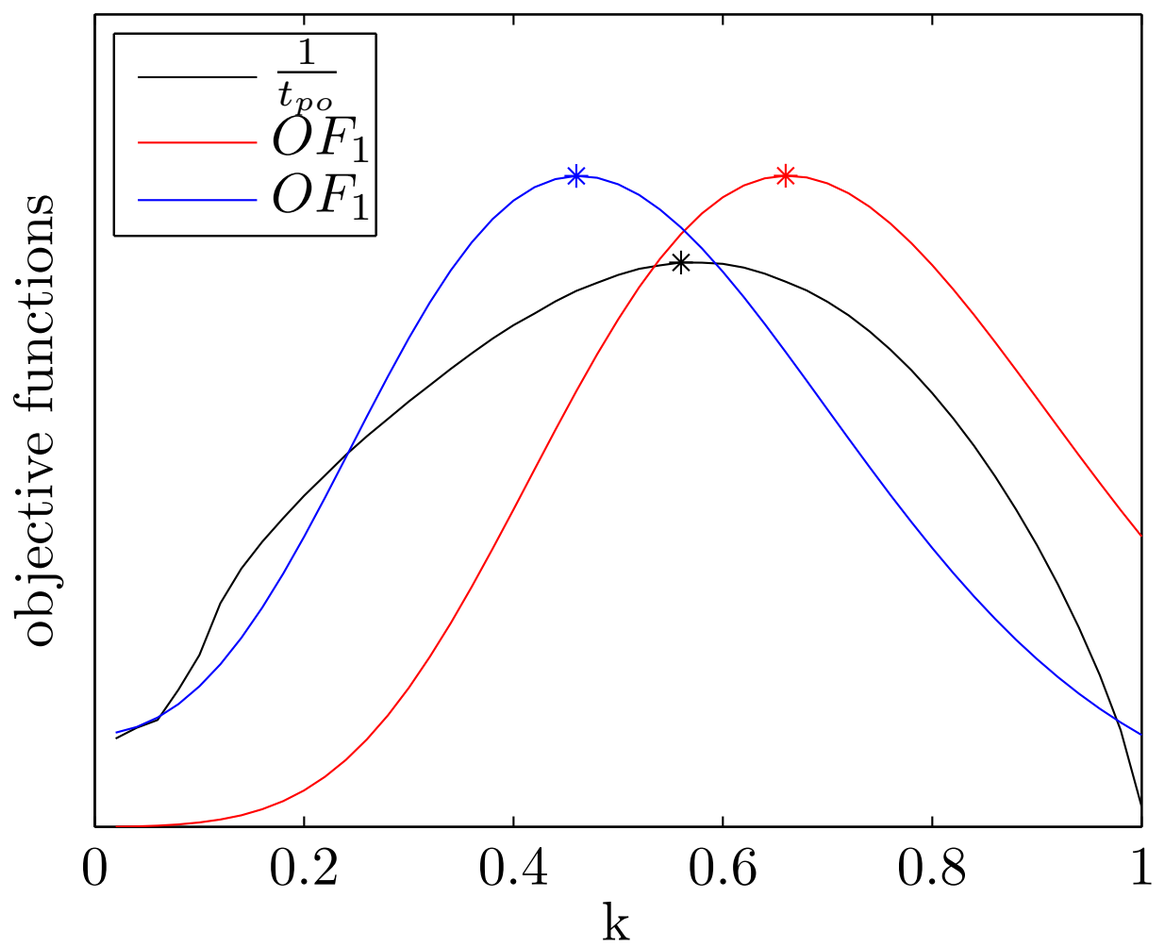
- Test su range di numeri d'onda instabili

$\longleftarrow \quad Oh = 0$

Funzione obiettivo

$$OF_1(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{\partial h(z,T)}{\partial z}\right]^2 dz$$

$$OF_2(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[1 - h(z,T)\right]^2 dz$$



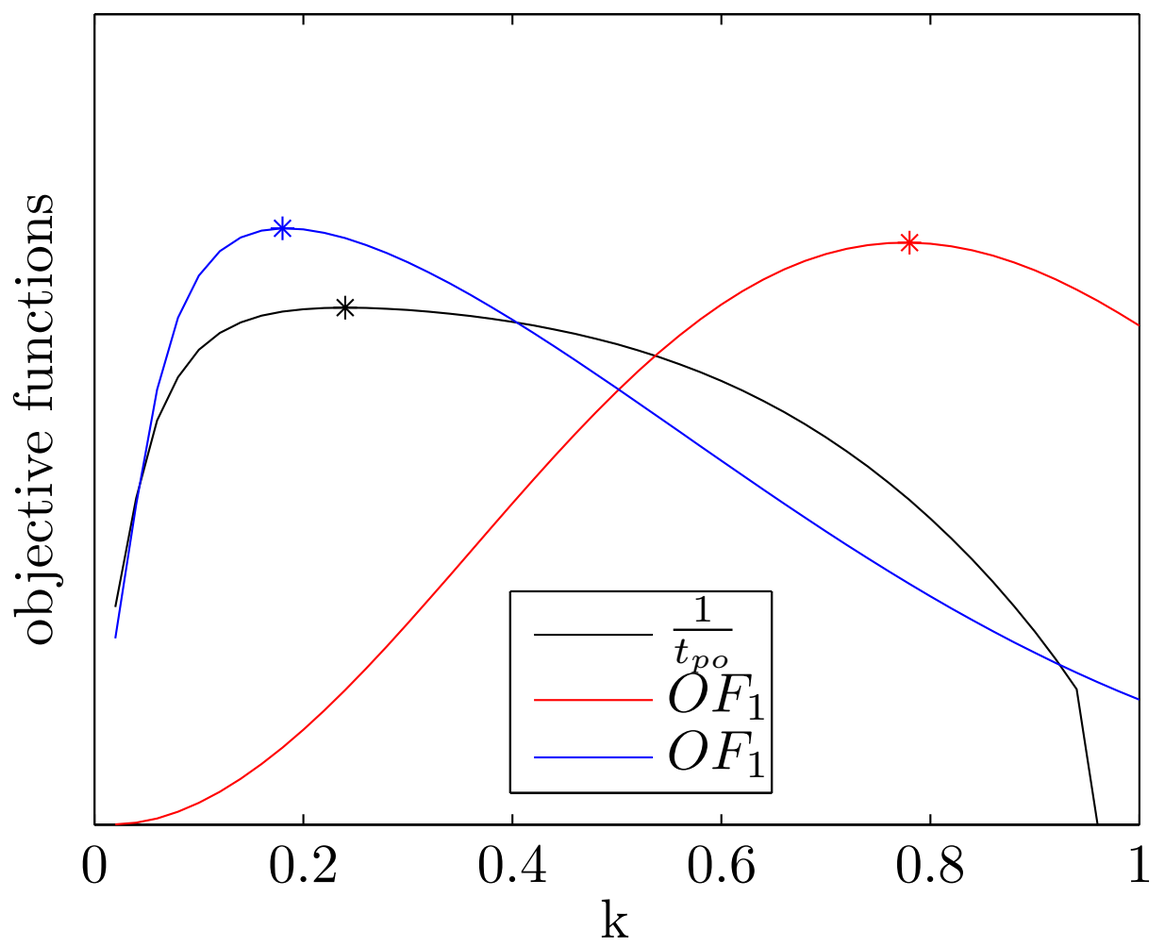
- Test su range di numeri d'onda instabili

$\longleftarrow \quad Oh = 1$

Funzione obiettivo

$$OF_1(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{\partial h(z,T)}{\partial z}\right]^2 dz$$

$$OF_2(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[1 - h(z,T)\right]^2 dz$$



- Test su range di numeri d'onda instabili

$\longleftarrow \quad Oh = 10$

Funzione obiettivo

$$OF_1(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{\partial h(z,T)}{\partial z}\right]^2 dz$$

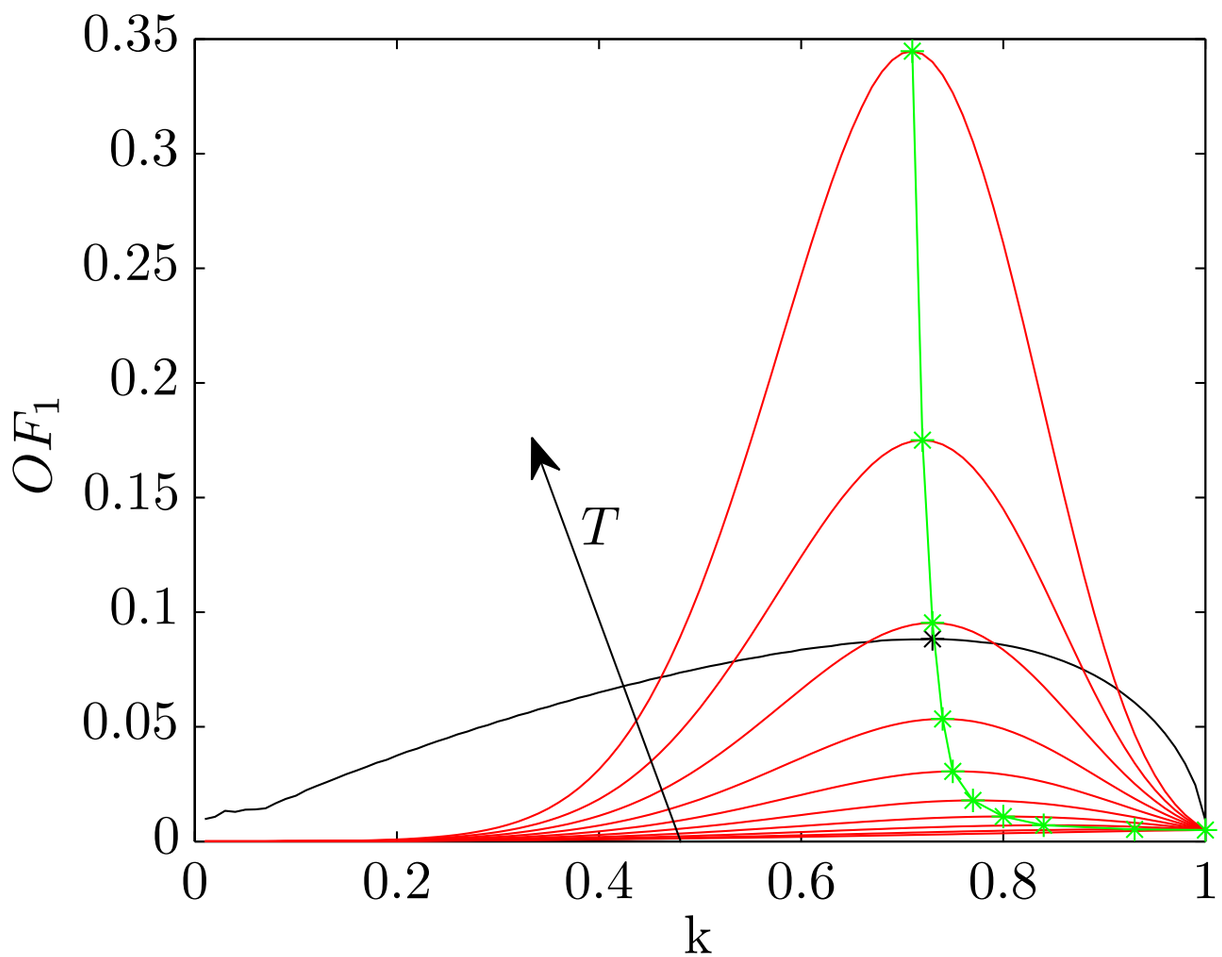
$$OF_2(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[1 - h(z,T)\right]^2 dz$$

- Test su range di numeri d'onda instabili
- Test per diversi T

Funzione obiettivo

$$OF_1(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{\partial h(z,T)}{\partial z}\right]^2 dz$$

$$OF_2(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[1 - h(z,T)\right]^2 dz$$



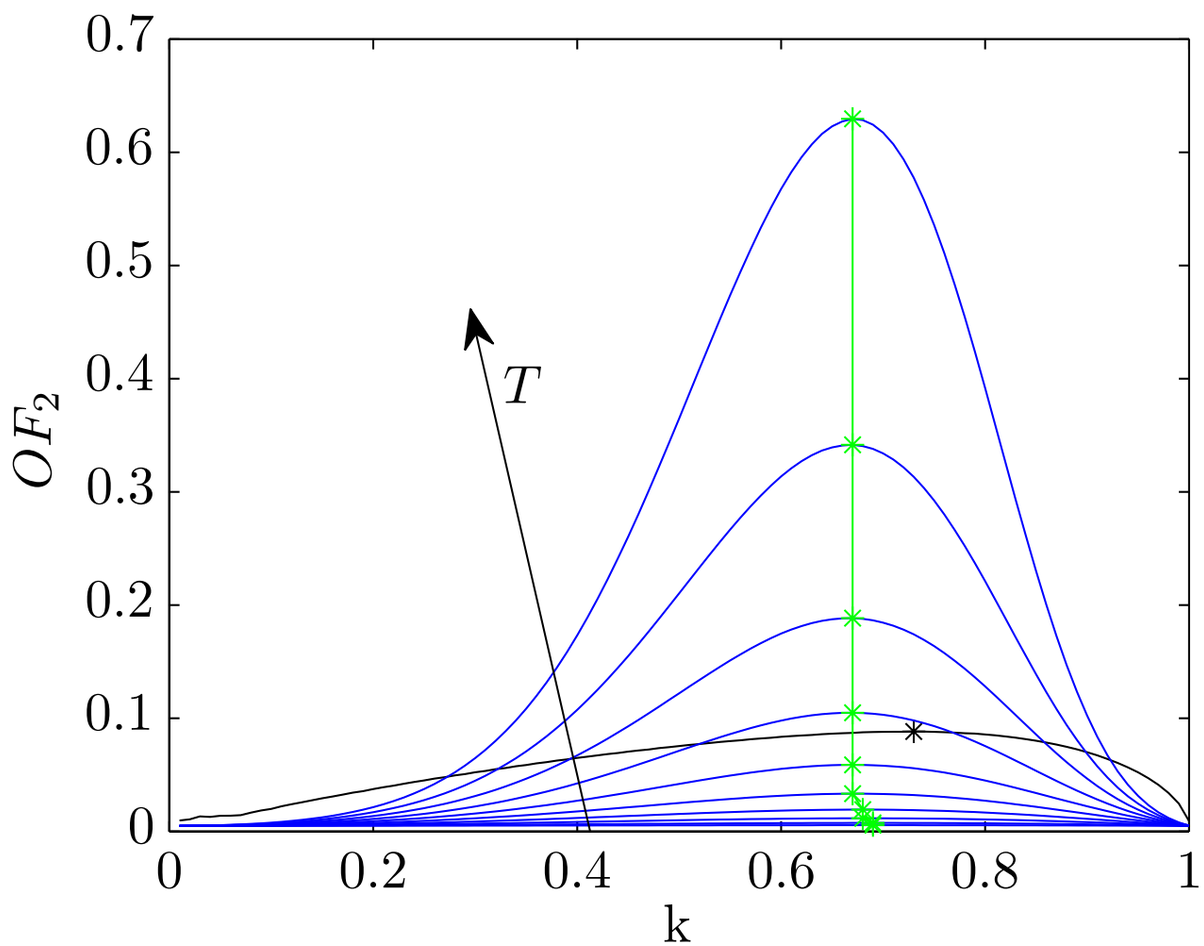
- Test su range di numeri d'onda instabili
- Test per diversi T

$\longleftarrow \quad Oh = 1$

Funzione obiettivo

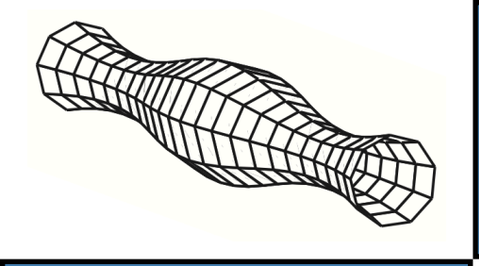
$$OF_1(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{\partial h(z,T)}{\partial z}\right]^2 dz$$

$$OF_2(T) = \frac{1}{L}\int_0^L \left[1 - h(z,T)\right]^2 dz$$



- Test su range di numeri d'onda instabili
- Test per diversi T

$\longleftarrow \quad Oh = 1$



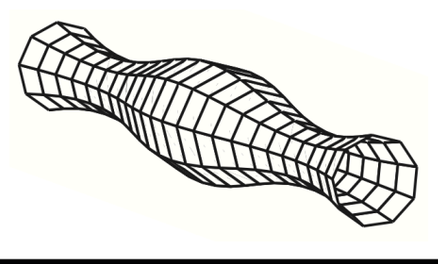
Funzione obiettivo

- Massimizzare una funzione equivale a minimizzare la sua inversa

- Si minimizza:

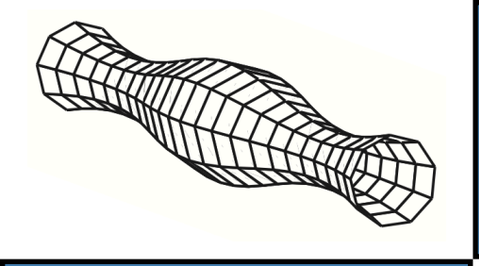
$$J_{po}(T) = \underbrace{\frac{\gamma_1}{\frac{1}{L}\int_0^L \left[\frac{\partial F(z,T)}{\partial z}\right]^2 dz}}_{J_1} + \underbrace{\frac{\gamma_2}{\frac{1}{L}\int_0^L \left[1 - F(z,T)\right]^2 dz}}_{J_2}$$

- Con $T = (0.3 \div 0.5)t_{po}$



Controllo

- Il **controllo** è la condizione iniziale:
  $g(z) = h(z, 0)$



Controllo

- Il **controllo** è la condizione iniziale:
  $g(z) = h(z, 0)$

- Il **riferimento** è la perturbazione sinusoidale con la lunghezza d'onda più destabilizzante:
  $g_{rif}(z) = 1 + \epsilon \cos(k_{lin,opt} z)$

Controllo

- Il **controllo** è la condizione iniziale:
  $g(z) = h(z, 0)$

Criteri di comparabilità

- Il **riferimento** è la perturbazione sinusoidale con la lunghezza d'onda più destabilizzante:
  $g_{rif}(z) = 1 + \epsilon \cos(k_{lin,opt} z)$

Criterio di ampiezza Locale

- Riferimento:

$$g_{rif}(z) \in [h_0 - \epsilon, h_0 + \epsilon].$$

- Parametri di valutazione:

$$\omega_{nodes} = \frac{\text{nodi in cui il criterio non è soddisfatto}}{\text{nodi totali}} * 100$$

$$\omega_{max} = \max\left(\frac{|h_{max} - \epsilon|}{\epsilon}, \frac{|h_{min} + \epsilon|}{\epsilon}\right) * 100$$

Criterio di ampiezza integrale

- Riferimento:

$$\overline{A}_{rif} = \frac{1}{L}\int_0^L \left[g_{rif}(z) - 1\right]^2 dz$$

- Parametro di valutazione:

$$R_A = \frac{\overline{A}_{ott}}{\overline{A}_{rif}}$$

Criterio di congruenza della massa

- Riferimento:

$$\mathcal{M}_{rif} = \pi\rho \int_0^L g_{rif}(z)^2 dz$$

- Parametro di valutazione:

$$\Delta_{mass} = \frac{\mathcal{M}_{opt} - \mathcal{M}_{rif}}{\mathcal{M}_{rif}} * 100$$

Come mantenere limitato il controllo durante l'ottimizzazione?

- Penalizzazione nella funzione obiettivo:

1. $J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[g(z) - 1\right]^2 dz$
2. $J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[(g(z) - 1)^2 - \overline{A}\right]^2 dz$

Come mantenere limitato il controllo durante l'ottimizzazione?

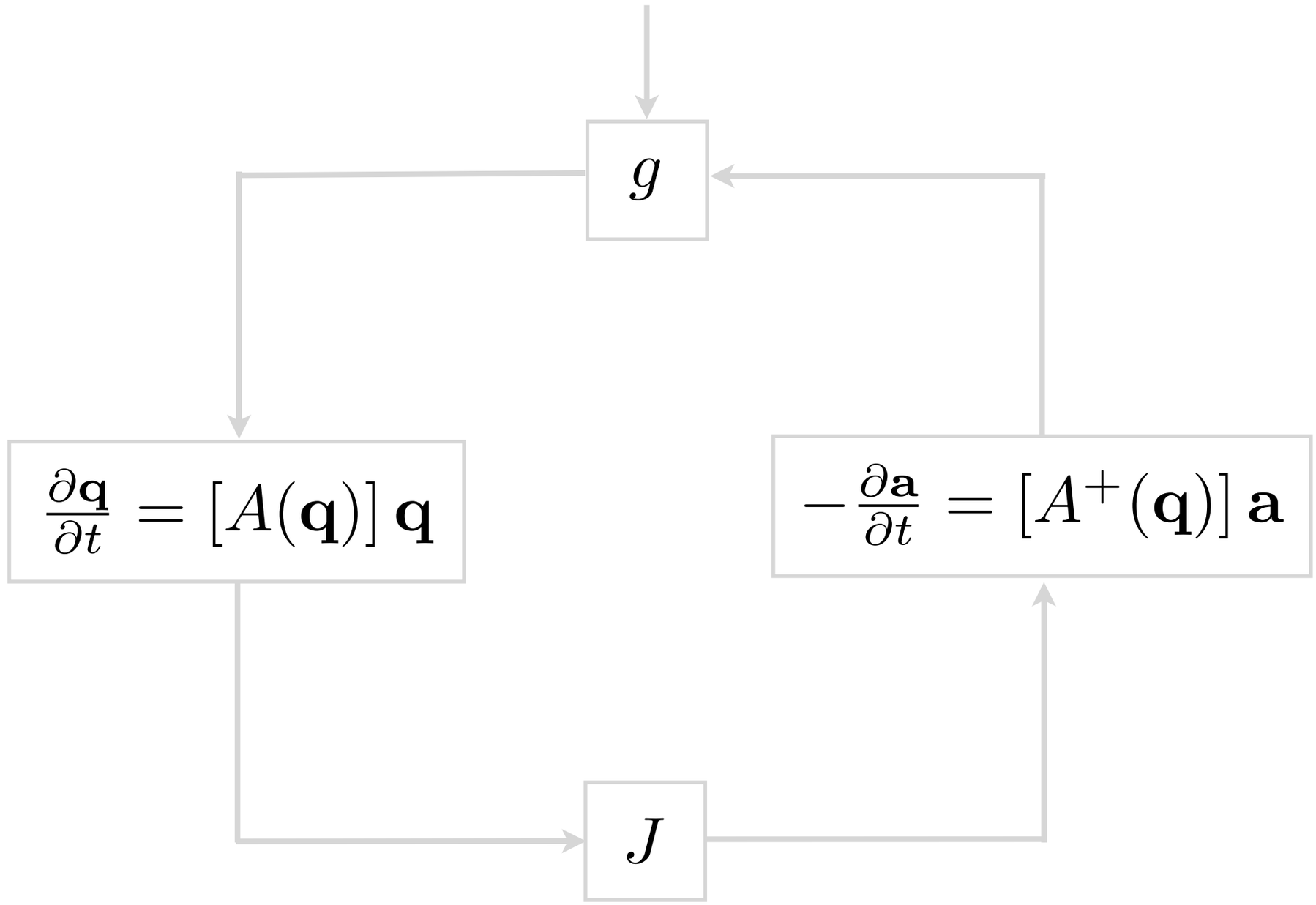
- Penalizzazione nella funzione obiettivo:

1. $J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[g(z) - 1\right]^2 dz$
2. $J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[(g(z) - 1)^2 - \overline{A}\right]^2 dz$

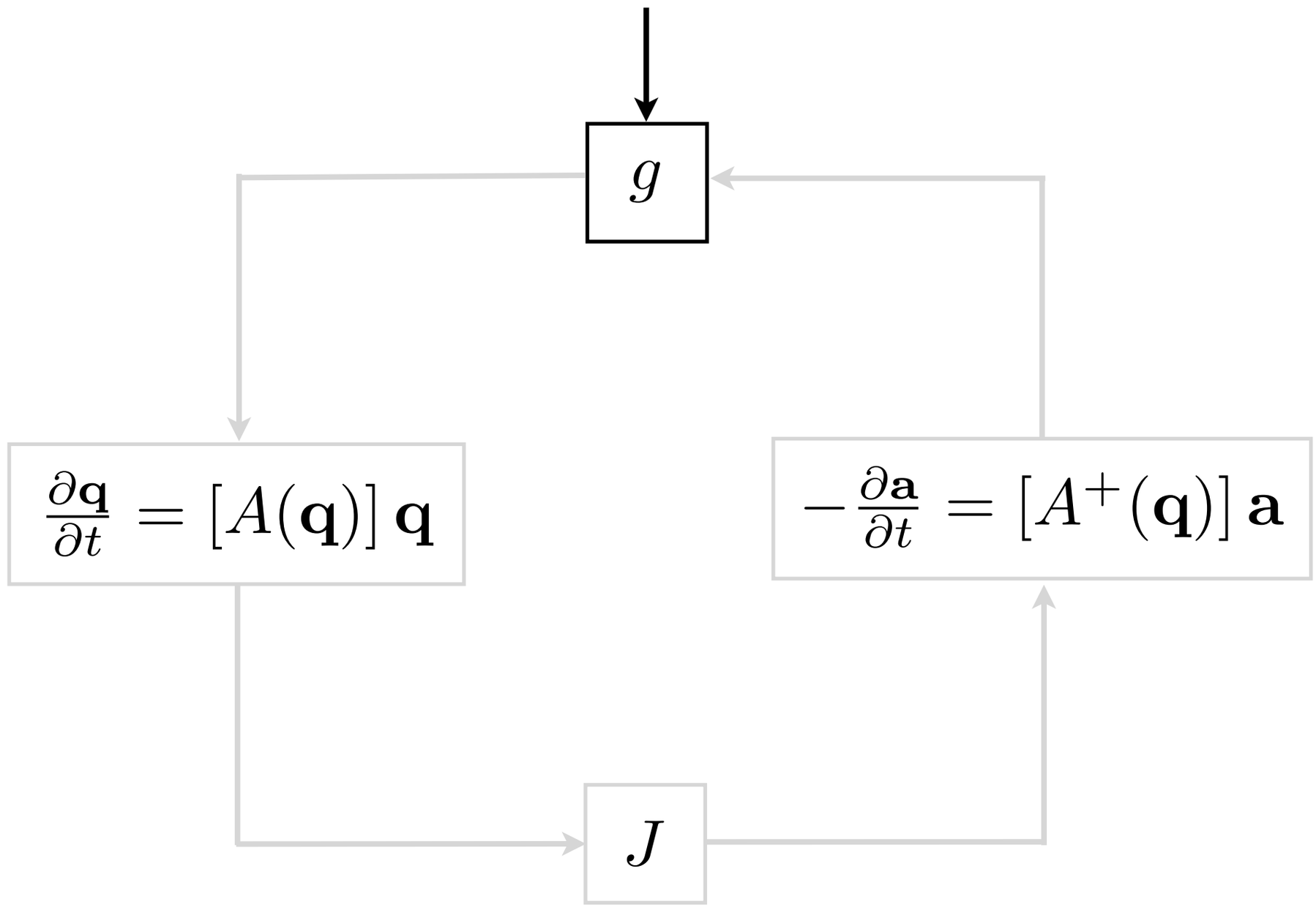
- Aggiunta di vincoli nella Lagrangiana:

3. $\mathcal{L} = \cdots - a_k \cdot \left[\frac{1}{L}\int_0^L \left[g(z) - 1\right]^2 dz - \overline{A}\right]$

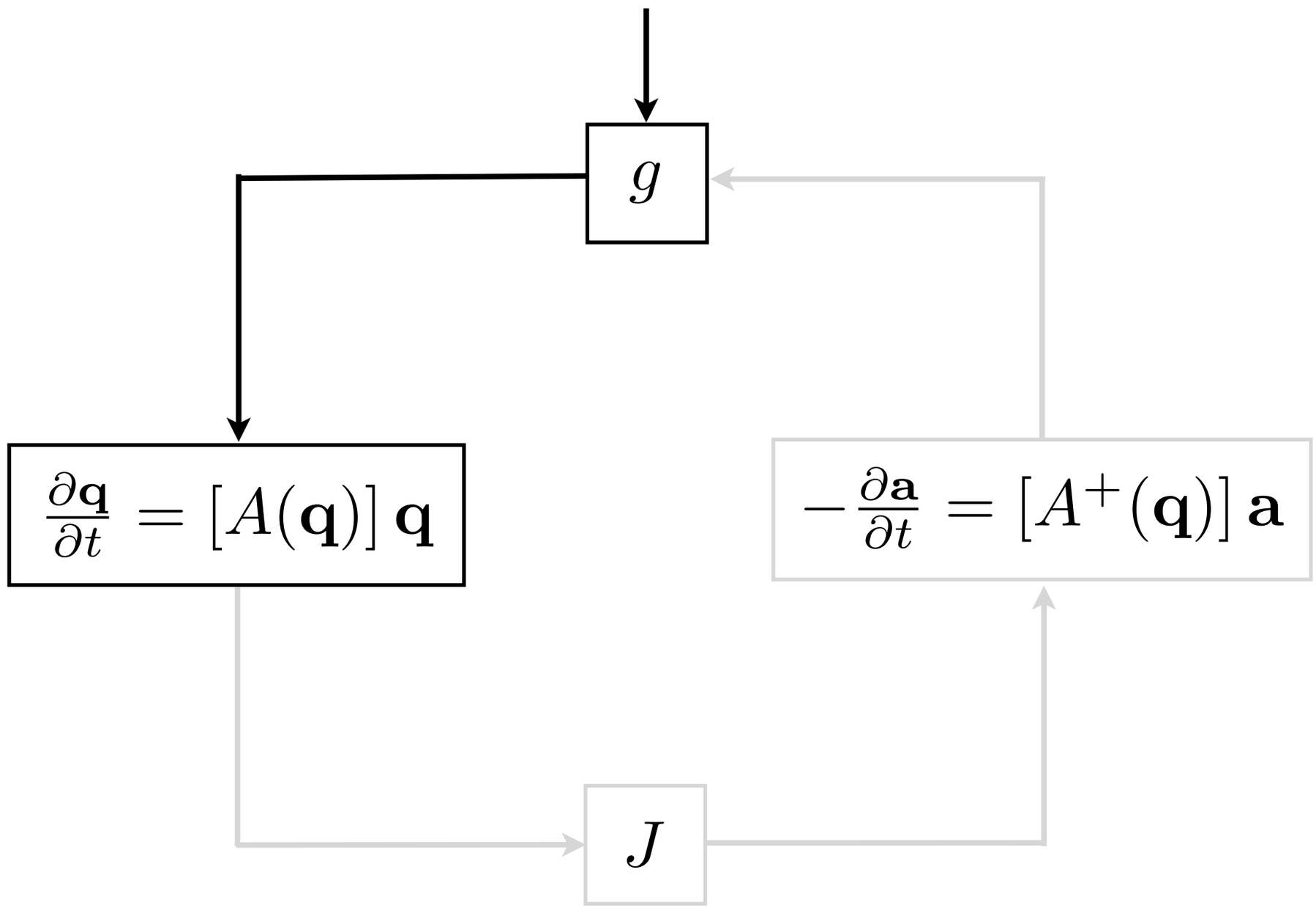
Loop di ottimizzazione



Loop di ottimizzazione



Loop di ottimizzazione



Loop di ottimizzazione

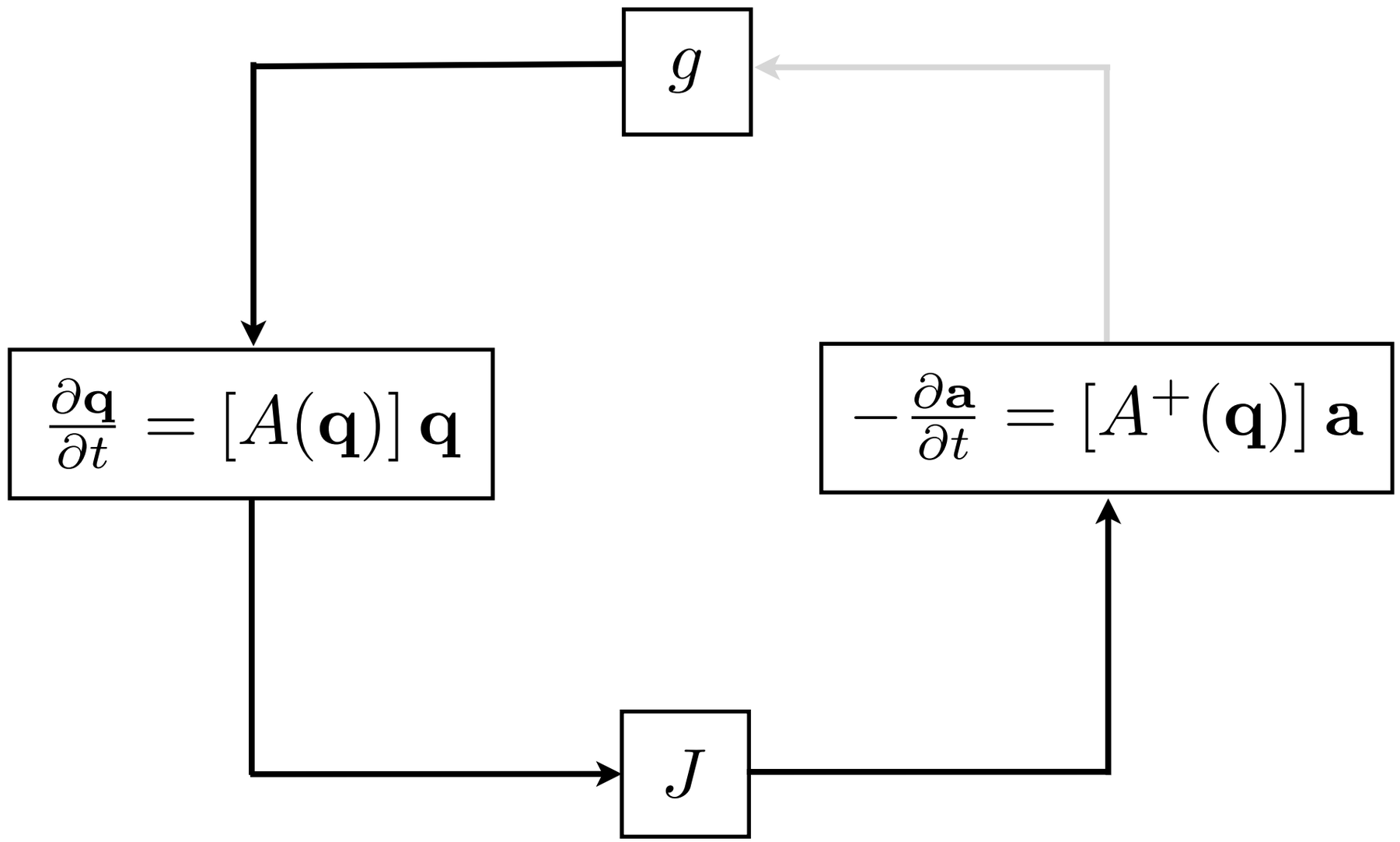
$$g$$

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} = [A(\mathbf{q})]\,\mathbf{q}$$

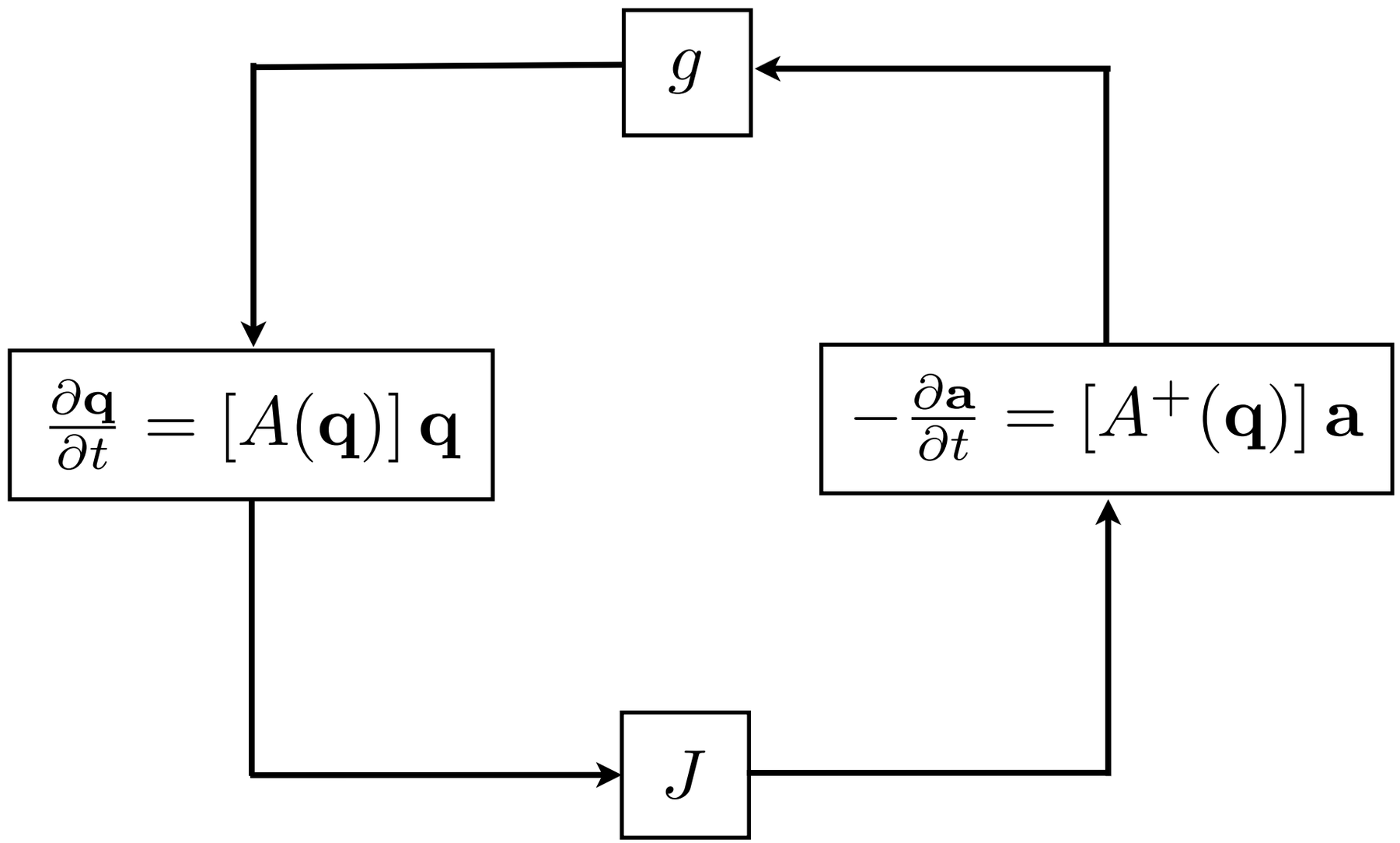
$$J$$

$$-\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial t} = [A^{+}(\mathbf{q})]\,\mathbf{a}$$

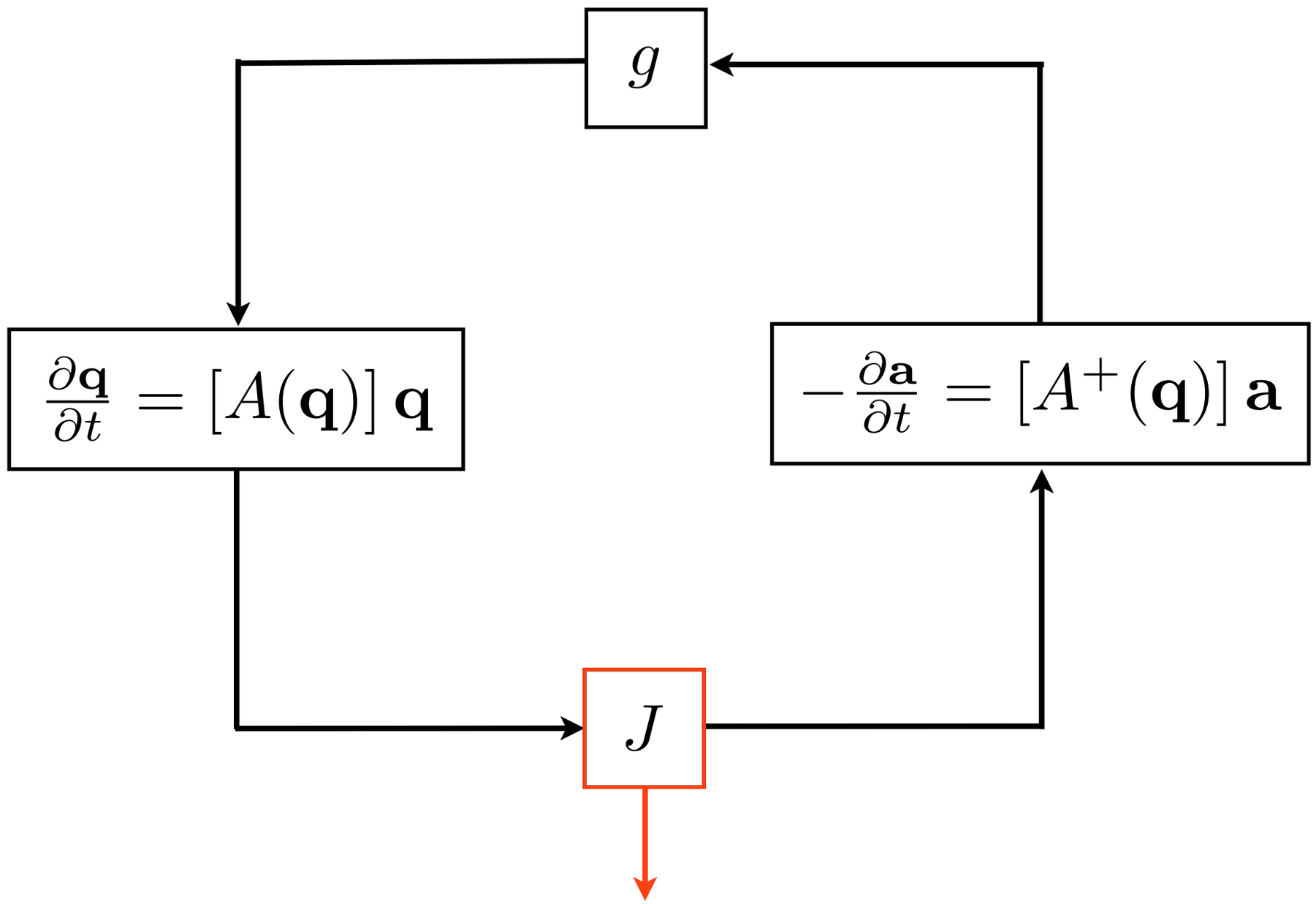
Loop di ottimizzazione



Loop di ottimizzazione

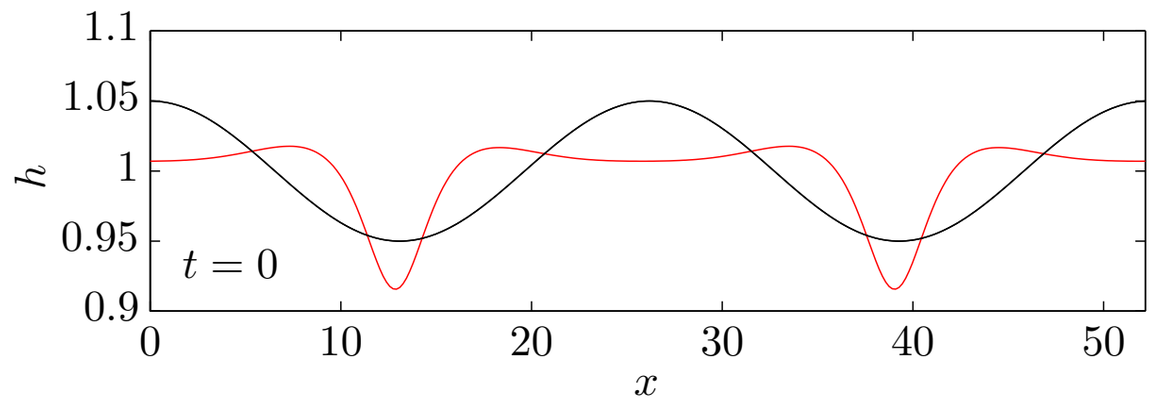


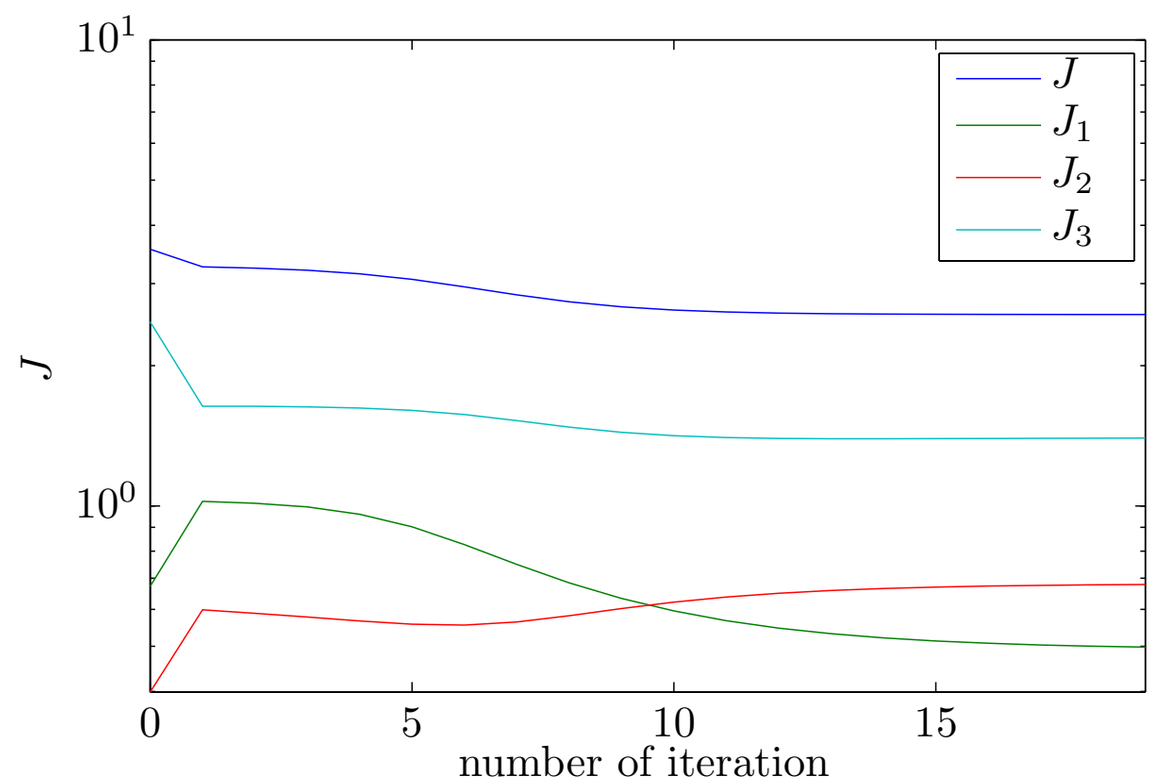
Loop di ottimizzazione



Risultati

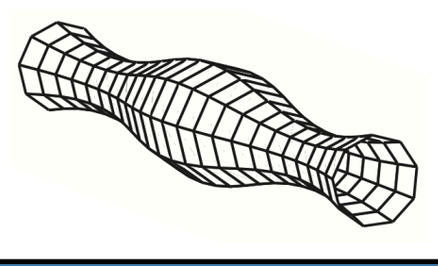
$$1.\ J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[g(z) - 1\right]^2 dz$$





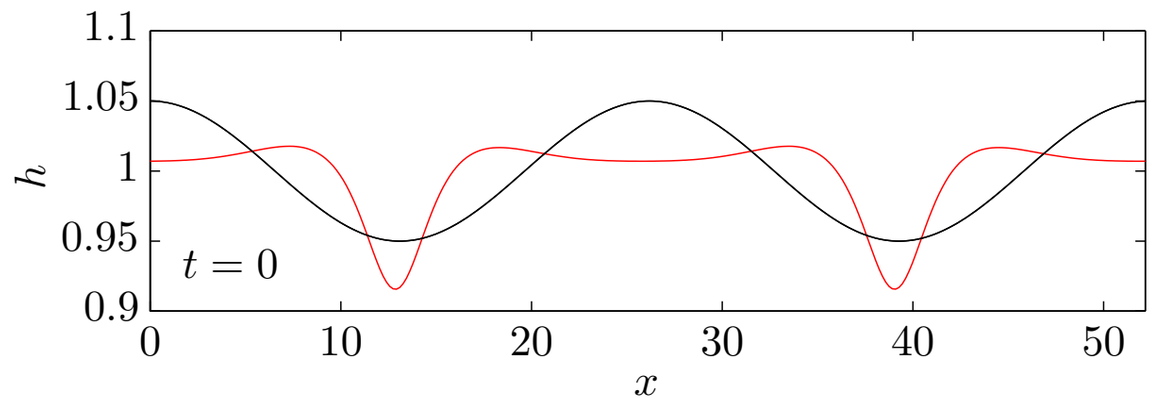
NON-LINEAR ADJOINT-BASED OPTIMIZATION OF CAPILLARY THINNING AND BREAK-UP OF LIQUID THREADS

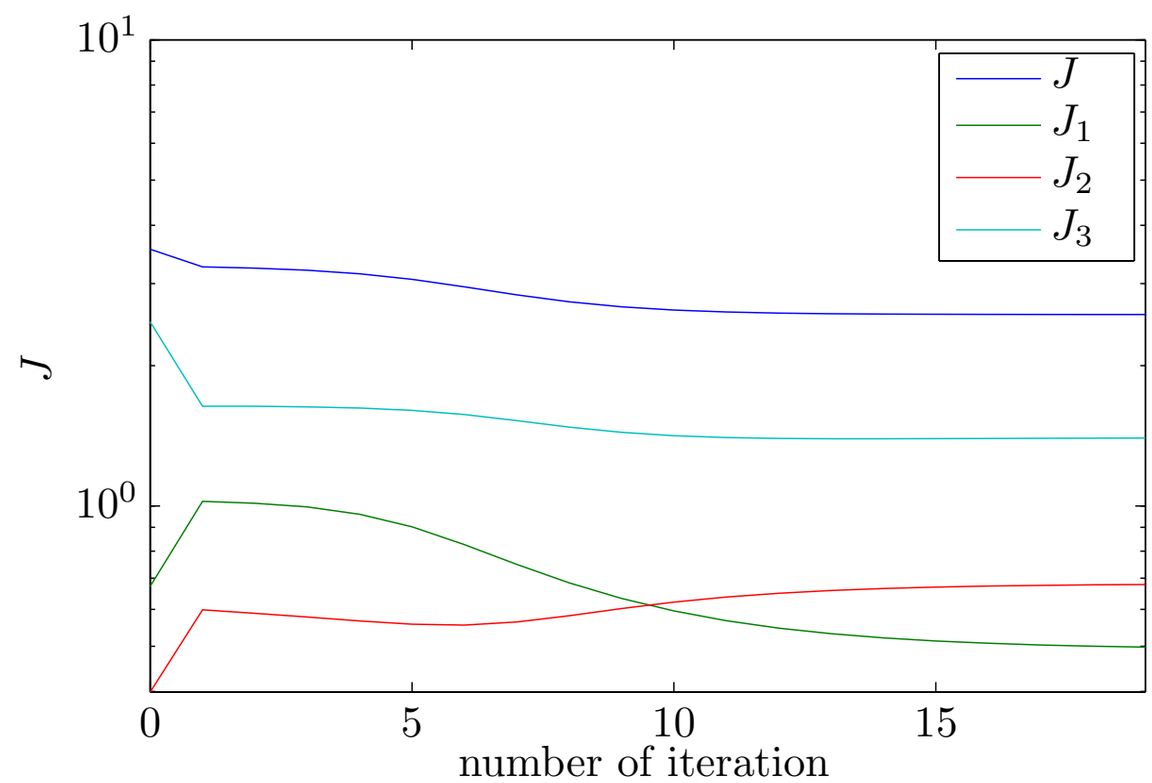
Giorgio Rocca



Risultati

$$1.\ J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[g(z) - 1\right]^2 dz$$

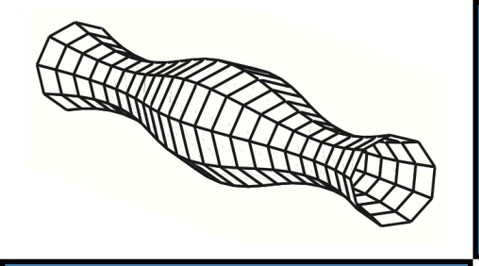




Oh	10
$t_{po,rif}$	234
$t_{po,ott}$	181
R_A	0.56
ω_{nodes}	10%
ω_{max}	68%
Δ_{mass}	0.36%

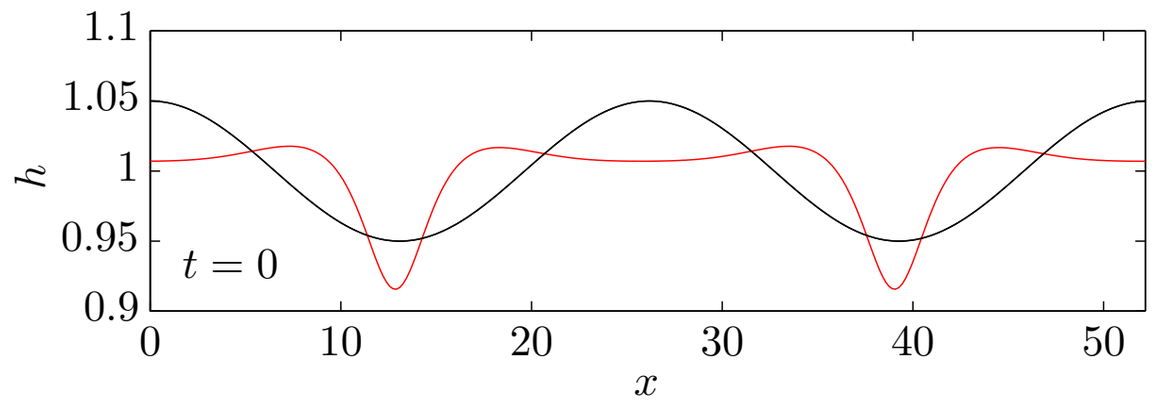
NON-LINEAR ADJOINT-BASED OPTIMIZATION OF CAPILLARY THINNING AND BREAK-UP OF LIQUID THREADS

Giorgio Rocca

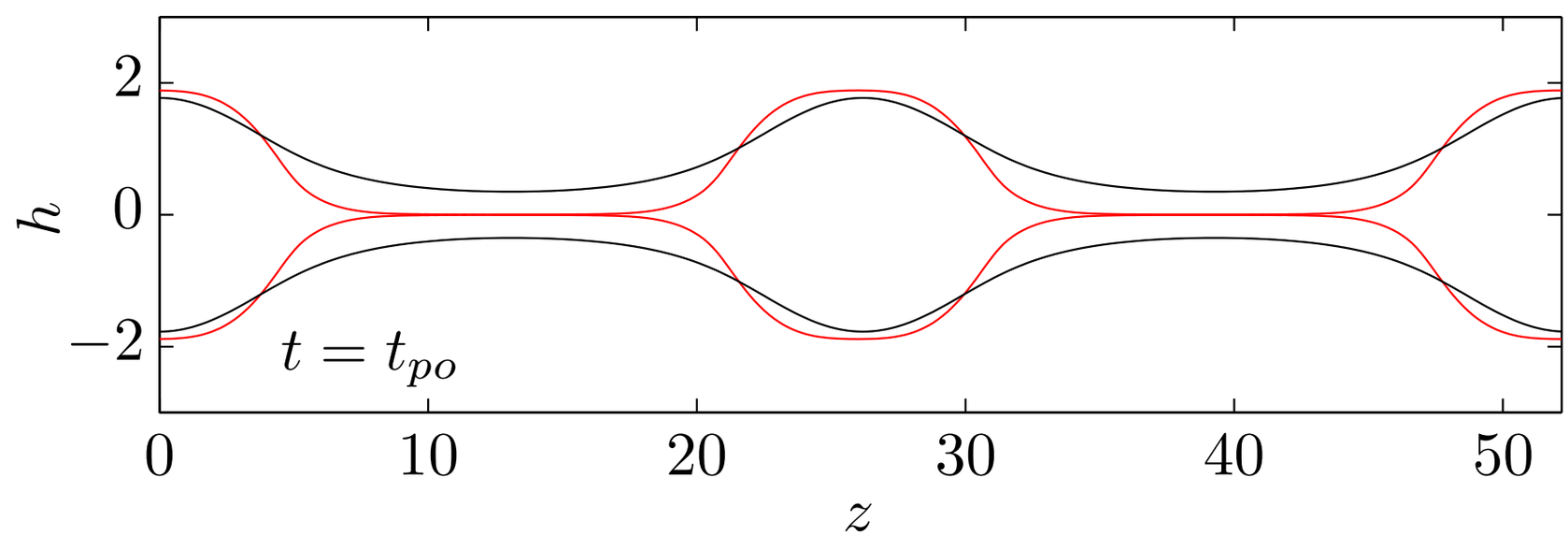


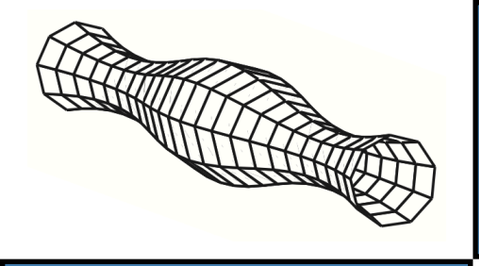
Risultati

$$1.\ J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[g(z) - 1\right]^2 dz$$



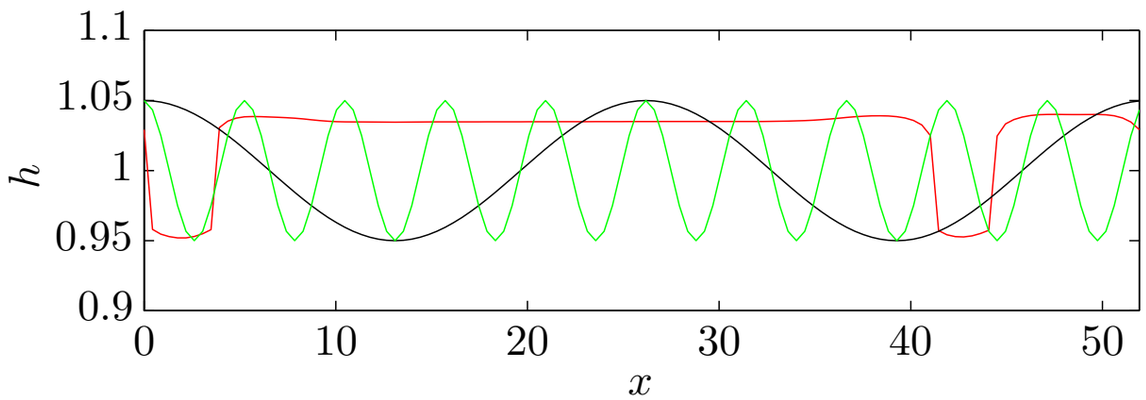
$t_{po,rif}$	234
$t_{po,ott}$	181

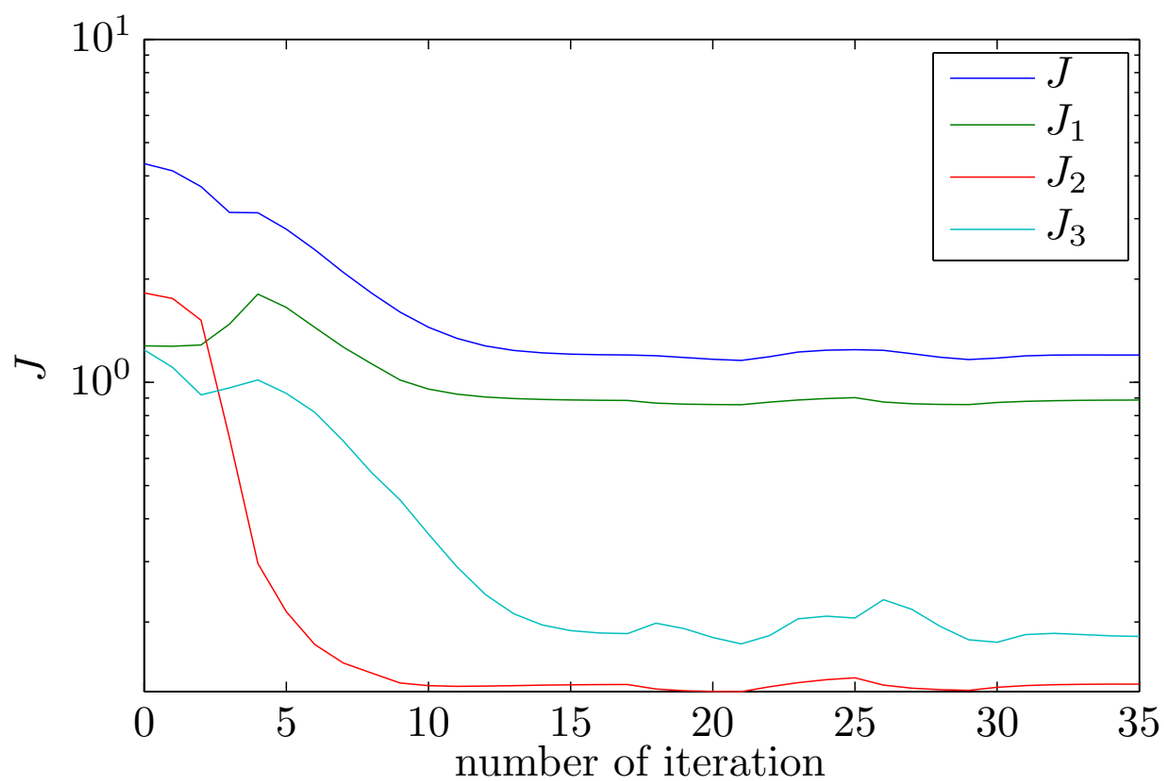


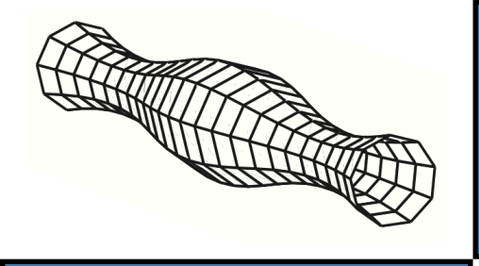


Risultati

$$2.\ J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[(g(z)-1)^2 - \overline{A}\right]^2 dz$$

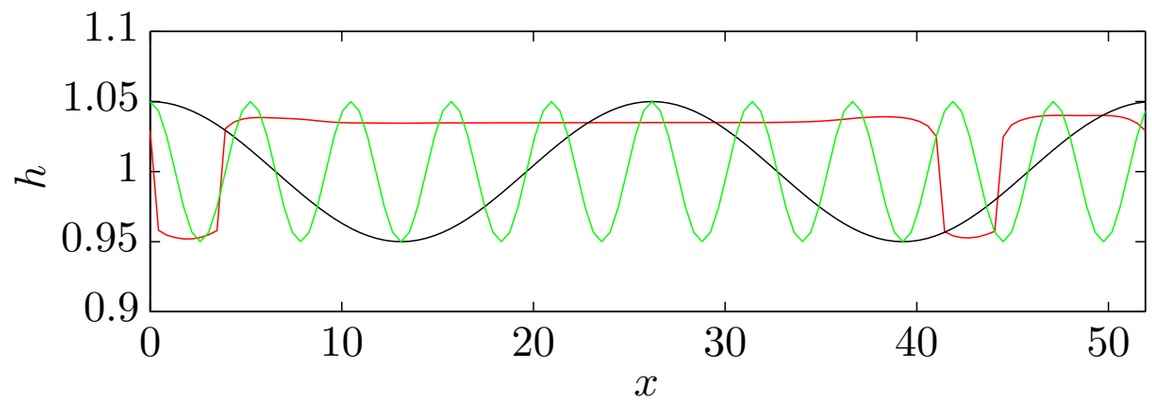


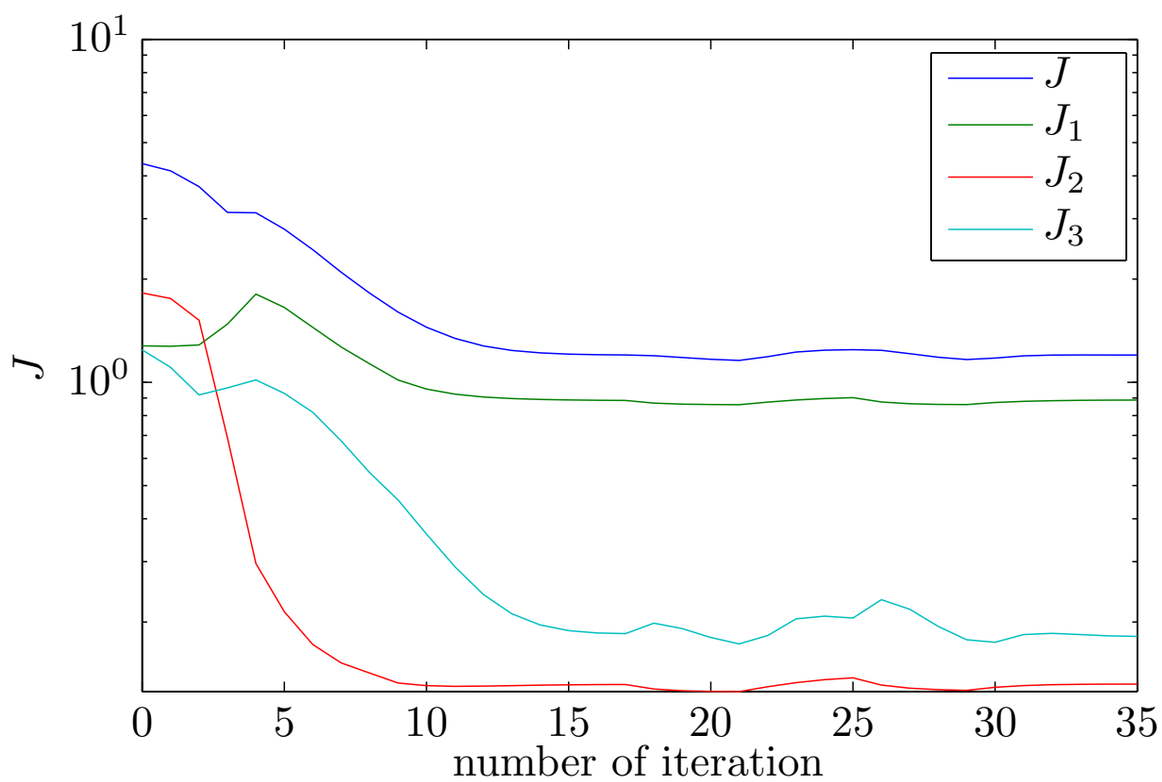




Risultati

$$2.\ J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[(g(z)-1)^2 - \overline{A}\right]^2 dz$$





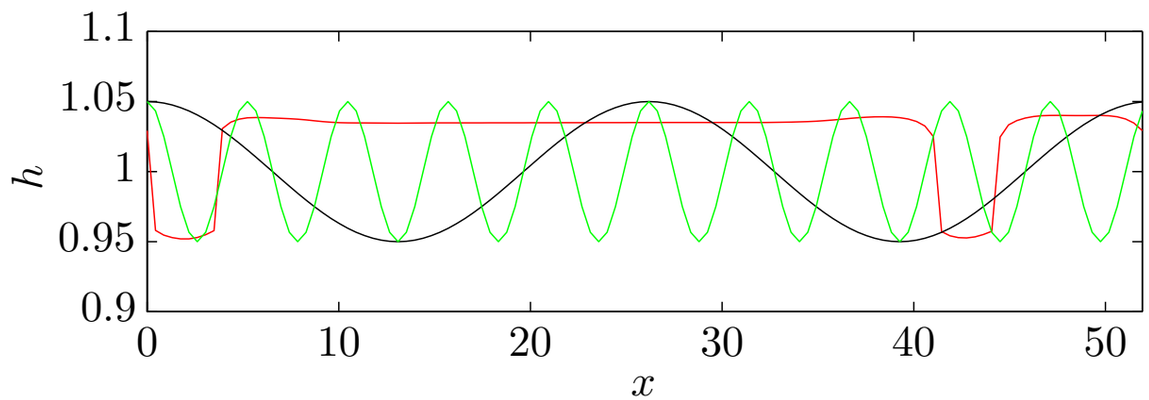
Oh	10
$t_{po,rif}$	234
$t_{po,ott}$	174
R_A	1.15
ω_{nodes}	0%
ω_{max}	0%
Δ_{mass}	5.21%

NON-LINEAR ADJOINT-BASED OPTIMIZATION OF CAPILLARY THINNING AND BREAK-UP OF LIQUID THREADS

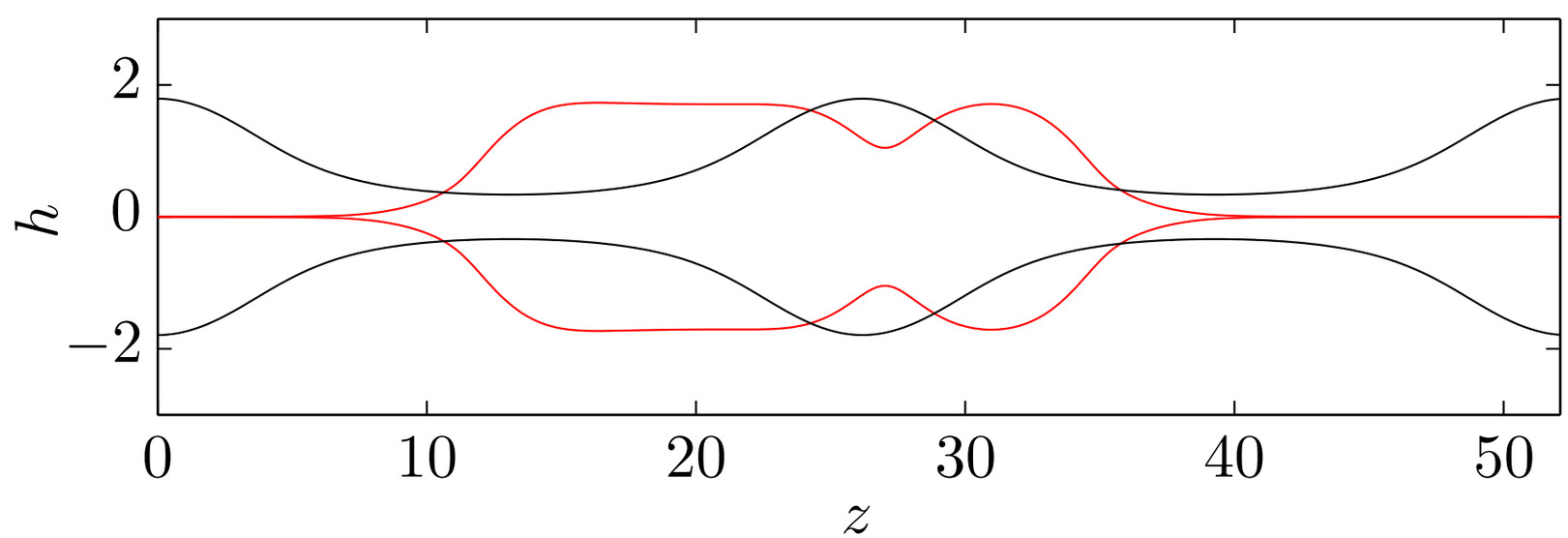
Giorgio Rocca

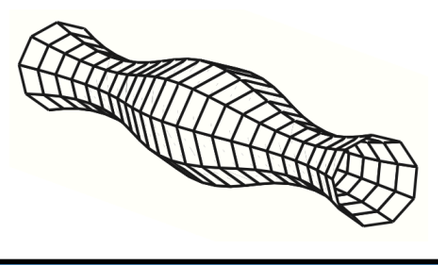
Risultati

$$2.\ J = J_{po} + \frac{1}{L}\int_0^L \left[(g(z)-1)^2 - \overline{A}\right]^2 dz$$



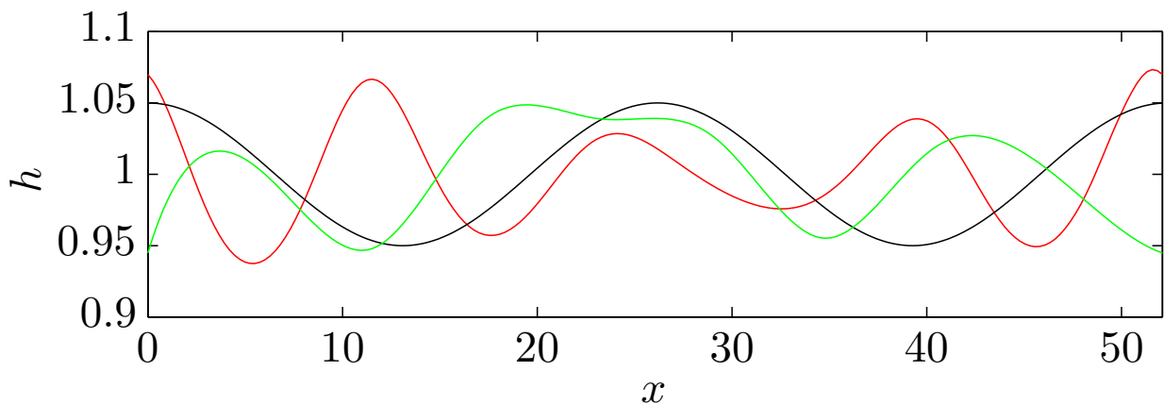
$t_{po,rif}$	234
$t_{po,ott}$	174

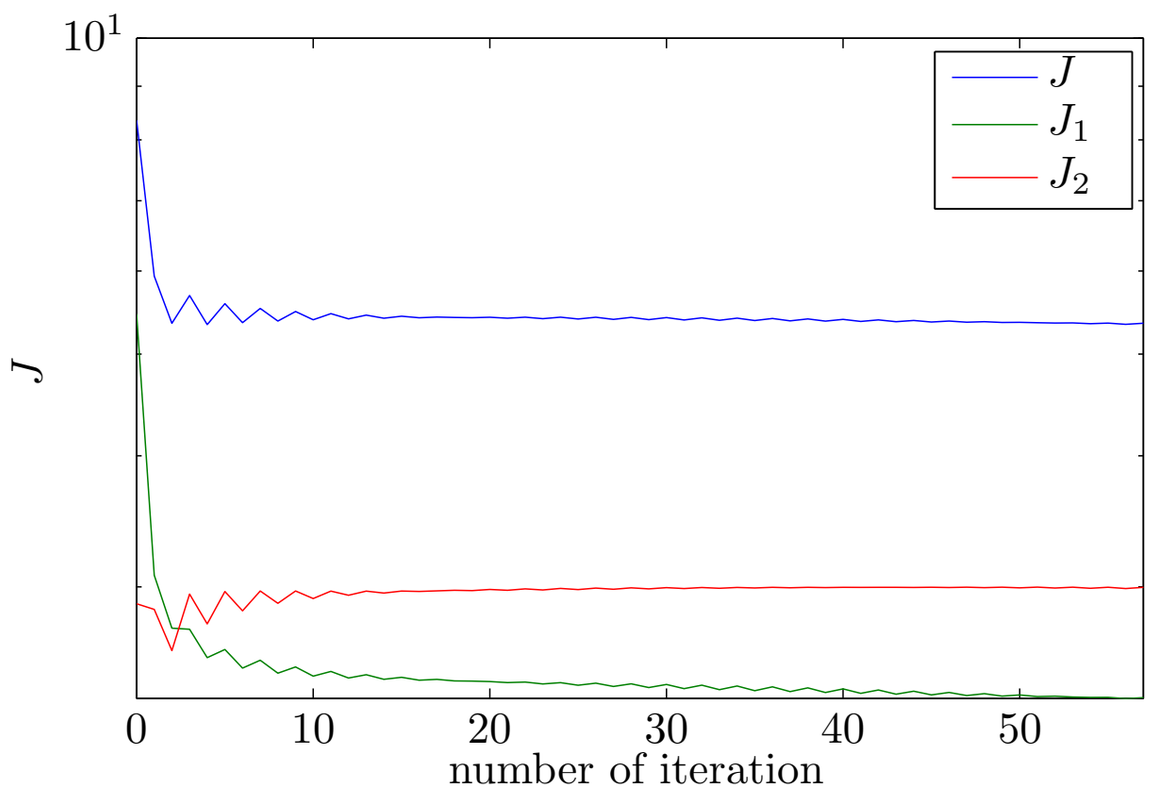




Risultati

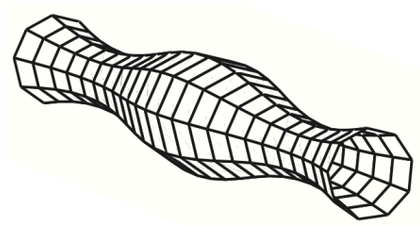
$$3.\ \frac{1}{L}\int_0^L \left[g(z)-1\right]^2 dz = \overline{A}$$





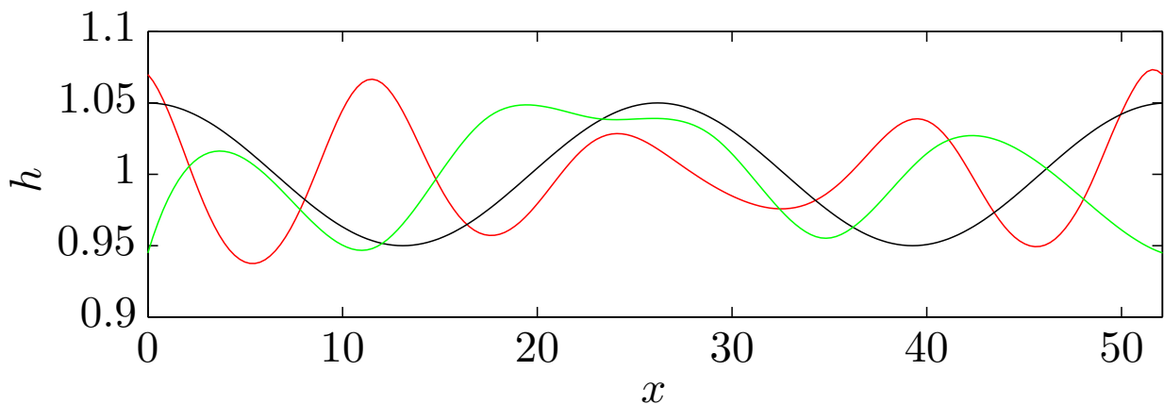
NON-LINEAR ADJOINT-BASED OPTIMIZATION OF CAPILLARY THINNING AND BREAK-UP OF LIQUID THREADS

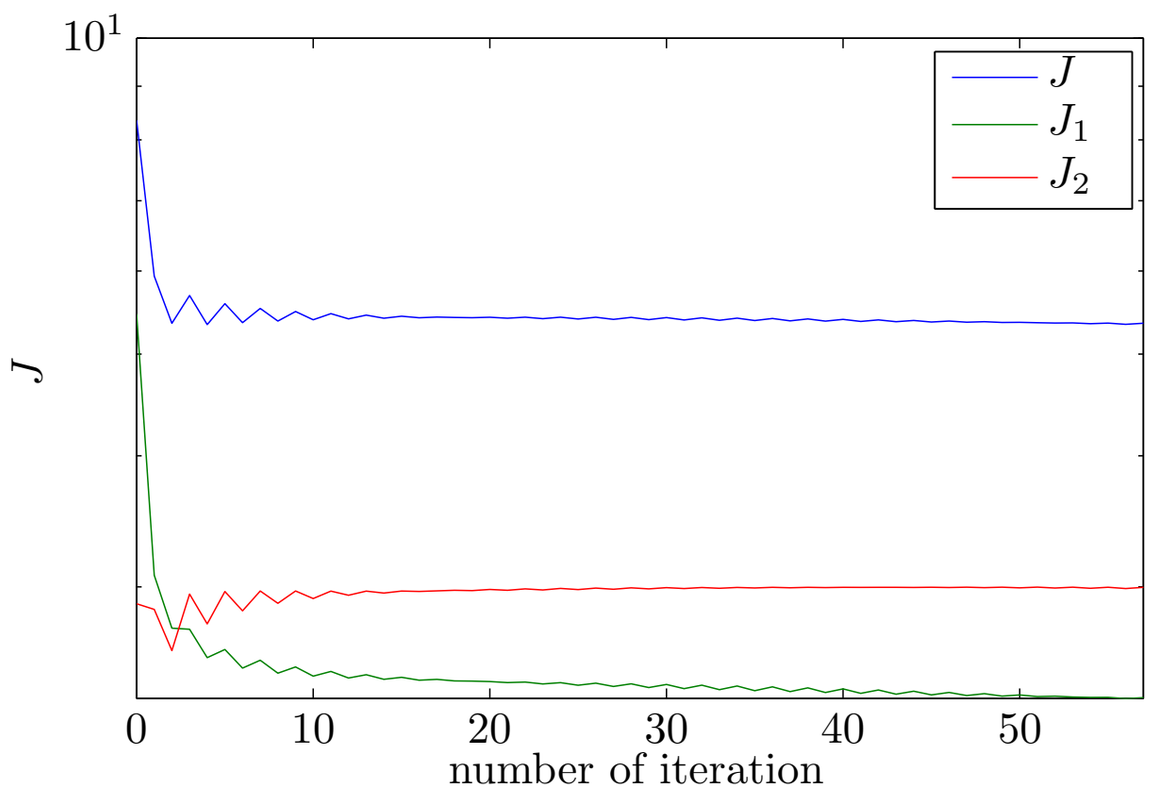
Giorgio Rocca



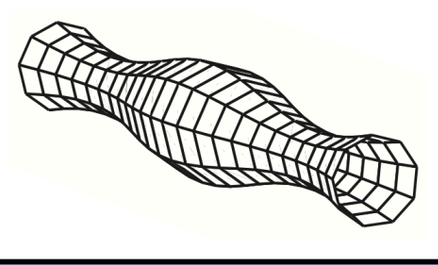
Risultati

$$3.\ \frac{1}{L}\int_0^L \left[g(z)-1\right]^2 dz = \overline{A}$$



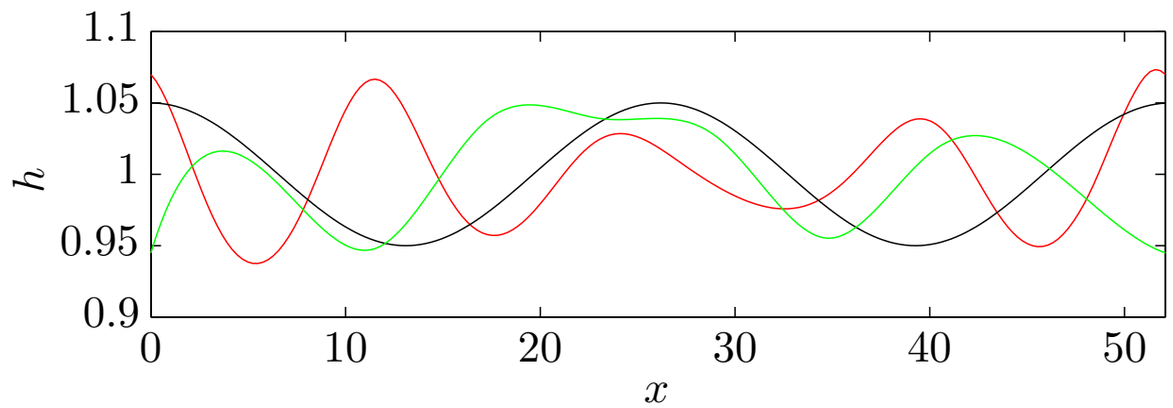


Oh	10
$t_{po,rif}$	234
$t_{po,ott}$	182
R_A	1
ω_{nodes}	18%
ω_{max}	47%
Δ_{mass}	0.07

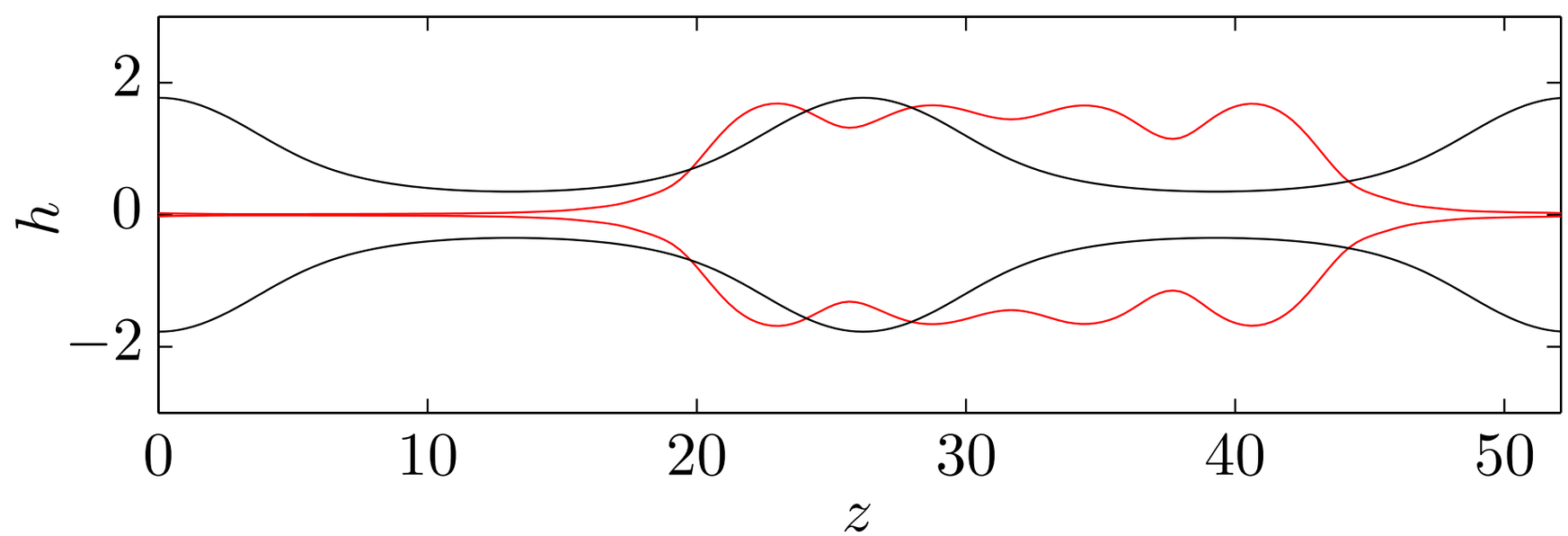


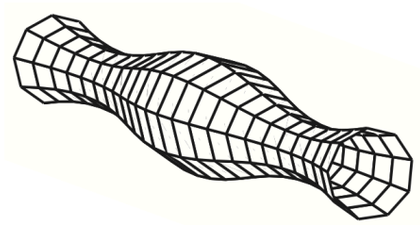
Risultati

$$3.\ \frac{1}{L}\int_0^L \left[g(z)-1\right]^2 dz = \overline{A}$$



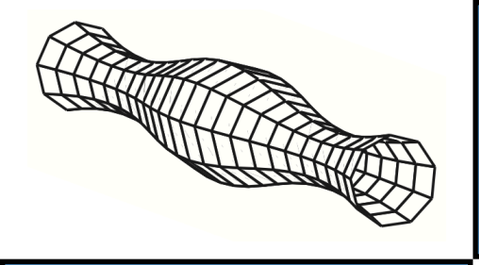
$t_{po,rif}$	234
$t_{po,ott}$	182





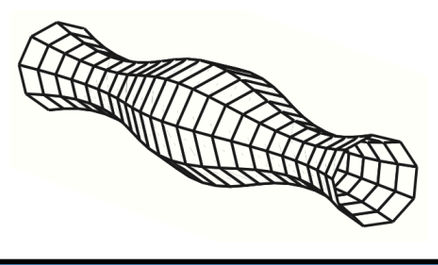
Indice

- Introduzione
  - Filone di ricerca
  - Instabilità di Rayleigh-Plateau
  - Obiettivo
- Modello
  - Equazioni
  - Analisi di stabilità
  - Simulazione numerica
- Ottimizzazione
  - Metodo
  - Funzione obiettivo
  - Controllo
  - Risultati
- Esperimenti



Esperimenti

- Come dare la forma alla superficie di un cilindro fluido?



Esperimenti

- Come dare la forma alla superficie di un cilindro fluido?

- Idea: sfruttare le proprietà elastiche dei **palloncini di plastica**, e in particolare la loro **rapidissima retrazione** quando vengono scoppiati

Esperimenti

- Come dare la forma alla superficie di un cilindro fluido?
- Idea: sfruttare le proprietà elastiche dei **palloncini di plastica**, e in particolare la loro **rapidissima retrazione** quando vengono scoppiati
- Test molto preliminari di indagine del fenomeno

High-speed camera

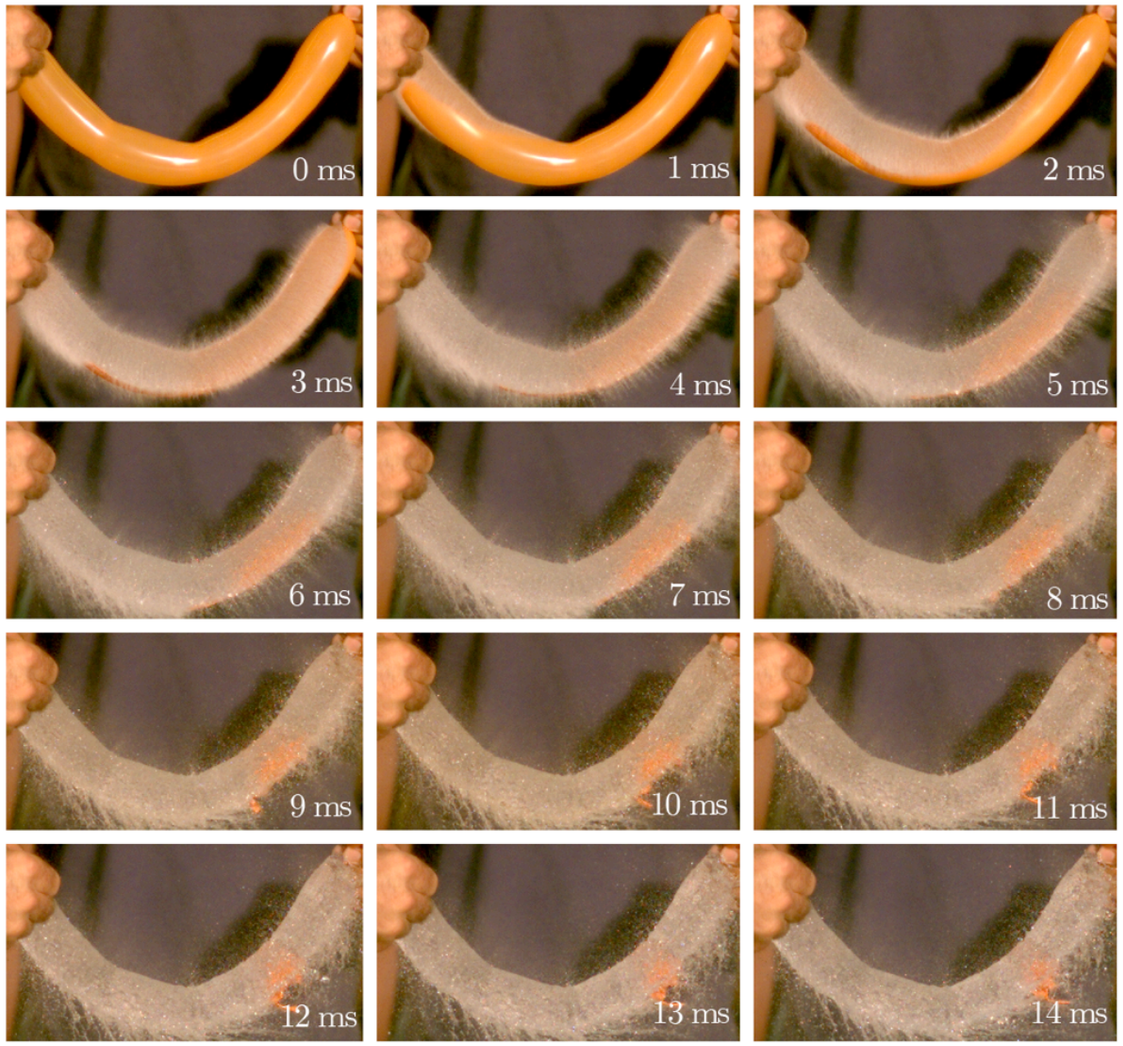
Phantom MiRo M310

- Sensore CMOS 1280x800, 2Mpx
- 3.2 Gpx/s
- 3200 fps a massima risoluzione
- Fino a 650000 fps

INTRODUZIONE
MODELLO
OTTIMIZZAZIONE
ESPERIMENTI

Esperimenti

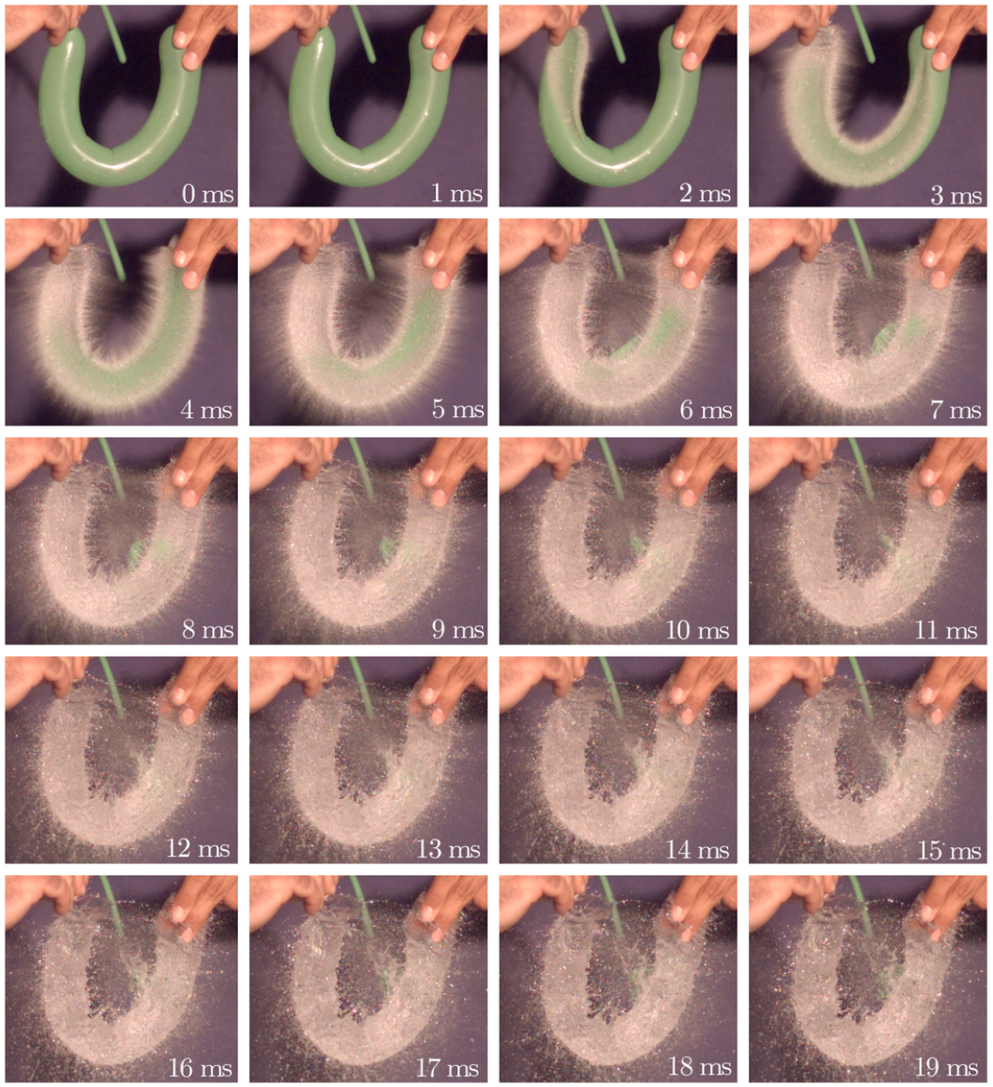
- Palloncino pieno d'acqua, sospeso in aria



Il palloncino si ritrae in pochi ms, ma causa instabilità nel fluido

Esperimenti

- Palloncino pieno d'acqua, sospeso in aria



Anche in questo caso il palloncino ritirandosi induce un'esplosione di goccioline

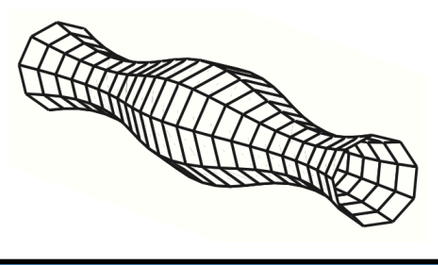
Esperimenti

- Palloncino pieno d'acqua colorata, immerso in acqua

Il palloncino si ritira senza influenzare il contenuto

Esperimenti

- Ritrazione effettivamente rapidissima
- In aria: anche il fluido in parte "esplode"
- In acqua: buoni risultati

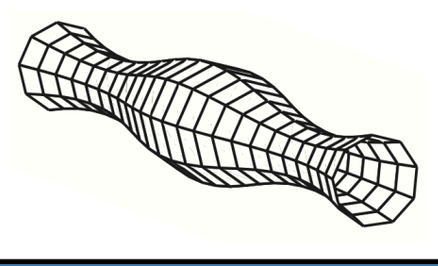


Esperimenti

- Ritrazione effettivamente rapidissima
- In aria: anche il fluido in parte "esplode"
- In acqua: buoni risultati

PROBLEMI:

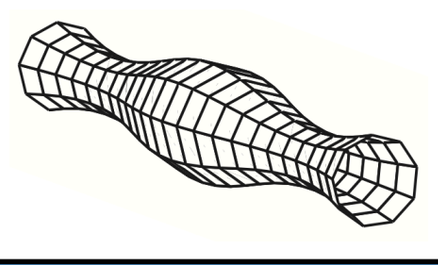
- Fluido con stessa densità dell'acqua, immiscibile e con tensione superficiale
- Caratteristiche del modello:
  - densità e viscosità del fluido esterno non più trascurabili
  - cilindro finito



Conclusioni e sviluppi futuri

CONCLUSIONI:

- Analisi, simulazione ed ottimizzazione del flusso condotte con successo
- Tempo di rottura minimizzato attraverso controlli con diverse caratteristiche



Conclusioni e sviluppi futuri

CONCLUSIONI:

- Analisi, simulazione ed ottimizzazione del flusso condotte con successo
- Tempo di rottura minimizzato attraverso controlli con diverse caratteristiche

SVILUPPI FUTURI:

- Campagna sperimentale utilizzando palloncini o altri metodi
- Nuove configurazioni: cilindro finito, getto libero, ...

Conclusioni e sviluppi futuri

Grazie per l'attenzione!