

UNIVERSITÀ DI GENOVA

SCUOLA POLITECNICA

DIME

Dipartimento di Ingegneria Meccanica, Energetica

Gestionale e dei Trasporti



TESI DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

**Studio sperimentale e numerico di superfici
micro-strutturate per il moto di Taylor-Couette**

Studente

Edoardo Maestri

Relatore

Chiar.mo Prof. Alessandro Bottaro

Correlatore

Dott.essa Ing. Giulia Innocenti

2024-2025

*“La Natura è piena d’infinite ragioni
che non furono mai in esperienza.”*

– Leonardo da Vinci, XV sec.

Abstract

La maggioranza dei moderni studi di fluidodinamica oggi si avvale della computazione elettronica (*CFD*), una tecnica affidabile nelle grandi scale, ma spesso approssimativa nei dettagli prossimi alla superficie, se non al costo di enormi risorse computazionali. L'attuale ricerca di metodi per ridurre l'attrito con i fluidi e il conseguente impatto ambientale di ogni trasporto che attraversi aria o acqua ha portato, tuttavia, allo sviluppo di microstrutture geometriche e lavorazioni superficiali che riducono e posticipano fenomeni di turbolenza e transizioni tra regimi di moto in scale di difficile studio in *CFD*. La caratteristica intrinseca di queste tecnologie, dette *riblets*, è infatti la dimensione e la complessità della lavorazione superficiale, il che rende sempre più costoso, in termini di risorse computazionali, integrare queste nuove superfici nelle simulazioni computerizzate.

Questo studio si propone di trovare teoriche superfici lisce, e quindi più semplici da implementare in *CFD*, equivalenti a quelle lavorate a *riblets* in scala micrometrica, e di verificare sperimentalmente la similitudine quantitativa tra una superficie a *riblets* stampata in 3D e una nuova superficie liscia equivalente. Successivamente, si verifica la posticipazione dei fenomeni di transizione in un fluido in regime di *Taylor-Couette* e la associata riduzione della resistenza idrodinamica al variare della geometria e dimensione della *riblet*.

Abstract [Eng. Version]

The majority of modern fluid-dynamics studies requires CFD (Computational Fluid Dynamics), a reliable technique on a large scale, but often too unreliable for the small details of the surface, unless at the cost of huge computational resources. However, modern research on passive drag reduction, which is connected to the reduction of the carbon footprint of every transport through a fluid (air, water, or pipeline), has led to microgrooves capable of delaying turbulent flow. The main characteristic of these technologies, named riblets, is the microscopic scale and the complex structure, which makes them very complex and expensive to study with CFD.

The aim of this thesis is to find theoretical smooth surfaces that are easier to study in CFD, yet equivalent to the more complex riblet surfaces. The equivalent surface is verified both numerically and experimentally; moreover, the behavior of the Taylor–Couette flow with riblet surfaces is reproduced experimentally using 3D-printed microgroove surfaces at different scales and cross-sections.

Ringraziamenti

I primi ringraziamenti vanno al mio relatore e alla correlatrice, il Prof. Bottaro e la dott.essa Innocenti. Al primo per l'opportunità di questa tesi, del successivo articolo che ne è derivato e per gli innumerevoli consigli e tempo dedicatomi, e alla seconda per la pazienza dei primi giorni di laboratorio e per il bellissimo clima di lavoro avuto per tutto l'anno.

Un particolare ringraziamento poi al prof. A. Lagazzo che mi ha guidato e introdotto al mondo sperimentale in questo anno, mostrando sempre grandissima disponibilità.

Doverosi ringraziamenti vanno poi al prof. E. Lertora e prof. M. Pizzorni per il tempo dedicatomi per le misurazioni laser dei campioni testati. Si ringrazia poi il tecnico Antonio Cosso, che con una martellata chirurgica su un supporto ha risolto una settimana di esperimenti errati.

Ringrazio poi il mio compagno di tesi Giovanni Bestoso, con il quale ho condiviso ore a risolvere problemi in laboratorio o sui libri, e che ha reso più divertente e leggero il lavoro.

Infine ringrazio la mia famiglia, mio zio e tutti gli amici e compagni di corso che mi hanno supportato in questi mesi e nella vita.

Indice

Symbology	1
1 Introduzione	2
1.1 Flusso alla Couette e alla Taylor-Couette	5
1.2 Instabilità nel flusso alla Taylor-Couette	5
1.3 Superfici microstrutturate applicate nel moto alla Taylor Couette	8
1.4 Superfici micro-strutturate nello studio CFD	9
2 Omogeneizzazione asintotica	11
2.1 Introduzione all'omogeneizzazione matematica	11
2.2 Modello matematico	12
2.3 Modello ideale a elementi finiti	21
3 Trattazione sperimentale	25
3.1 Setup sperimentale	25
3.1.1 Stereolithography technology	27
3.1.2 Resina e stampante impiegati	29
3.1.3 Reometro	31
3.1.4 Marcatori, fluido e monitoraggio temperature	34
3.1.5 Profilometro laser	36
3.2 Caratterizzazione	39
3.2.1 Realizzazione CAD	39
3.2.2 Misurazioni a microscopio Ottico	42
3.2.3 Misurazioni fotocamera alta risoluzione	44
3.2.4 Misurazioni ottiche di secondo tentativo	45
3.2.5 Ricostruzione laser della superficie	47
3.2.6 Errori nella forma	48
4 Analisi dei dati sperimentali	50
4.1 Rilevanza numerica delle misurazioni e degli errori	56
4.1.1 Variazioni dimensionali	57
4.1.2 Variazioni termiche	63
4.2 Correzione del modello matematico	66
4.2.1 Ricerca del modello reale	68
4.2.2 Inserimento in FreeFEM	75
4.3 Visualizzazione	78
4.3.1 Prima transizione	78
4.3.2 Seconda transizione	81
5 Matching dei risultati e discussione	82
Bibliografia	85

Symbology

Symbols:

Re	Numero di Reynolds
Ta	Numero di Taylor
μ	Viscosità dinamica
ν	Viscosità cinematica
ρ	Densità
λ_x	Navier Slip Length

Si intenda poi:

<i>Ideale</i>	Campione o suo comportamento in simulazione numerica
<i>Teorico</i>	Campione o suo comportamento in simulazione analitica
<i>Reale</i>	Campione realizzato in stampa 3D e analizzato in laboratorio
<i>Geometrie Trapezoidal o Square</i>	Forma caratteristica delle riblets in vista laterale
<i>Campione/cilindro nero</i>	Campione in stampa 3D con colorazione nera
<i>Campione/cilindro</i>	Campione in stampa 3D con colorazione trasparente

1 Introduzione

Breve storia delle riblets

Le riblets sono microscanalature della superficie di un corpo immerso in un fluido; esse sono solitamente allineate nella direzione della corrente. La prima utilizzatrice di questa tecnologia è, come spesso accade, la natura. Già negli anni '30 nel Novecento, lo zoologo Sir Thomas Gray ipotizza che i delfini potessero avere una pelle in grado di stabilizzare i vortici dell'acqua che attraversano [1]. I primissimi tentativi di ricreare la "dolphin's skin" arrivano nel 1960 dall'ingegnere tedesco Max Kramer, ma i primi studi formali sono condotti dalla NASA [2][3][4][5][6] una decade più tardi. Oggi sappiamo che alcuni animali hanno una superficie adatta a ridurre l'attrito con l'acqua, come ipotizzato quasi un secolo fa da Gray; ne sono un esempio noto la pelle degli squali (dettaglio in figura 1.1), contenente micro-squame per favorire la velocità del pesce, e le rugosità presenti sulle ali delle farfalle, per favorire la scorrevolezza delle gocce di pioggia lontano dalla superficie alare.

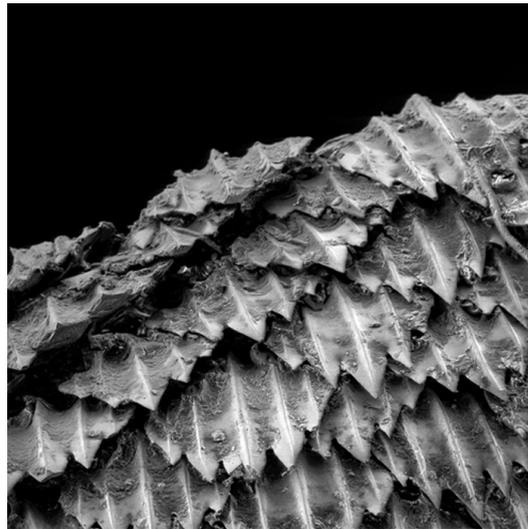


Figura 1.1: Dettaglio della pelle di squalo

L'impiego pratico delle riblets non è ancora vasto, ma la loro utilità nel ridurre l'attrito con il fluido è noto in letteratura fin dai primi studi di Walsh e Weinstein (1978) [4] e Walsh e Lindemann [3] condotti al NASA Langley Research Center con prove sperimentali a bordo di un Learjet 28 in figura 1.2. Equipaggiato con parti della fusoliera ricoperte da riblets, l'aereo ha ottenuto una riduzione del 10% dell'attrito viscoso [5] relativamente alle pareti coinvolte. (Si è calcolato che l'attrito viscoso con la parete rappresenti almeno il 40% dell'attrito in un veivolo di medie dimensioni a velocità di crociera [7]).

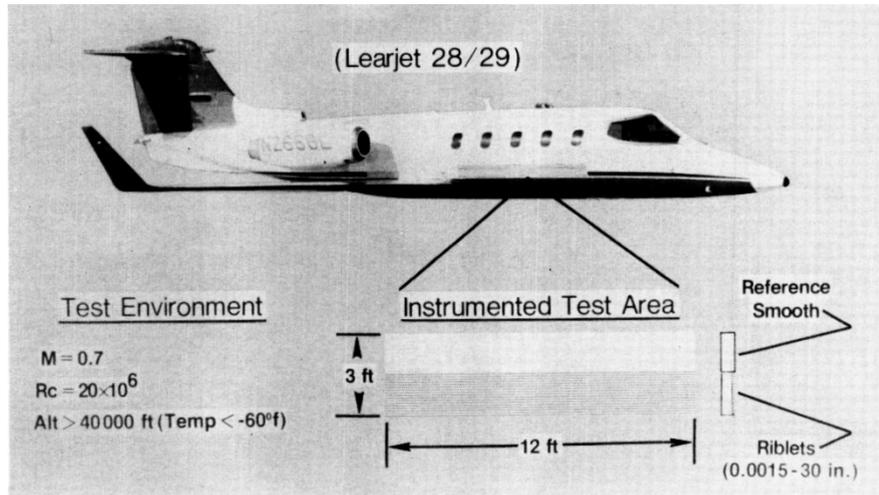


Figura 1.2: Test environment studio NASA sulle riblets

Le prime versioni di riblets erano pensate per applicazioni aeronautiche militari anche oltre la barriera del suono, con test di volo come sul Lockheed F-104 Starfighter [8] [9] ancora condotti dalla NASA. Il veivolo impiegato è mostrato in figura 1.3.

Per un test in volo civile bisogna attendere gli anni '80, quando la Airbus modificò la fusoliera di un Airbus A320 coprendone più del 70% con film di ribelts, ottenendo il 2% di riduzione del drag. Quasi contemporaneamente la Boeing effettuò simili studi, proseguiti fino al 2015, quando venne condotto un volo sperimentale su Boeing 747 per conto di Lufthansa. [1]

Al di fuori del campo aeronautico, l'azienda 3M collabora con NASA nei primi anni '70 per trovare tecniche di realizzazione delle riblets tramite *coating* o trattamenti delle plastiche, applicando per prima le conoscenze ottenute sullo scafo dell'imbarcazione "Stars and Stripes" vincitrice dell'*America's Cup* nel 1987 [10] [11], e pochi anni prima, applicando il riblets film all'imbarcazione da canottaggio USA per le Olimpiadi di Los Angeles 1984.

Sempre 3M porterà avanti la ricerca delle applicazioni delle riblets in condutture per oleodotti e applicando riblets sempre più avanzate in campo nautico, con il primo plastic film di riblets rimovibile applicato nel BMW Oracle Team vincitore della 2010 *America's Cup*.

Nel 2022, Lufthansa ha ottenuto l'approvazione all'impiego della tecnologia *AEROShark* sul Boeing 777-300 Er e sul Boeing 777F per voli commerciali. Nel 2023 i velivoli equipaggiati con riblets sono entrati in servizio per voli cargo. [1] Dopo circa un anno di impiego, Lufthansa dichiara un consistente 1% di riduzione di consumi di carburante ad ogni volo equipaggiato con 830m² di pellicola totali tra gondole e fusoliera per ognuno dei 4 aeromobili che la adottano.

Nel brevissimo termine, Lufthansa ha dichiarato di voler espandere la propria flotta *AEROshark* applicando il coating anche su un Boeing 747-400, 12 Boeing 777-300ER e quattro Boeing 777F Cargo [12].



Figura 1.3: Lockheed F-104 Starfighter impiegato dalla NASA nel Armstrong Flight Research Center in Edwards, California

Adattandosi alle nuove scoperte in campo di riduzione del drag, anche alcune federazioni sportive hanno introdotto divieti e limitazioni all'impiego delle riblets. Dopo il successo dell'applicazione delle riblets allo scafo dell'imbarcazione statunitense alle olimpiadi del 1984 di Los Angeles, la FISA *Fédération Internationale des Sociétés d'Aviron* (federazione internazionale delle società di canottaggio), ne ha vietato l'uso nel regolamento ufficiale.

"Natural properties: No substances or structures, including riblets, capable of modifying the natural properties of water or of the boundary layer of the hull/water interface shall be used."
[13]

Chi scrive, essendo canottiere, non poteva esimersi dal contattare i membri degli ex team che negli anni '80 realizzarono le lavorazioni superficiali per l'imbarcazione da Canottaggio USA. Segreti industriali hanno impedito la divulgazione dei metodi di lavorazione da parte dell'azienda tedesca Empacher realizzatrice dello scafo, tuttavia si riporta che, dopo il divieto della Federazione di applicare il coating alle imbarcazioni da gara, la Empacher non ha più proseguito la ricerca sulla tecnologia riblets. Si riporta inoltre che i problemi principali riscontrati dall'azienda in fase di sviluppo riguardarono il dover stabilizzare il flusso mosso dal carattere impulsivo, tipico della remata da canottaggio, alternata a momenti lenti in cui i remi non sono in spinta e momenti di repentina accelerazione. In secondo luogo si sono trovate grandi difficoltà nel contenere il deposito di sale nelle scanalature o, nel caso di regate in acqua dolce, anche del semplice calcare. Anche per questi problemi, per il momento la maggioranza delle applicazioni delle riblets hanno riguardato il campo aeronautico e le condutture petrolchimiche.



Figura 1.4: Un tecnico installa un plastic film di riblets sulla fusoliera di un Boeing 777-Er Cargo (2024).

1.1 Flusso alla Couette e alla Taylor-Couette

Un *Flusso alla Couette* è un campo di moto di semplice studio che si instaura a seguito del moto relativo tra due pareti separate da un fluido.

La versione più semplice del flusso alla Couette si verifica nel caso di due piastre parallele di area infinita. Se una delle due piastre è in moto relativo stazionario rispetto all'altra, si instaura un moto laminare nel fluido tra le piastre in direzione del moto. Purché il fluido sia incomprimibile, l'accelerazione gravitazionale sia perpendicolare al moto ed essa rappresenti l'unica causa di gradiente di pressione lungo gli assi, è assumibile la correttezza di uno studio bidimensionale.

Assunto il caso semplificato di moto bidimensionale, vale la risoluzione tramite le *Equazioni di Navier-Stokes* (2.3).

Un caso di Moto alla Couette si instaura analogamente se il fluido è confinato tra due cilindri coassiali, ancora risolvibile tramite Navier-Stokes se in coordinate cilindriche (2.8). Se il cilindro esterno o interno sono in moto relativo stazionario, si ottengono gli stessi risultati del caso piano. Questo tipo di flusso è il più semplice per essere impiegato nel reometro rotazionale che è stato utilizzato per condurre gli esperimenti per questa tesi.

Il flusso alla Couette è un flusso laminare caratterizzato dalla formazione di *molteplici instabilità caratteristiche, dette moti alla Taylor-Couette* dal nome del fisico inglese Geoffrey Ingram Taylor che per primo studiò questi fenomeni. [14]

1.2 Instabilità nel flusso alla Taylor-Couette

Sono noti comportamenti di instabilità nei regimi di moto dei fluidi dai primi studi di Mallock (1888, 1896) [15] e Couette (1890) [16]. Nel 1923 Taylor si focalizza sullo studio dei moti azimutali in un flusso alla Couette cilindrico, identificando la formazione delle instabilità di Taylor-Couette e la formazione dei Taylor Vortices [14]. In pochi anni emergono altri fenomeni di instabilità in questo regime di moto, come le spirali non assialsimmetriche identificate da Coles nel 1965 [17].

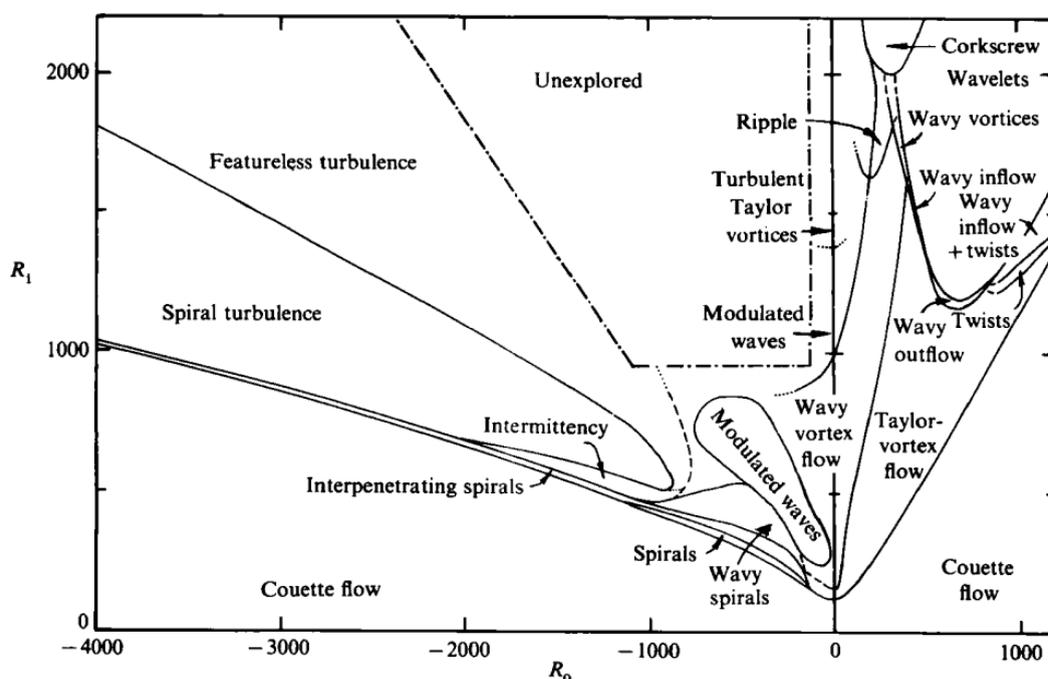


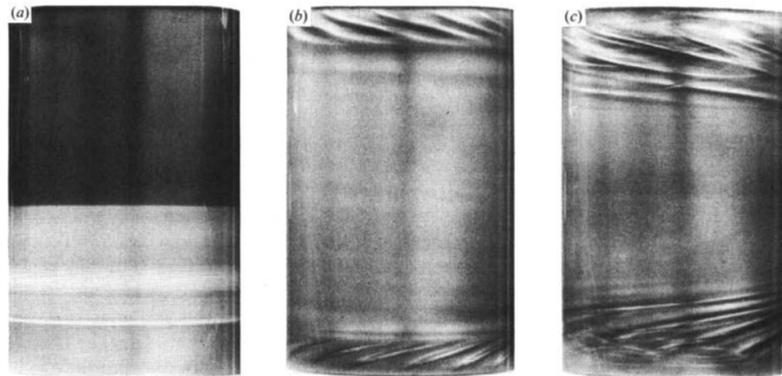
Figura 1.5: Risultati dello studio di Andereck e colleghi del 1986

L'estesa campagna di studio alla ricerca delle instabilità tra cilindri rotanti svolta da Coles negli anni '60, poi ancora ampliata in più riprese fino agli anni '80, culmina nel 1986 con la pubblicazione di Andereck [18]. I risultati di tutte le condizioni di comparsa dei vortici sono stati riassunti nel grafico 1.5. Come riportato dagli stessi autori e ben visibile dall'immagine, si è trovata una quantità sorprendentemente varia di stati di moto del fluido.

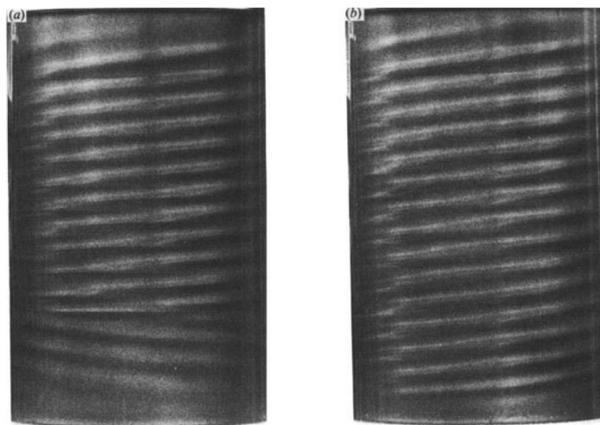
La comparsa di queste strutture dipende dal rapporto tra le velocità di rotazione dei cilindri ω_o/ω_i e il rapporto tra i raggi dei cilindri r_i/r_o (rispettivamente il pedice i indica il cilindro interno *inner* e il pedice o la parete cilindrica esterna *outer*).

Le varie fasi di moto sono identificabili visivamente (Si veda figura 1.6a) e sono associate anche alla variazione di un parametro fondamentale: *Ad ogni struttura instabile è associata una diversa pendenza della curva Drag/velocità.*

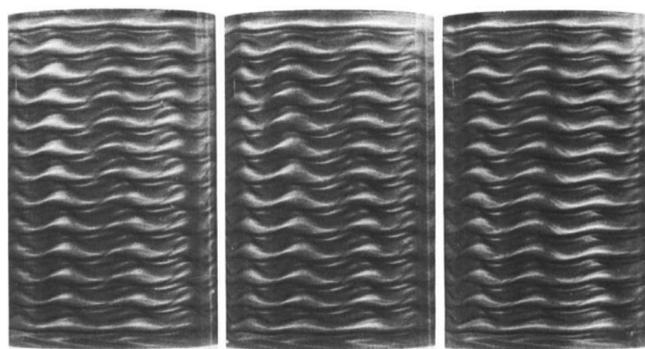
Questa fondamentale correlazione è stata ipotizzata per prima da Couette ed oggi, grazie a sensibilità di apparecchiature come il reometro rotazionale, in grado di rilevare microscopiche variazioni nei valori di resistenza del fluido, può essere studiata in dettaglio.



(a) Formazione delle instabilità



(b) Prima instabilità completamente formata - Taylor Vortex flow



(c) Seconda instabilità (Wavy Taylor vortex flow)

Figura 1.6: Confronto tra diverse visualizzazioni sperimentali di Andereck e colleghi del 1986

1.3 Superfici microstrutturate applicate nel moto alla Taylor Couette

Essendo la formazione di instabilità in regime di moto associata al cambio di pendenza della curva del drag, si è interessati a trovare metodi che possano modificare la formazione di questi tipi di moto. Un metodo efficace è modificare la geometria della parete con l'uso delle *riblets* di diversa forma e dimensione, ispirandosi alla natura.

In generale, per scegliere la struttura a riblets adatta a modificare le caratteristiche del moto, si devono considerare due parametri fondamentali: la forma (adatta sulla base del tipo di moto che si vuole governare), e la dimensione (nel caso del comune moto turbolento, adattata sulla base degli studi di Bechert e Bartenwerfer [19] che nel 1989 hanno osservato come la dimensione ottimale delle riblets sia nell'ordine di grandezza dell'altezza del sottostrato viscoso del flusso turbolento).

In questo studio ci si propone anche di verificare come due geometrie di "facile" produzione mediante stampa per stereolitografia possano modificare le transizioni nel regime di moto della 1.5. Le forme a dente di sega e a sinusoidale sono già state analizzate in quasi un decennio a partire da Walsh [3] fino a Luchini [20]. Si procede allora con lo studio delle geometrie "trapezoidal" e "square" riportate in figura.

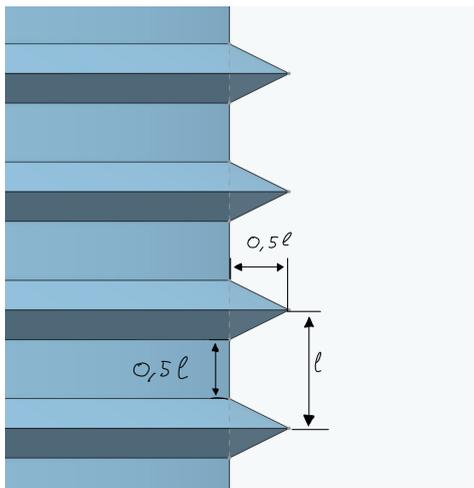


Figura 1.7: Dettaglio CAD tipo Trapezoidal

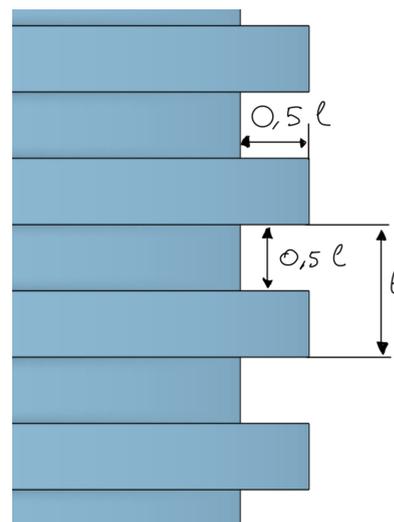


Figura 1.8: Dettaglio CAD tipo Square

Le scale della periodicità l sono riportate successivamente

1.4 Superfici micro-strutturate nello studio CFD

La CFD (*Computational fluid dynamics*) è uno strumento che permette, tramite la soluzione numerica computerizzata delle equazioni, di analizzare il movimento dei fluidi e le sue interazioni termodinamiche. In larghissimo uso industriale e scientifico, la CFD permette di conoscere informazioni sul fluido e sulle sue proprietà, ottimizzando prodotti e processi che interagiscono con fluidi di ogni tipo. La CFD si basa su diversi metodi per risolvere numericamente le equazioni che governano un fluido; tra questi il metodo più semplice dal punto di vista computazionale è la RANS (*Reynolds Averaged Navier Stokes*). Ad un costo computazionale molto più elevato, si possono evitare soluzioni mediate impiegando le DNS (*direct numerical simulation*).

Non è interesse di questa tesi approfondire le tecniche di cui sopra, tuttavia si riporta per completezza che, nelle Equazioni di Navier-Stokes mediate (RANS), le variabili di velocità e pressione vengono scomposte in componenti medie e fluttuazioni, riducendone la complessità di calcolo. Contrariamente, le Direct Numerical Simulation sono una metodologia di risoluzione numerica che calcola direttamente, senza media o approssimazione, fornendo un modello del fluido accurato, ma al costo di enormi risorse computazionali non sempre disponibili nel mondo reale.

Per via della proprietà di riduzione di attrito, le riblets sono oggetto di studio per applicazioni legate ai trasporti, tuttavia la loro natura micrometrica (scala del sottotrato viscoso) le rende di difficilissima implementazione in uno studio CFD. Per poter applicare uno studio CFD su una superficie microstrutturata, ed evitare così la dispendiosa tecnica della DNS su superfici microstrutturate, si cercano soluzioni virtuali: pareti esistenti solo nel modello digitale che rispecchino le proprietà di quelle reali a riblets ma senza la necessità di studiare i fenomeni in scala così ridotta.

Dagli studi di D. W. Bechert e M. Bartenwerfer [19] emerge come sia effettivamente possibile ridurre l'effetto delle riblets di riduzione del drag a quello di una parte liscia equivalente, situata in una origine dipendente dalla geometria e dimensione della riblet considerata. A partire da questa superficie liscia equivalente, la condizione di no-slip impone che il profilo di velocità sia nullo allo zero fissato, condizione che non rispecchia la realtà nel moto del fluido lungo il profilo a riblets: *Allora la superficie liscia sarà una condizione virtuale, identica però nei dati di drag rilevabili.*

Nel caso specifico analizzato, conoscere una parete liscia dal comportamento equivalente ad una a riblets, significa poter ridurre la complessità della simulazione DNS. Allora, invece di studiare i complessi moti a parete microstruttura, si potranno effettuare simulazioni in cui la parete sia liscia.

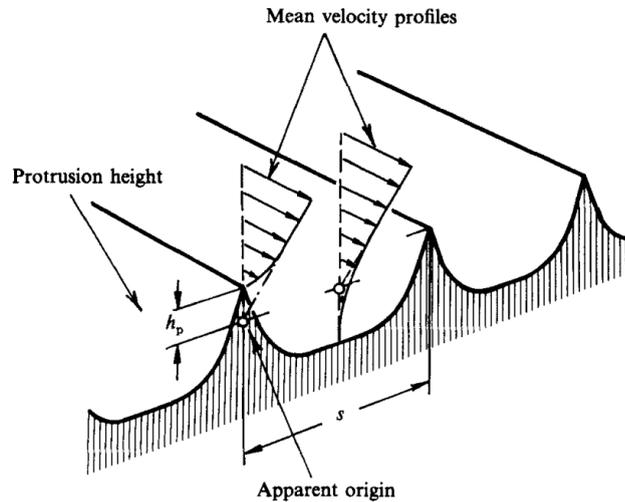


Figura 1.9: .Apparent origin of a riblet surface da D. W. Bechert and M. Bartenwerfer

La ricerca di pareti lisce equivalenti ha caratterizzato alcuni studi negli anni '90 come quelli di Luchini [20] in cui si cerca un algoritmo che permetta di calcolare le altezze a cui porre la condizione efficace per una serie di diversi profili delle riblets sinusoidali e paraboliche.

In questa tesi ci si propone anche di effettuare la ricerca della condizione virtuale per riblets di forma trapezoidale e quadrata in diverse scale di dimensione e di verificarne sperimentalmente i risultati in termini di riduzione del drag e posticipazione delle transizioni nel moto alla Taylor-Couette.

2 Omogeneizzazione asintotica

2.1 Introduzione all'omogeneizzazione matematica

L'omogeneizzazione asintotica è un modello matematico analitico proposto come alternativa alla soluzione numerica delle *partial differential equations* che descrivono il fluido in moto a contatto con una parete. Una soluzione analitica, resa possibile dalla teoria dell'omogeneizzazione, è computazionalmente più leggera di una numerica e particolarmente adatta alle applicazioni con microstrutture periodiche.

Il metodo dell'omogeneizzazione permette un'analisi multiscale che descrive equazioni mediate per la macro scala a partire da considerazioni della microscala. I primi studi per cercare un modello che possa descrivere la teoria dei *thin layers* di un fluido risalgono al 1886 e furono condotti dal matematico irlandese Osborne Reynolds; tuttavia, fino agli anni '80 del Novecento la descrizione dei moti del fluido a livello microscopico era affidata alla soluzione numerica delle PDE.

L'arrivo di alcune tecnologie microelettroniche e nucleari basate su scale nanometriche ha forzato la ricerca di metodi semplificativi affidabili per lo studio degli effetti macroscopici causati da microscopiche complessità alla parete [21]. Per evitare di ricercare soluzioni numeriche complesse, si è quindi introdotto il modello dell'omogeneizzazione, che considera i fenomeni del fluido nella regione della rugosità superficiale e le azioni che questa causa sul fluido lontano da essa, tramite la risoluzione di due problemi separati.

La prima versione dell'omogeneizzazione matematica si ha nel 1970, grazie all'illustre matematico italiano De Giorgi e del collega Sbordone della Scuola Normale di Pisa [22]. Seguono studi teorici di I. Babuska [23], che proseguono alla fine degli anni '80 grazie agli studi della matematica sovietica Olga Arsenievna Oleinik [24] ed al fisico teorico ucraino Nikolay Bogolyubov [25].

Ulteriori studi sulla modellizzazione matematica delle rugosità furono effettuati negli anni '90 per applicare l'omogeneizzazione direttamente al già citato problema pratico microelettronico, nello specifico per la realizzazione e funzionamento degli Hard-Disk (testina di 5 mm e un surface-to-gap di 0.01 micron, dimensioni che rendono le rugosità impossibili da trascurare) [21].

La versione più efficiente della teoria dell'omogeneizzazione arriva nel 2000 con la pubblicazione di Buscaglia e Jay [26] per lo studio del sottile substrato di lubrificazione a contatto con la parete.

L'omogeneizzazione, come descritto da Buscaglia e Jay, permette di alleggerire il costo computazionale dei problemi di lubrificazione e di studio del comportamento di sottili porzioni di fluido a contatto con la parete.

2.2 Modello matematico

L'approccio al problema mediante omogeneizzazione prevede la riscrittura del problema in due sperati ordini: un *local problem* e un *homogenized problem*, i cui coefficienti dipendono dalla soluzione del *local problem*.

Ipotesi

Viene instaurato un moto alla Taylor-Couette tramite la rotazione relativa di due cilindri coassiali sufficientemente lunghi. Si ricordano le ipotesi iniziali:

- Flusso completamente laminare
- Flusso stazionario e incomprimibile
- Assialsimmetria
- Cilindro approssimabile come ∞ -lungo
- $u_\theta \neq 0$
- Gravità trascurata

Equazioni

Nota la Continuità per incomprimibili stazionari

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.1)$$

Nota la material derivative per il generico vettore velocità \vec{V}

$$\frac{D\vec{V}}{Dt} = \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla)\vec{V} \quad (2.2)$$

Note le equazioni di Navier-Stokes

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\vec{\nabla}P + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (2.3)$$

Si può scrivere l'equazione di continuità in coordinate cilindriche:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{u} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r u_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0 \quad (2.5)$$

E Navier-Stokes in cilindriche:

$$\rho \left(\frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = \rho g_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r u_r) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right] \quad (2.6)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) = \rho g_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_\theta) \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right] \quad (2.7)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = \rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right] \quad (2.8)$$

Noto poi il Tensore degli sforzi:

$$\vec{\sigma} = -p I_{ij} + \vec{\tau} \quad (2.9)$$

Dove I_{ij} è la matrice identità e $\vec{\tau}$ vale in cartesiane

$$\tau_{ij} = \begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.10)$$

In coordinate cilindriche il tensore si può riscrivere come

$$\begin{aligned} \sigma_{rr} &= -p + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \sigma_{rz} &= \mu \left[\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right] \\ \sigma_{r\theta} &= \mu \left[\frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} \right] \end{aligned} \quad (2.11)$$

Macro-scala

Sia la geometria come segue

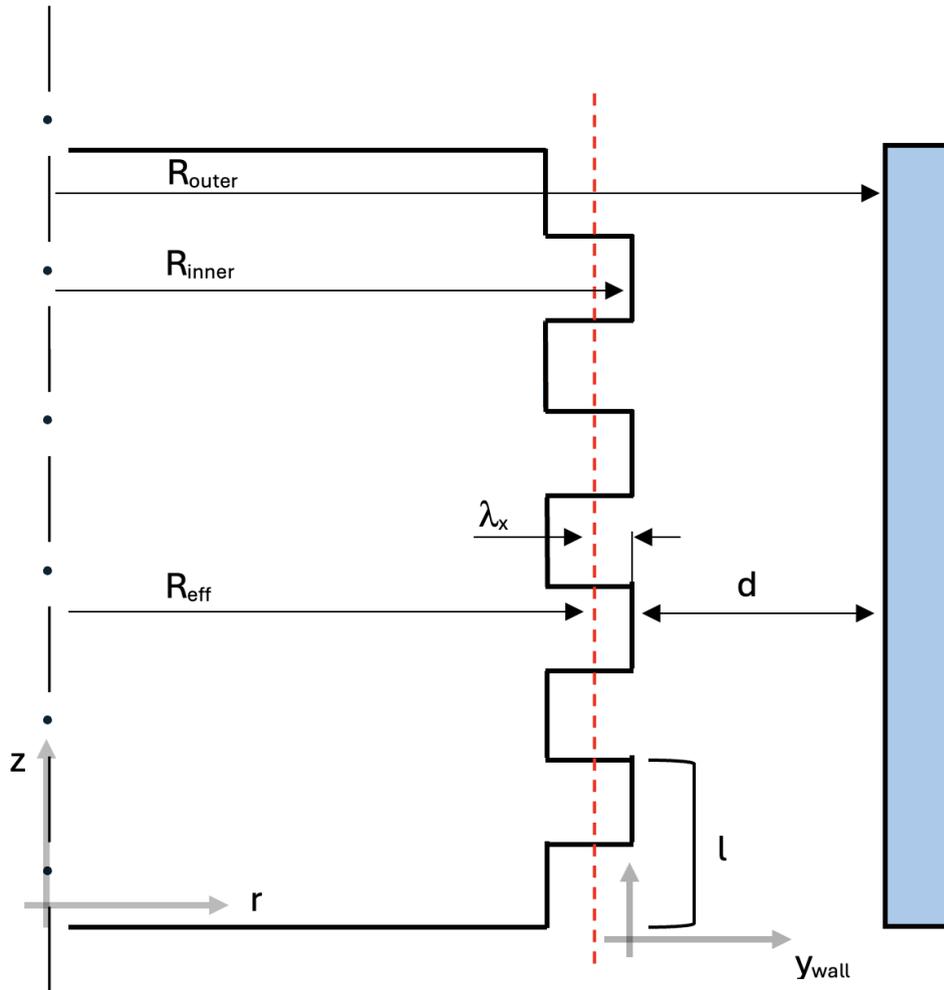


Figura 2.1: Dettaglio della geometria del cilindro con riblets square

Notando

$$\begin{aligned} u_r &= v \\ u_\theta &= u \\ u_z &= w \end{aligned} \tag{2.12}$$

In scala macro il problema è adimensionalizzato come segue

$$Y = \frac{r - R_i}{d} \tag{2.13}$$

$$Z = \frac{z}{d} \tag{2.14}$$

$$U = \frac{u}{\omega R_i} \quad (2.15)$$

$$V = \frac{v}{\omega R_i} \quad (2.16)$$

$$W = \frac{w}{\omega R_i} \quad (2.17)$$

$$\vec{P} = \frac{p}{\rho(\omega R_i)^2} \quad (2.18)$$

Convertendo le derivate parziali in macro-scala

$$\frac{\partial}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial r} = \frac{1}{d} \frac{\partial}{\partial Y} \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial Z} \frac{\partial Z}{\partial z} = \frac{1}{d} \frac{\partial}{\partial Z} \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0 \quad (2.21)$$

Dove la (2.21) è dovuta all'ipotesi di assialsimmetria.

Inserendo le nuove definizioni di derivata parziale all'interno dello stress tensor si arriva a

$$\frac{\sigma_{rr}}{\mu\omega R_i/d} = -Re\vec{P} + 2\frac{\partial V}{\partial Y} \quad (2.22)$$

$$\frac{\sigma_{r\theta}}{\mu\omega R_i/d} = \frac{\partial U}{\partial Y} - \delta U + \phi(\delta^2) \quad (2.23)$$

$$\frac{\sigma_{rz}}{\mu\omega R_i/d} = \frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \quad (2.24)$$

Micro-scala

$$y = \frac{r - R_i}{l} \quad (2.25)$$

$$l = \epsilon d \quad (2.26)$$

$$\zeta = z/l \quad (2.27)$$

$$p = \frac{p}{\mu\omega R_i/d} \quad (2.28)$$

$$\delta = d/R_i \quad (2.29)$$

Procedimento analogo si svolge per la scala micro, sostituendo poi le nuove definizioni all'interno della Continuità e di Naver-Stokes.

E quindi la continuità diventa

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \epsilon \delta v (1 - \epsilon \delta y + \dots) + \frac{\partial w}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.30)$$

E Navier-Stokes diventa:

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \epsilon \delta (1 - \epsilon \delta y + \dots) \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.31)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \epsilon \delta (1 - \epsilon \delta y + \dots) \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.32)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \epsilon \delta (1 - \epsilon \delta y + \dots) \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.33)$$

Riscritte trascurando l'ordine inferiore a ϵ

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \epsilon \delta v + \frac{\partial w}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.34)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \epsilon \delta \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = 0 \quad (2.35)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \epsilon \delta \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0 \quad (2.36)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \epsilon \delta \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \quad (2.37)$$

Condizioni di interfaccia

Se il problema micro è funzione del macro

$$u, w, v, p = f(y, z, Y, Z) \quad ; \quad Y = \epsilon y \quad ; \quad Z = \epsilon \zeta \quad (2.38)$$

Nota lo sviluppo asintotico

$$u = u^{(0)} + \epsilon u^{(1)} + \dots \quad , \quad v = v^{(0)} + \epsilon v^{(1)} + \dots \quad , \quad w = w^{(0)} + \epsilon w^{(1)} + \dots \quad (2.39)$$

Nota la chain rule

$$\frac{\partial}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial}{\partial x} + \epsilon \frac{\partial}{\partial X} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial y} \rightarrow \frac{\partial}{\partial y} + \epsilon \frac{\partial}{\partial Y} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial z} \rightarrow \frac{\partial}{\partial z} + \epsilon \frac{\partial}{\partial Z} \quad (2.40)$$

Si può applicare lo sviluppo asintotico a $\vec{\sigma}$ che permette di eguagliare i problemi della micro e macro scala.

E quindi l'unione tra inner e outer ad un $Y_\infty = \epsilon y_\infty$ sufficientemente grande è

$$\frac{\sigma_{rr}}{\mu\omega R_i} = -p^{(0)} + 2\frac{\partial v^{(0)}}{\partial y} + \epsilon[-p^{(1)} + 2\frac{\partial v^{(1)}}{\partial y} + 2\frac{\partial v^{(0)}}{\partial Y}] + \dots = -Re\vec{P} + 2\frac{\partial V}{\partial Y} \quad (2.41)$$

$$\frac{\sigma_{r\theta}}{\mu\omega R_i/d} = \frac{\partial u}{\partial y} + \epsilon\frac{\partial u}{\partial Y} - \delta - \epsilon\delta u + \dots = \frac{\partial U}{\partial Y} - \delta U + \dots \quad (2.42)$$

$$\frac{\sigma_{rz}}{\mu\omega R_i/d} + \dots = \frac{\partial v}{\partial \zeta} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} + \dots \quad (2.43)$$

Al primo ordine di approssimazione si può scrivere (Ordine principale)

$$-p^{(0)} + 2\frac{\partial v^{(0)}}{\partial y} = -Re\vec{P} + 2\frac{\partial V}{\partial Y} \quad (2.44)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial Y} - \delta(U - 1) \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial v}{\partial \zeta} + \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial V}{\partial Z} + \frac{\partial W}{\partial Y} \quad (2.46)$$

Allo stesso modo approssimo al primo ordine Continuità e Navier-Stokes

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \epsilon\delta v + \frac{\partial w}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.47)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \epsilon\delta\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 v}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.48)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \epsilon\delta\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.49)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \epsilon\delta\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial^2 w}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.50)$$

All'interfaccia si può riscrivere lo sviluppo asintotico come segue

$$u = u^{(0)} + \epsilon u^{(1)} + \dots = \frac{u'_\theta}{\epsilon\omega R_i} - 1/\epsilon \quad (2.51)$$

In cui

$$u'_\theta = u_\theta - \omega R_i \quad (2.52)$$

E vale al variare di y_{wall}

$$u_{\theta} = \omega(R_i + y_{wall}^{\wedge}) \quad (2.53)$$

$$u_{\theta} = \omega R_i \quad @y_{wall} = 0 \quad (2.54)$$

Nota: y_{wall}^{\wedge} è il valore dimensionale ed è negativo sulla base del sistema di riferimento figura 4.42

Allora a wall si può scrivere

$$u = \frac{u_{\theta} |_{y_0=0}}{\epsilon \omega R_i} - 1/\epsilon \quad (2.55)$$

Da cui si arriva a:

$$u^{(0)} = \delta y_0 \quad (2.56)$$

Valgono invece $v^{(0)} = w^{(0)} = 0$

Alleggerendo la notazione della (2.44) (2.45) (2.46), ora notate come S_1, S_2, S_3 , si può esplicitare un *ansatz* per la soluzione, nota la sua linearità

$$u^{(0)} = u^{\dagger}(y, z)S_2(Y, Z) + u^{\ddagger}(y, z)\delta \quad (2.57)$$

$$v^{(0)} = \cancel{v^{\dagger}(y, z)}S_1(Y, Z) + v^{\ddagger}(y, z)S_3 \quad (2.58)$$

$$w^{(0)} = \cancel{w^{\dagger}}S_1 + w^{\ddagger}S_3 \quad (2.59)$$

$$p^{(0)} = p^{\dagger}S_1 + p^{\ddagger}S_3 \quad (2.60)$$

Inserendo la (2.57) in Navier-Stoke (2.49) si ottiene

$$\frac{\partial^2 u^{\dagger}}{\partial y^2} S_2 + \frac{\partial^2 u^{\ddagger}}{\partial y^2} \delta + \frac{\partial^2 u^{\dagger}}{\partial \zeta^2} S_2 + \frac{\partial^2 u^{\ddagger}}{\partial \zeta^2} \delta = 0 \quad (2.61)$$

Forzando la soluzione per S_2 e semplificando i fattori comuni si arriva a

$$\frac{\partial^2 u^{\dagger}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u^{\ddagger}}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.62)$$

Analogamente si forza la soluzione per la (2.47) e (2.48) e (2.50) inserendovi le (2.57) (2.58) (2.59) (2.60) e ottenendo

$$\frac{\partial v^\dagger}{\partial y} + \frac{\partial w^\dagger}{\partial \zeta} = 0 \quad (2.63)$$

$$-\frac{\partial p^\dagger}{\partial y} + \frac{\partial^2 v^\dagger}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v^\dagger}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.64)$$

$$-\frac{\partial p^\dagger}{\partial y} + \frac{\partial^2 w^\dagger}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w^\dagger}{\partial \zeta^2} = 0 \quad (2.65)$$

Si procede allo stesso modo anche per u^\dagger , v^\dagger , w^\dagger e p^\dagger .

Nota dalla microscala la (2.52) si può scrivere

$$\frac{u_\theta}{\epsilon \omega R_i} = \frac{1}{\epsilon} + u \quad (2.66)$$

Sapendo dalla macro (2.15) e unendo lo sviluppo asintotico, la (2.66) diventa

$$U|_{Y_\infty} = \epsilon \left[\frac{1}{\epsilon} + u^{(0)} + \epsilon u^{(1)} + \dots \right] |_{y_\infty} \quad (2.67)$$

Fermandosi all'ordine ϵ si avrà

$$U|_{Y_\infty} = 1 + \epsilon u^0|_{y_\infty} + \epsilon u^\dagger|_{y_\infty} + \dots = 1 + \epsilon [u^\dagger|_{y_\infty} S_2 + u^\dagger(y, z)] + \dots \quad (2.68)$$

$$V|_{Y_\infty} = \epsilon v|_{y_\infty} = \epsilon v^0|_{y_\infty} + \dots \quad (2.69)$$

$$W|_{Y_\infty} = \epsilon w|_{y_\infty} = \epsilon w^0|_{y_\infty} + \dots \quad (2.70)$$

Note la (2.68) e inserendovi la (2.45) si può riscrivere

$$U|_{Y_\infty} = 1 + \epsilon u^\dagger|_{y_\infty} \left[\frac{\partial U}{\partial Y} - \delta(U - 1) \right] |_{y_\infty} + \epsilon u^\dagger|_{y_\infty} \quad (2.71)$$

In cui $\epsilon u^\dagger|_{y_\infty}$ è di ordine δ e quindi trascurabile

$$\frac{\delta^2 u^\dagger}{\delta y^2} + \frac{\delta^2 u^\dagger}{\delta \zeta^2} \quad (2.72)$$

Essendo $\frac{\delta^2 u^\dagger}{\delta y^2} = 0$

$$y_{wall} : u^\dagger = \delta y_w(z) \quad (2.73)$$

Oridne δ

$$u^\dagger = f(z) \quad (2.74)$$

E quindi applicando lo Sviluppo in serie di Taylor

$$U|_{Y_0} = U|_{y_\infty} - Y_\infty \frac{\partial U}{\partial Y}|_{y_\infty} + \dots \quad (2.75)$$

Inserendo la (2.38) nella (2.75) si scrive

$$U|_{Y_0} = U|_{y_\infty} - \epsilon y_\infty \frac{\partial U}{\partial Y}|_{y_\infty} + \dots \quad (2.76)$$

Sostituendo quindi la (2.71) al netto di u^\dagger per i motivi di cui sopra

$$U|_{Y_0} = 1 + \epsilon u^\dagger|_{y_\infty} \left[\frac{\partial U}{\partial Y} - \delta(U - 1) \right] |_{y_\infty} - \epsilon y_\infty \frac{\partial U}{\partial Y}|_{y_\infty} + \dots \quad (2.77)$$

Semplificando i termini moltiplicati per $\epsilon\delta$

$$U|_{Y_0} = 1 + \epsilon (u^\dagger|_{y_\infty} - y_\infty) \frac{\partial U}{\partial Y}|_{Y=0} \quad (2.78)$$

Notando con λ_x il *Navier slip length*

$$U|_{Y_0} = 1 + \epsilon \lambda_x \frac{\partial U}{\partial Y}|_{Y=0} \quad (2.79)$$

Analogamente per V e W si ha

$$V|_{Y_0} = \phi(\epsilon^2) \quad (2.80)$$

$$W|_{Y_0} = \epsilon \lambda_z \frac{\partial W}{\partial Y}|_{Y=0} \quad (2.81)$$

Le equazioni (2.79) (2.80) ed (2.81) ricavate permettono di conoscere le condizioni efficaci da applicare alle velocità a parete.

Per ricavare i valori incogniti si passa al modello ad elementi finiti.

2.3 Modello ideale a elementi finiti

Si vogliono studiare gli effetti di variazione delle condizioni efficaci delle riblets di diverse scale di geometrie quadrate e trapezoidali. Per poter calcolare il valore del λ_x necessario per completare la teoria matematica si è ricorso alla simulazione a elementi finiti mediante il software FreeFEM++.

Lo studio si avvale della semplificazione descritta da Luchini [20], ovvero la soluzione del più semplice problema di Stokes al posto del Navier-Stokes. Nella regione prossima alla riblets (circa il sottostrato laminare nel moto turbolento), infatti, i termini convettivi nelle equazioni di Navier-Stokes possono essere trascurati, consentendo lo studio del flusso attraverso le Equazioni di Stokes.

Per prima cosa va definito il dominio in cui si è interessati a studiare i parametri. Nel caso di FreeFEM++, che opera senza interfaccia grafica direttamente sul prompt dei comandi, il dominio 2D viene definito con delle funzioni. Nel caso considerato le riblets hanno periodicità trapezoidale e quadrata, per cui si scrivono i domini "border" come:

- Caso square

```
border g1b(t=0, 1){x=0.25*t; y=-esse;} // first rib
border g1l(t=0, 1){x=0.25; y=esse*t-esse;}
border g1t(t=0, 1){x=0.25+0.5*t; y=0;}
border g1r(t=0, 1){x=0.75; y=-esse*t;}
border g2(t=0, 1){x=0.75+0.25*t; y=-esse;} // second rib
border g3(t=0, 1){x=1; y=(elle+esse)*t-esse;} // right, periodic
border g4(t=0, 1){x=1-t; y=elle;} // top
border g5(t=0, 1){x=0; y=(elle+esse)*t-esse;} // left, periodic
```

- caso trapezoidal

```
border g1l(t=0, 1){x=0.25*t; y=-esse*t;}
border g1b(t=0, 1){x=0.25+0.5*t; y=-esse;}
border g1r(t=0, 1){x=0.75+0.25*t; y=-esse+esse*t;}
border g3(t=0, 1){x=1; y=elle*t;} // right, periodic
border g4(t=0, 1){x=1-t; y=elle;} // top
border g5(t=0, 1){x=0; y=elle-elle*t;} // left, periodic
```

In cui

```
real elle = 4;
real esse = 0.5; // esse is height of riblets, esse > 0
real gr = 3; // grid refinement factor
```

Successivamente viene generata la mesh, per esempio nel caso square

```
mesh Th=buildmesh(g1b(gr*1) + g1l(gr*2) + g1t(gr*2) + g1r(gr*2) + g2(gr*1) +
g3(gr*18) + g4(gr*4) + g5(-gr*18));
plot(Th, ps="grid.eps", wait=true);
```

Si definisce uno spazio di funzioni per velocità e pressione

```

// Fespace, problem order 0 (\dagger)

fespace Uh(Th, [P2,P2,P1], periodic=[[6, y], [8, y]]);
Uh [u, v, p], [uu, vv, pp];
fespace Xh(Th,P2); // f.e. space for velocity components
Xh uloc;
Xh vloc;
Xh ploc;
Xh wloc;

Si risolve poi il problema di Stokes e si applicano le codizioni al contorno
solve stokes([u, v, p], [uu, vv, pp])
  = int2d(Th)(
    dx(u)*dx(uu)
    + dy(u)*dy(uu)
    + dx(v)*dx(vv)
    + dy(v)*dy(vv)
    + dx(p)*uu
    + dy(p)*vv
    + pp*(dx(u) + dy(v))
    - 1e-14*p*pp

    + int1d(Th,g4)(uu*dx(v)) - int1d(Th,g4)(uu) //enforces unit shear
    //stress on g4
    - int1d(Th,g4)(vv*p/2) //enforces zero normal stress on g4
    + on(g1b, u=0, v=0) + on(g1l, u=0, v=0) + on(g1t, u=0, v=0) +
    on(g1r, u=0, v=0)
    + on(g2, u=0, v=0);

plot(u, ps="u_plot.eps", value = true, wait=1, fill=true);
plot(v, ps="v_plot.eps", value = true, wait=1, fill=true);

uloc = u;
vloc = v;
ploc = p;

Si risove il laplaciano per w
// Fespace, laplacian for w (\ddagger)
fespace Wh(Th, [P2], periodic=[[6, y], [8, y]]);
Wh w;
Wh ww;
real f=0;
real g=1;
macro grad(w) [dx(w), dy(w)] //

solve Laplacian(w, ww)

```

```

= int2d(Th)(
  grad(w)' * grad(ww)
)
+ int2d(Th)(
  f * ww // enforcing w_xx + w_yy = f
)
- int1d(Th,g4)(ww*g) // enforcing w_y = g on g4
  + on(g1b, w=0) + on(g1l, w=0) + on(g1t, w=0) + on(g1r, w=0)
+ on(g2, w=0)
;

```

```

plot(w, ps="w_plot.eps", value = true, wait=1, fill=true);
plot(p, ps="p_plot.eps", value = true, wait=1, fill=true);

```

```
wloc = w;
```

output

```

cout << "Max u^\dagger = " << setw(12) << uloc[].max << " \t Max
v^\dagger = " << setw(12) << vloc[].max << "\t Max w^\ddagger = " <<
setw(12) << wloc[].max << " \t Max p^\dagger = " << setw(12) <<
ploc[].max << endl;
cout << "Min u^\dagger = " << setw(12) << uloc[].min << " \t
Min v^\dagger = " << setw(12) << vloc[].min << " \t Min w^\ddagger =
" << setw(12) << wloc[].min << " \t Min p^\dagger = " << setw(12) <<
ploc[].min << endl;

```

Procedendo analogamente per il caso trapezoidal si ottengono

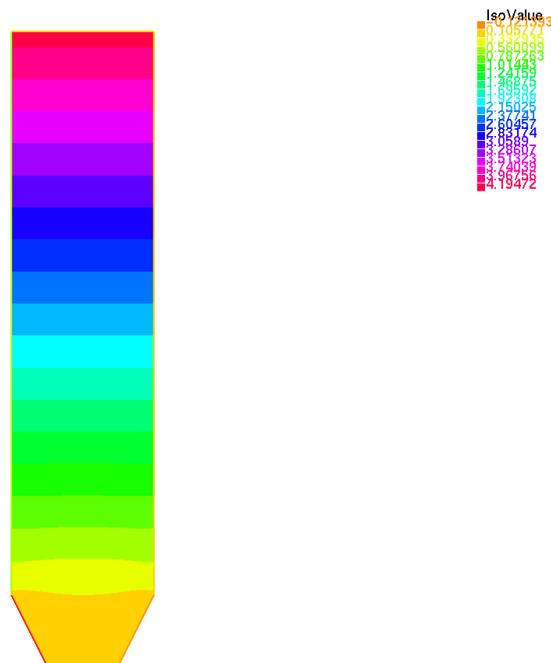


Figura 2.2: plot di U

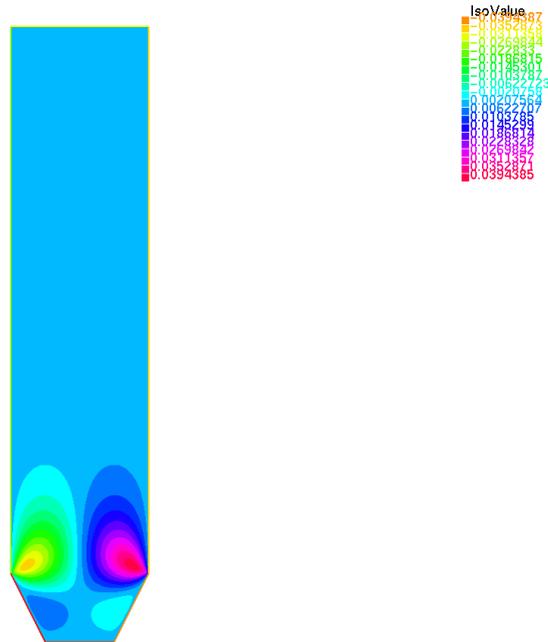


Figura 2.3: Plot di V

Poichè il Software FreeFEM fornisce in uscita immagini di scarsa qualità e senza possibilità di modifiche successive, si sono importati i dati nel software ParaView

Da FreeFEM++ vengono poi stampati a schermo dati in tabella 2.1 e poi riassunti in 2.2.

Tabella 2.1: Valori massimi e minimi delle variabili per le geometrie trapezoidale e quadrata

Geometria	Variabile	Max	Min
Trapezoidale	u^\dagger	4.08114	-0.00781055
	v^\dagger	0.0373597	-0.0373572
	w^\dagger	4.17501	7.00521e-36
	p^\dagger	7.75587	-8.2247
Quadrata	u^\dagger	4.01799	-0.00586259
	v^\dagger	0.0171654	-0.0171791
	w^\dagger	4.04148	-6.80548e-52
	p^\dagger	2.7245	-3.05124

Da cui si ricava che λ_x adimensionale per il caso square vale 0.04148 e per il trapezoidal vale 0.17501.

Da questi dati si può quindi ricavare il valore di λ_x per una geometria dimensionale nelle scale riportate nel successivo paragrafo 3.2.

Seguirà la procedura per trovare questi valori anche sperimentalmente, questa volta procedendo tramite il calcolo di numeri adimensionali ottenibili fisicamente dai test che contengano le grandezze della geometria effettiva, e quindi anche il λ_x

micro-groove type	λ_x	λ_z
<i>Square</i>	0.041	0.018
<i>Trapezoidal</i>	0.175	0.081

Tabella 2.2: Dimensionless slip lengths per geometria ideali *S* e *T* grooves.

3 Trattazione sperimentale

Dopo aver identificato la condizione efficace di parete nel caso ideale, si verificano i risultati con una campagna di test strumentali. I campioni su cui sono applicate le riblets sono cilindri in fotopolimero realizzati in stampa per stereolitografia (si veda paragrafo 3.1.1); il moto alla Taylor-Couette è assicurato tramite un reometro a cilindri concentrici e il fluido studiato è acqua con marcatori di fluido (si veda paragrafo 3.1.3). Si cerca sperimentalmente il valore del *Navier slip length* e quindi la conferma della possibilità di sostituire una parete a riblets con una equivalente geometria liscia. Una volta ricavato lo slip length e apportate le necessarie correzioni al modello teorico sulla base dei risultati sperimentali, si cerca di evidenziare anche visivamente i fenomeni di transizione nel regime di moto del fluido.

3.1 Setup sperimentale

La geometria virtuale (efficace) è contenuta nel numero adimensionale C_T , espresso come segue.

$$C_T = \frac{T}{\frac{1}{2}\rho(\omega R_{eff})^2(2\pi H R_{eff})^2 R_{eff}} \quad (3.1)$$

In cui, nota la geometria dalla figura 2.1

- T è la coppia espressa in mNm
- R_0 è il raggio interno del cilindro esterno
- $R_{eff} = R_{inner} - \lambda_x$
- d è il valore del gap, ricavato dalla differenza tra R_0 ed R_{eff}

Questo numero adimensionale è rapportabile con altri caratteristici del moto alla Taylor-Couette, come il numero di Reynolds o il numero di Taylor.

$$Ta = \omega^2 R_{eff}^2 \frac{d^2}{\nu^2} \frac{2d}{R_0 + R_{eff}} \quad (3.2)$$

$$Re = \frac{\rho VD}{\mu} \quad (3.3)$$

Per poter ricavare questi numeri è necessario conoscere la coppia resistente del sistema al variare della velocità di rotazione e delle geometrie del setup.

Per misurare sperimentalmente il rapporto tra le grandezze fisiche dinamiche (Nm) e quelle cinematiche (1/min) viene impiegato un reometro rotazionale a cilindri coassiali. Poichè il moto alla Taylor-Couette che si vuole studiare prevede una lavorazione superficiale micorgeometrica, per poter ricavare sperimentalmente i dati tramite reometro sono stati appositamente realizzati dei provini in resina polimerica per stampa 3D in fotopolimerizzazione SLA dal laboratorio dell'*Université d'Orléans*.

La caratterizzazione è stata effettuata tramite misurazioni al microscopio ottico per le scale più grandi e una fotocamera ad alta risoluzione e bassa distorsione per le scale più piccole. Dopo aver campionato i valori della coppia resistente al variare della velocità per ciascun provino, è stato possibile identificare le condizioni di comparsa delle varie transizioni tra instabilità del fluido al variare della forma e dimensione delle riblets della superficie e, con l'aiuto di alcuni marcatori per fluido (Si veda 3.1.4), sono stati visualizzati i vortici caratteristici di alcune instabilità.

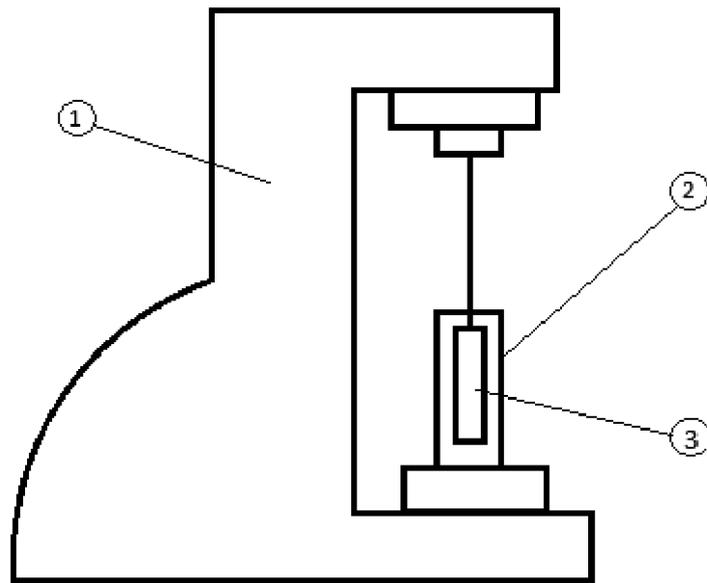


Figura 3.1: Schizzo del setup reometro (1) contenitore trasparente (2) e provino immerso (3)

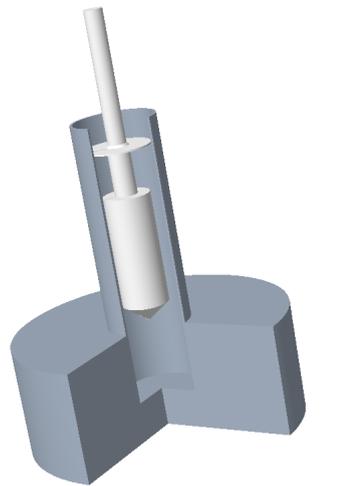


Figura 3.2: Modello 3D del setup utilizzato realizzato con Creo Parametric

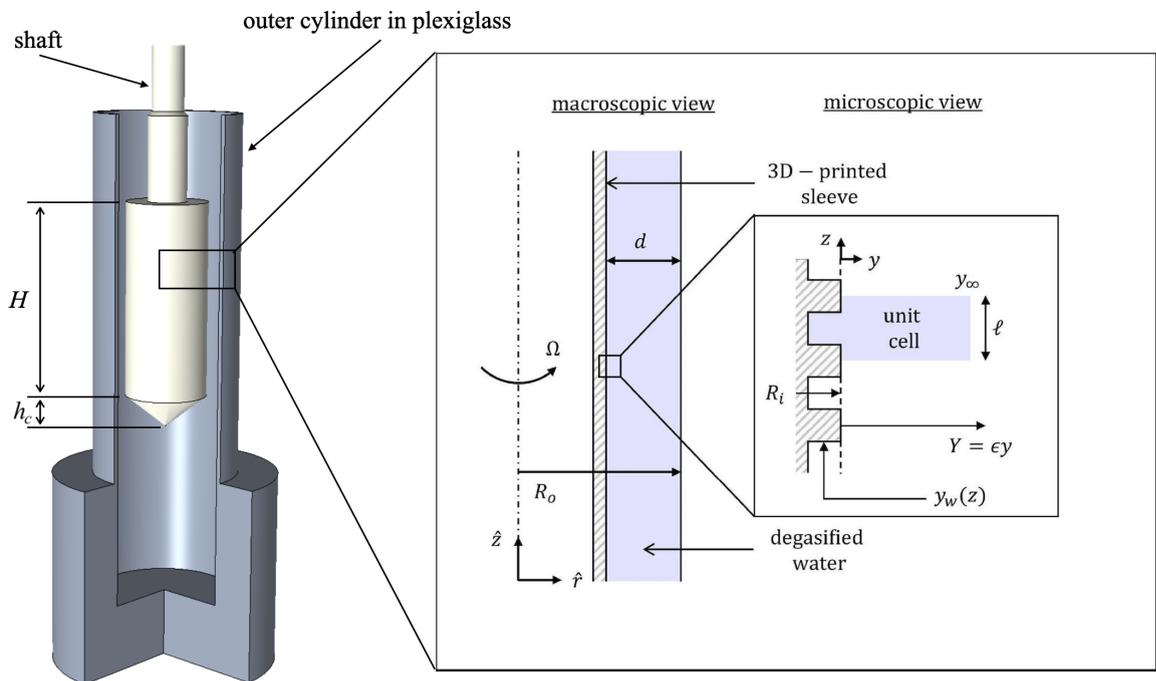


Figura 3.3: Dettaglio della superficie a partire dal 3D del setup

3.1.1 Stereolithography technology

La stampa 3D per stereolitografia (SLA) è una tecnologia di *additive manufacturing* per polimeri. Si basa sulla fotopolimerizzazione di una resina liquida sensibile alla radiazione ultravioletta emessa da una sorgente laser o da uno schermo a diodi. A differenza della normale stampa 3D per estrusione (FDM), la SLA permette una maggiore precisione geometrica e accuratezza; nel nostro caso ha permesso di ottenere un errore dimensionale verificato inferiore ai $25 \mu\text{m}$.

La sorgente ultravioletta permette di focalizzarsi sul pelo liquido con un sistema di specchi e lenti, simile alla tecnologia utilizzata per la creazione dei microchip, oppure direttamente con un pannello a pixel, come nel caso della stampante utilizzata. Appena al di sopra del pelo libero del liquido è posta una piastra su cui appoggerà il pezzo finito. Il movimento del fascio luminoso piano consente la realizzazione della prima sezione del pezzo. La piastra viene quindi mossa al fine di realizzare un film liquido sotto la sezione appena costruita. Il processo si ripete con la costruzione di un secondo strato.

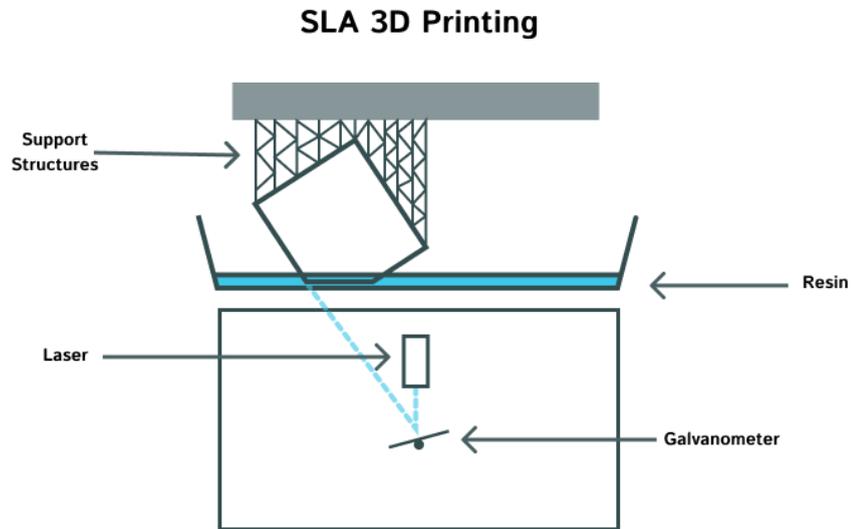


Figura 3.4: Schizzo esemplificativo del funzionamento di una SLA dal sito di Dassault Systèmes, www.3ds.com/it/make/guide/process/photopolymerization

Il processo continua fino alla completa costruzione del prototipo che, alla fine, verrà estratto dalla vasca. Il pezzo quasi ultimato viene esposto alla luce ultravioletta di una lampada per completare l'indurimento.

I supporti di stampa vengono poi rimossi. In questo caso, dopo la consegna da parte del laboratorio, è stato impiegato un bisturi chirurgico per asportare il materiale di supporto senza danneggiare la superficie.

3.1.2 Resina e stampante impiegati

SCHEDA PROPRIETÀ DEL MATERIALE

Resine standard

Le seguenti proprietà dei materiali sono paragonabili per Clear Resin, White Resin, Grey Resin, Black Resin e Color Kit.

	METRICO ¹		METODO
	Grezza ²	Dopo polimerizzazione post-stampa ³	
Proprietà elastiche			
Carico di rottura a trazione	38 MPa	65 MPa	ASTM D638-14
Modulo di elasticità	1,6 GPa	2,8 GPa	ASTM D638-14
Allungamento a rottura	12%	6%	ASTM D638-14
Proprietà di resistenza a flessione			
Modulo di flessione	1,3 GPa	2,2 GPa	ASTM D 790-15
Proprietà d'impatto			
Resistenza all'urto Izod	16 J/m	25 J/m	ASTM D256-10
Proprietà termiche			
Temperatura di distorsione termica a 1,8 MPa	43 °C	58 °C	ASTM D 648-16
Temperatura di distorsione termica a 0,45 MPa	50 °C	73 °C	ASTM D 648-16

¹ Le proprietà del materiale possono variare in base alla geometria della parte, all'orientamento di stampa, alle impostazioni di stampa e alla temperatura.

² Dati ottenuti da parti grezze, stampate con la Form 2 a 100 µm, con le impostazioni per la Clear Resin, senza trattamenti aggiuntivi.

³ Dati ottenuti da parti stampate con la Form 2 a 100 µm, con le impostazioni per la Clear Resin e sottoposte a polimerizzazione post-stampa per 60 minuti a 60 °C con luce LED da 405 nm (1,25 mW/cm²).

Figura 3.5: Data sheet Fromlabs' resin

Data la precisione richiesta è stata adottata una resina per modelli ad alta risoluzione Clear Resin prodotta da Formlabs. La resina presenta le caratteristiche indicate nella tabella 3.5 con e senza polimerizzazione post-stampa.

La resina è una composizione chimica di polimeri riportati in figura 3.6.

Miscela:

Identificazione	N. di registrazione UE REACH	Nome	Classificazione secondo il regolamento (CE) n. 1272/2008 (CLP)	Peso %
Numero CAS: 72869-86-4 Numero CE: 276-957-5	-	Bismetacrilato di 7,7,9(o 7,9,9)-trimetil-4,13-diosso-3,14-diossa-5,12- diazaesadecan-1,16-diile	Skin Sens. 1; H317 Aquatic Chronic 2; H411	55-75
Numero CAS: 27813-02-1 Numero CE: 248-666-3	-	Acido metacrilico, monoestere con propan-1,2-diolo	Skin Sens. 1; H317 Eye Irrit. 2; H319	15-25
Numero CAS: 75980-60-8 Numero CE: 278-355-8	-	Ossido di difenil(2,4,6-trimetilbenzoi)fosfina	Repr. 2; H361 Aquatic Chronic 2; H411 Skin Sens. 1B; H317	<0.9

Figura 3.6: Composizione chimica resina Formlabs

Come stampante è stata adottata una Form3 (figura 4.3), sempre prodotta da Formlabs. La SLA usata è a polimerizzazione Laser-Powered Stereolithography con laser da 250 mW e 85 μm (laser spot size). Clima controllato a 35°C. Il modello Form3 ha una risoluzione di 25 μm lungo l'asse xy, (le tolleranze del prodotto sono verificate nel paragrafo 4.4). Altri dati relativi alla stampante sono riportati di seguito:

- Clima controllato a 35°C
- EN 60825-1:2014 certified
- Maximum Print Speed: 31 mm/hour
- Surface Accuracy (Restorative Models):
 - On average with Model Resin V3: (numbers in percentages)
 - 87 of surfaces within 100 μm of CAD model
 - 66 of surfaces within 50 μm of CAD model
 - On average with Model Resin V2:
 - 94 of surfaces within 100 μm of CAD model
 - 73 of surfaces within 50 μm of CAD model



Figura 3.7: Form3 Formlabs 3D SLA

I risultati sono mostrati nel successivo paragrafo di caratterizzazione 3.2.

Per poter evidenziare meglio il contrasto con i marcatori del fluido (3.1.4, gli ultimi campioni stampati sono stati realizzati con un colorante nero additivo alla resina trasparente.

La parete del campione nero non è attraversabile da un fascio di luce, permettendo quindi anche un'analisi laser della superficie per una più corretta misurazione.

3.1.3 Reometro

Il reometro è uno strumento in grado di ricavare la viscosità di un fluido tramite una disposizione a:

- Cylindrical flow (Cilindri coassiali)
- Couette drag plate flow
- Plate-plate flow
- Poiseuille flow in a tube and

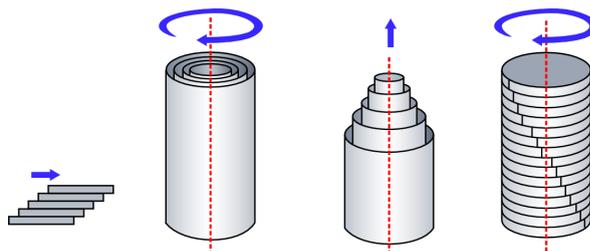


Figura 3.8: schematic view dei 4 tipi di reometro

Nel modello in uso (Anton Paar Physica MCR 301), il cilindro interno è messo in rotazione da un motore sincrono a magneti permanenti assiale ad un cuscinetto

ad aria (*air bearing*) per ridurre al minimo l'attrito interno. La combinazione di *air bearing*, *High-energy permanent magnets* sul motore asincrono e un *high-resolution optical encoder* permette di ottenere misurazioni anche a 10^{-6} min^{-1} .

Specifications					
	Unit	Physica MCR 51	Physica MCR 101	Physica MCR 301	Physica MCR 501
Bearing		mechanical	air	air	air
Min. torque	μNm	250	0.5	0.1	0.1
Min. torque DSO	μNm	-	-	0.02	0.02
Max. torque	mNm	125	125	200	230
Torque resolution	μNm	<0.1	0.002	0.001	0.001
Deflection angle (preset)	μrad	1 to ∞	1 to ∞	0.1 to ∞	0.1 to ∞
Internal angular resolution	μrad	0.012	0.012	0.012	0.012
Min. speed (CSS)	1/min	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-7}
Min. speed (CSR)	1/min	10^{-3}	10^{-4}	10^{-6}	10^{-6}
Max. speed	1/min	3000	3000	3000	3000
Min. frequency	Hz	10^{-4}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-5}
Max. frequency	Hz	100	100	100	100
Normal force range	N	-	0.1 to 30	0.01 to 50	0.01 to 50
Normal force resolution	N	-	0.02	0.002	0.002
Direct Strain Oscillation		no	no	optional	yes
Toolmaster™		yes	yes	yes	yes
TruGap™		no	no	optional	yes
Temperature range	°C	-150 to +1000	-150 to +1000	-150 to +1000	-150 to +1000
<small>Depending on the environmental system used</small>					
Accessories and environmental systems		all	all	all	all
Dimensions (W x D x H)	mm	440 x 600 x 620	440 x 600 x 620	440 x 600 x 620	440 x 600 x 720
Weight	kg	43	43	43	50

Figura 3.9: Physica MCR 301 Data Sheet

Il modello richiede una serie di passaggi da effettuare prima di ogni nuovo test che consiste in una calibrazione dell'altezza (*zero gap*) tramite un piatto a superficie liscia in acciaio.

Nel set-up utilizzato, dopo l'inizializzazione dello strumento e calibrazione dello *zero gap*, viene montato il cilindro esterno in plexiglass riempito d'acqua. Segue l'inserimento del cilindro interno in fotopolimero con le lavorazioni superficiali desiderate. Il cilindro interno è messo in rotazione tramite l'albero collegato al motore sincro del reometro (Per ogni riferimento si veda la figura 3.3).

Una volta inizializzato il reometro e terminato il set-up, viene avviata una breve serie di rotazioni a velocità costante per 3-5 min allo scopo di uniformare i moti del fluido, le HGS e garantire di ripartire sempre allo stesso stato di moto per ogni prova.

Da studi precedenti è stato evidenziato come l'ottimo per i test a riblets si ha dopo 3 minuti a velocità costante di 20 giri/min, dopo il quale inizia una rampa di accelerazione costante da 20 a 50 giri/min per 30 minuti. Si risconterà poi che, per facilitare le prove di visualizzazione, sia necessaria una rampa di accelerazione ancora più lenta, arrivando fino ad un'ora di tempo per accelerare da 20 a 50 rmp.

Durante il tempo della prova vengono campionati i punti sul piano *Torque/Speed*.



Figura 3.10: Termocoppia inserita nel fluido

Il modello utilizzato restituisce i dati acquisiti ad un computer, sul quale questi verranno organizzati in una tabella Excel per osservarne l'andamento nel grafico $\mu Nm-1/min$ in figura 3.11.

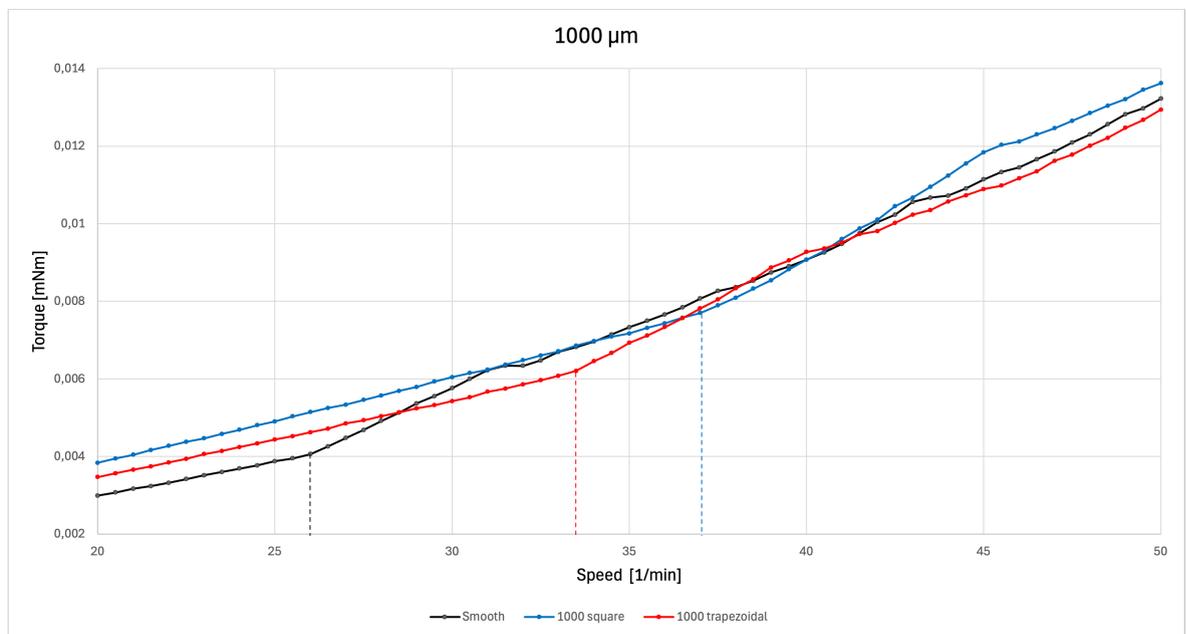


Figura 3.11: Esempio grafico ottenuto nel caso $1000\mu m$, sono evidenziati i punti di prima transizione

3.1.4 Marcatori, fluido e monitoraggio temperature

Il fluido impiegato per i test è semplice acqua di rubinetto degasata. La temperatura del fluido è stata registrata tramite una termocoppia per ogni test (si veda figura 3.10), al fine di adeguare i risultati alla reale densità e viscosità dell'acqua. È stata necessaria particolare attenzione durante il riempimento del cilindro-contenitore per evitare la formazione di bolle all'interno dei canali delle riblets come nella 3.12 che tendono a formarsi, anche se in quantità molto minore, anche con acqua degasata.

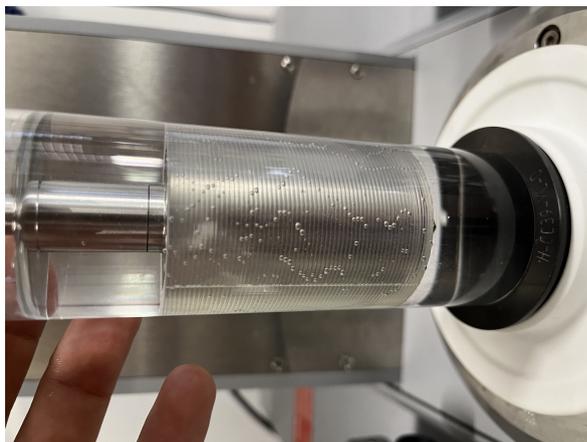


Figura 3.12: Formazione di bolle indesiderate

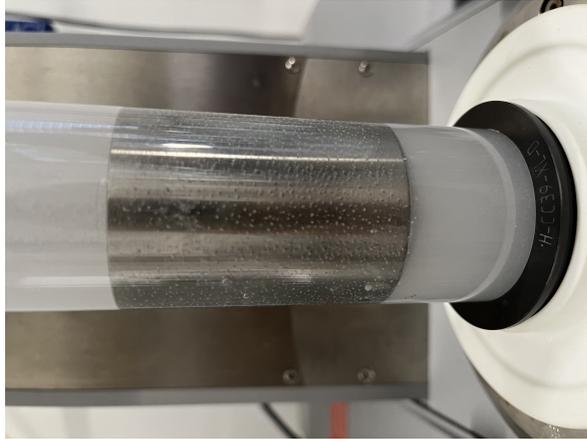


Figura 3.13: Esempio di marcatori inadatti, formazione di grumi poco dopo il rimescolamento a ultrasuoni

Per poter evidenziare visivamente le transizioni sono stati aggiunti dei marcatori in forma di sfere micrometriche con densità paragonabile a quella dell'acqua. In questi casi si è utilizzato ancora acqua degasata per evitare di confondere visivamente le bolle di aria e vapor d'acqua con i marcatori.

Prima di trovare il marcatore corretto ne sono stati provati alcuni con le seguenti caratteristiche:

- HGM Hollow Glass Microspheres $0.38g/cm^3$
- PAS Polyamid Seeding Particles $1.03g/cm^3$ $\phi=50 \mu m$
- HGS-10 Hollow Glass Spheres $1.10g/cm^3$ $\phi=10 \mu m$

Nonostante i rimescolamenti ad ultrasuoni, dei campioni provati solo il caso HGS $1.1g/cm^3$ $\phi=10 \mu m$ prodotte da Dantec Dynamics ha dato risultati soddisfacenti di sospensione prolungata. In altri casi si verificano depositi sul fondo dopo poco tempo o formazione di grumi come nella 3.13.



Figura 3.14: HGS $1.1\text{g}/\text{cm}^3$ $\phi=10\ \mu\text{m}$



Per la proporzione corretta dei marcatori sono stati provati molteplici rapporti in massa, su un totale di 142 grammi di acqua per ogni test.

Dalle prime prove è emersa una migliore visualizzazione del fenomeno con l'uso di una vernice acrilica nera spruzzata all'interno della cavità dei cilindri. Ne è risultato un contrasto più evidente tra marcatori e parete. Per poter quindi facilitare la visualizzazione dei vortici caratteristici delle instabilità si è richiesto, come già accennato, che i campioni successivi venissero già realizzati con una colorazione nera anziché trasparente.

3.1.5 Profilometro laser

Per ottenere una dettagliata ricostruzione della superficie dei campioni come la 3.18 si è ricorso ad un profilometro laser *Taylor Hubson* (*Ametek's Ultra Precision Technologies Group*).

Un profilometro di superficie è uno strumento metrologico per la caratterizzazione degli strati superiori di un provino, in particolare per la ricostruzione delle rugosità superficiali. Si basa su una misurazione laser multipunto che misura le variazioni di quota superficiale inferiori al micron, nel caso della misura effettuata $0,159 \mu\text{m}$.

Impostando le seguenti caratteristiche di dimensione degli assi e numero di punti

Creato il: 30/01/2025 11.37.56
Durata della misura: 16 m 2 s
Risoluzione del calibro: $0.159 \mu\text{m}$

Asse: X

Lunghezza: 3 mm
Dimensione: 601 punti
Distanza: 0.005 mm

Asse: Y

Lunghezza: 3.01 mm
Dimensione: 601 linee
Distanza: 0.00501 mm

Asse: Z

Lunghezza: 0.655 mm
Dimensione: 3597409 Cifre
Distanza: $0.000182 \mu\text{m}$

Figura 3.15: Specifiche di misurazione profilometro

Nello specifico per questo lavoro sono state estratte una ricostruzione piana 3.16, una superficie media 3.17 e una ricostruzione 3D 3.18 per ogni provino. Si riporta per brevità un solo esempio.

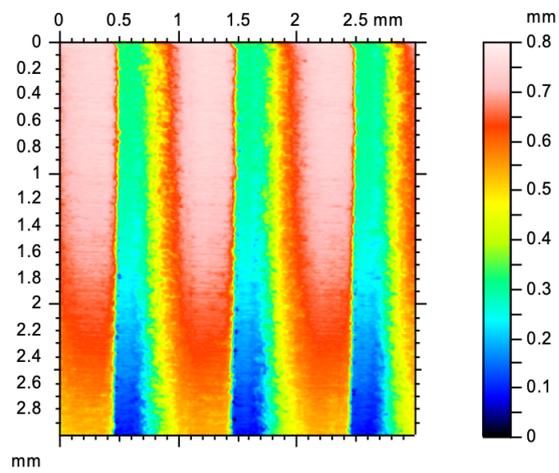


Figura 3.16: Esempio di ricostruzione bidimensionale

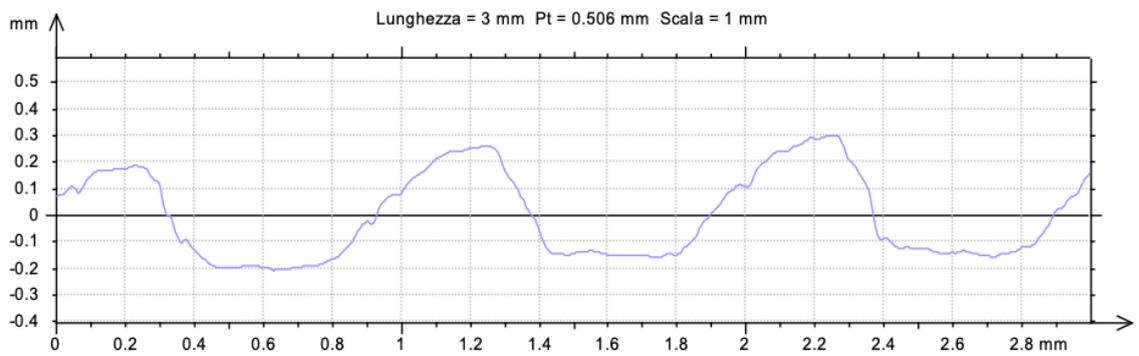


Figura 3.17: Esempio di superficie media

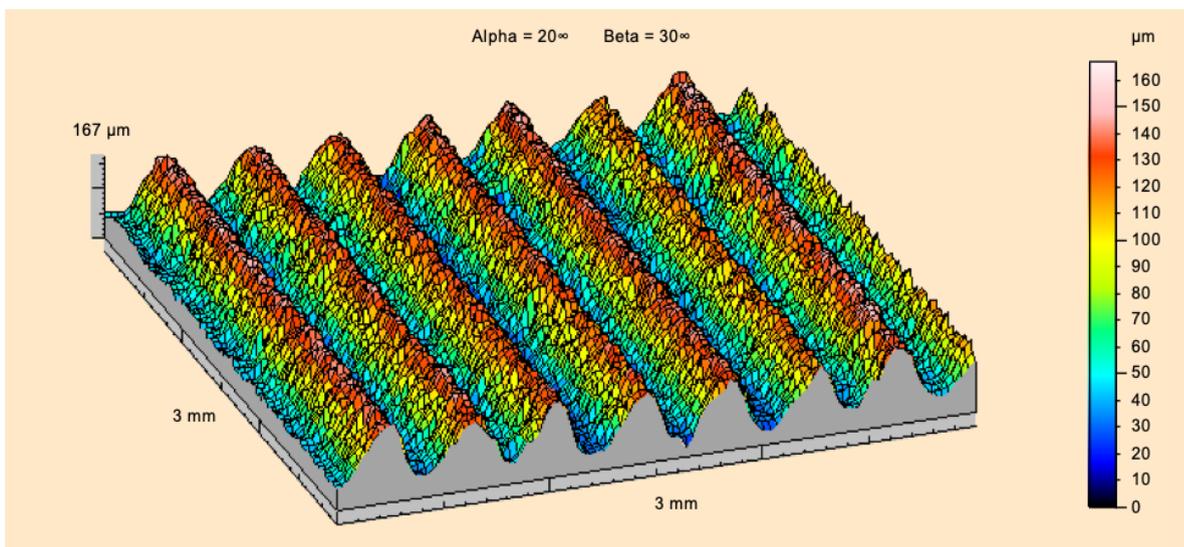


Figura 3.18: Esempio di ricostruzione 3D

3.2 Caratterizzazione

Al fine di testare le diverse caratteristiche di formazione delle transizioni al variare della geometria, sono stati realizzati i seguenti cilindri con superficie a riblets:

- 1000 μm trapezoidal
- 1000 μm square
- 500 μm trapezoidal
- 500 μm square
- 200 μm trapezoidal
- 200 μm square
- 100 μm trapezoidal
- 100 μm square
- 1000 μm trapezoidal black
- 1000 μm square black
- 800 μm trapezoidal black
- 800 μm square black
- 400 μm trapezoidal black
- 400 μm square black
- Smooth di riferimento

I cilindri contrassegnati con "black" sono stati realizzati successivamente a quelli non colorati al fine di aumentare il contrasto con i marcatori scelti nel paragrafo precedente e, nel caso di 800 e 400 μm , di poter approfondire lo studio nell'interno delle geometrie che rivelatesi più efficienti.

3.2.1 Realizzazione CAD

I provini sono stati stampati in 3D mediante fotopolimerizzazione basata su CAD. I progetti originali sono stati realizzati con Onshape, un esempio è riportato in figura 3.19

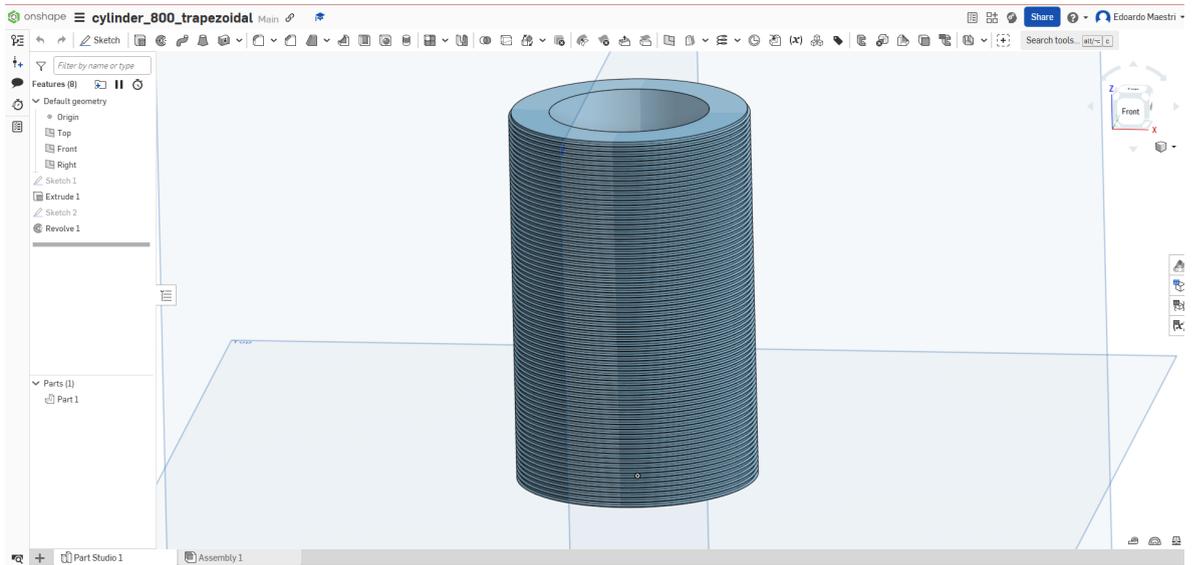


Figura 3.19: Visualizzazione ambiente Onshape CAD

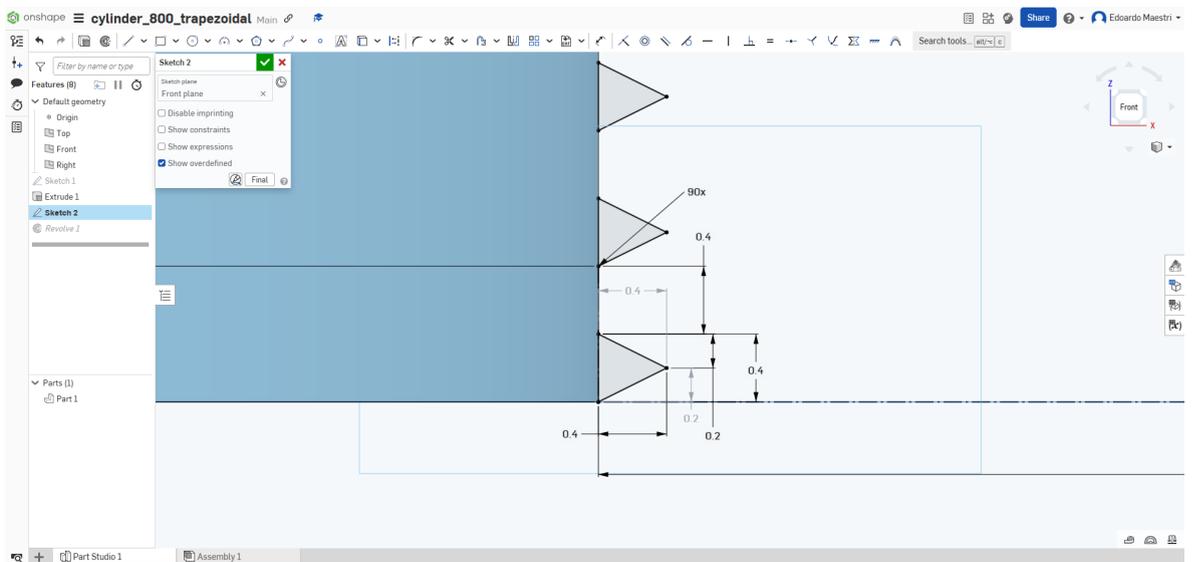


Figura 3.20: Dettaglio geometria di esempio 800 μ m trapezoidal

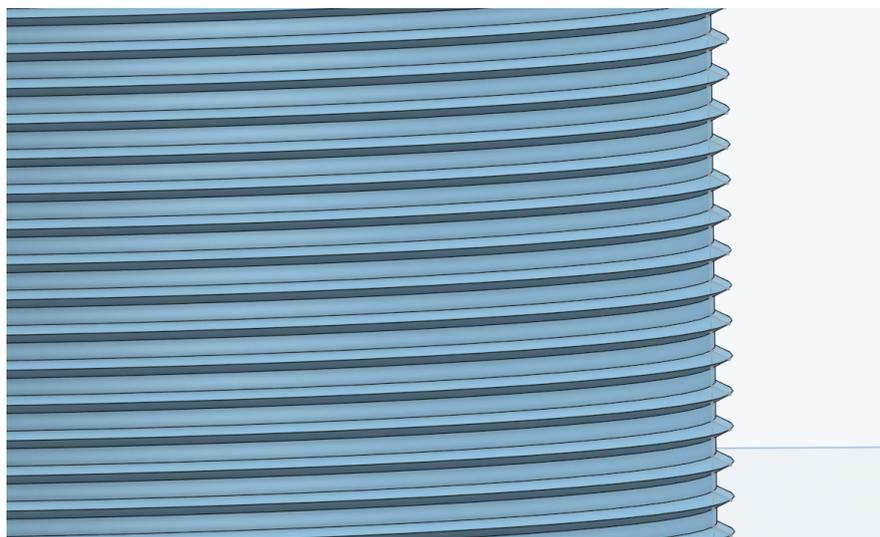


Figura 3.21: Dettaglio lavorazione superficiale da progetto

3.2.2 Misurazioni a microscopio Ottico

Come detto nel paragrafo precedente, i risultati della stampa sono attesi con $25 \mu m$ di errore, che è stato verificato come segue per poter unire la soluzione teoria e quella sperimentatale.

Per effettuare le misurazioni si è ricorso ad un microscopio ottico come in figura 3.24 per le scale tra $1000 \mu m$ e $400 \mu m$ e ad una fotocamera ad alta risoluzione per evitare la distorsione della lente nelle misurazioni dei 200 e $100 \mu m$ come verificatesi in figura 3.22

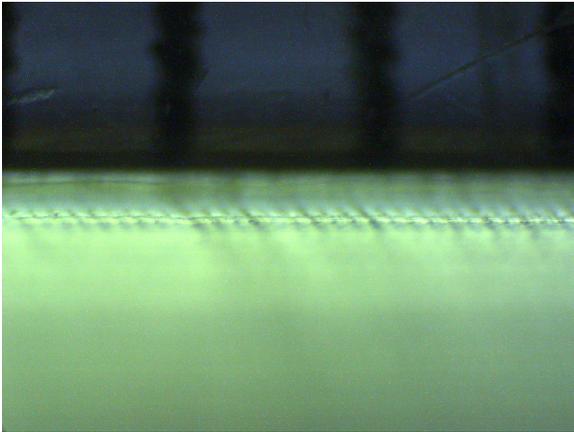


Figura 3.22: Immagine distorta di una geometria $100 \mu m$

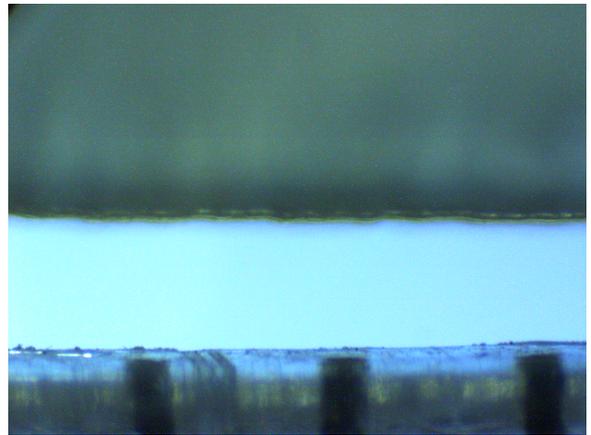


Figura 3.23: Smooth

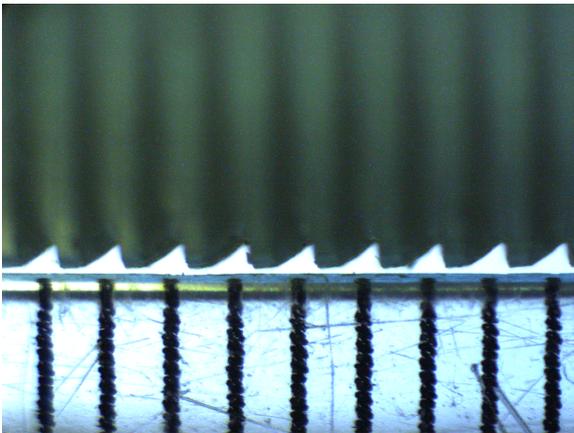


Figura 3.24: $1000 \mu m$ Square

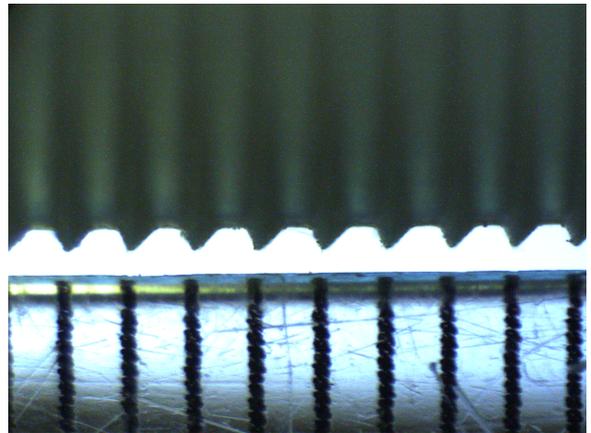


Figura 3.25: $1000 \mu m$ Trapezoidal

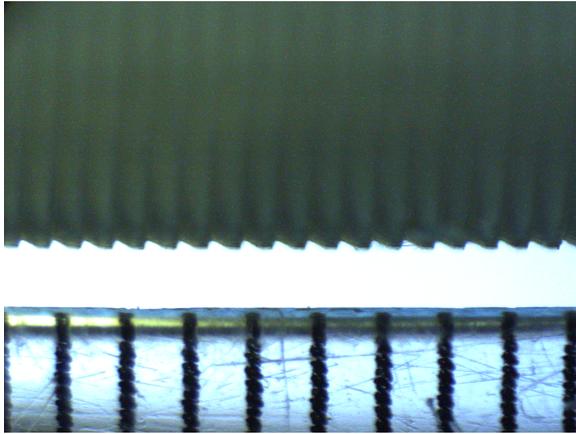


Figura 3.26: 500 μm Square

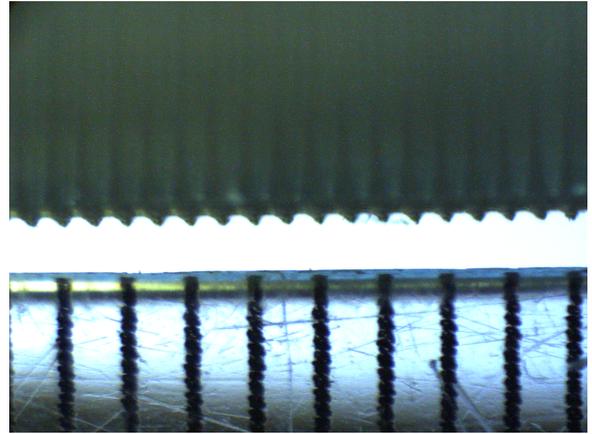


Figura 3.27: 500 μm Trapezoidal

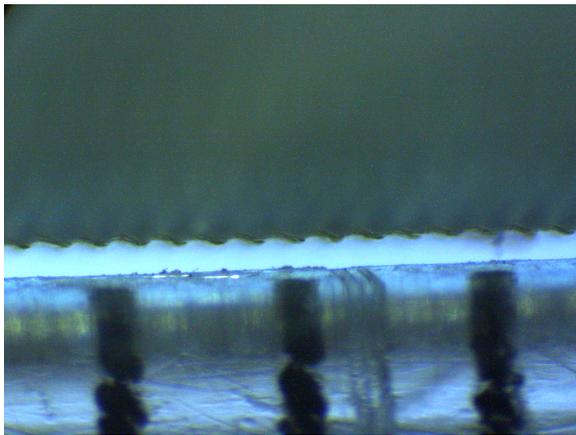


Figura 3.28: 200 μm dal microscopio ottico, primo campione

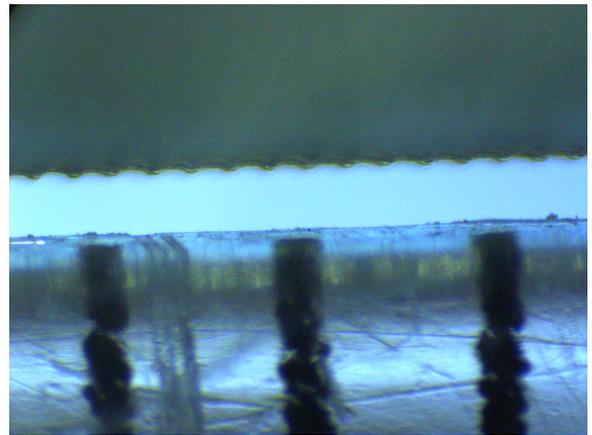


Figura 3.29: 200 μm dal microscopio ottico, secondo campione

Dopo diversi tentativi in cui le misurazioni delle superfici sono state effettuate con il software ImageJ, i cilindri sono stati orientati con costruzioni di fortuna come in figura 3.30 per evitare che si ottenessero immagini come la 3.31.

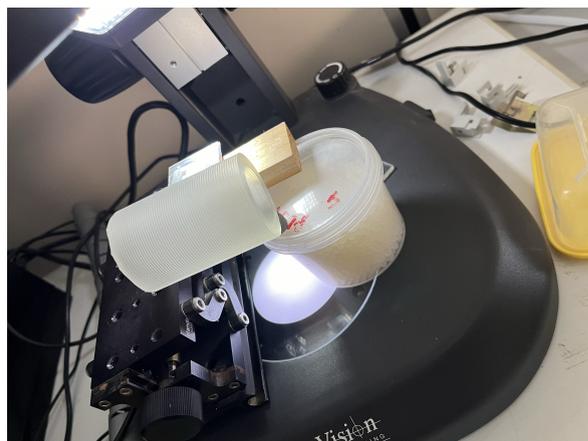


Figura 3.30: Supporto per regolare l'inclinazione del provino rispetto alla lente

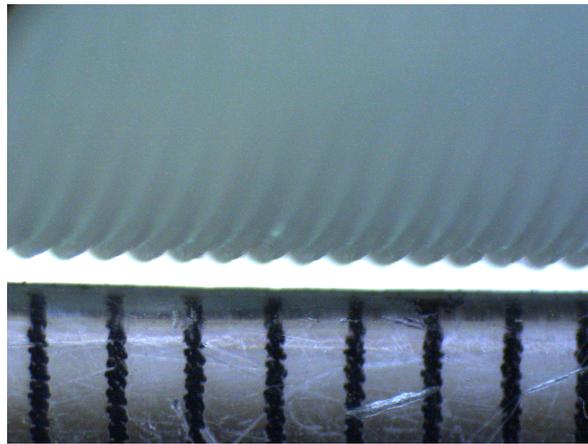


Figura 3.31: Immagine ottenuta senza inclinazione del provino

Vengono dapprima effettuate le misurazioni delle riblets in superficie, effettuate un minimo di 3 volte per ogni campione. Qui vengono riportate solo una misura per campione per alleggerire il testo.

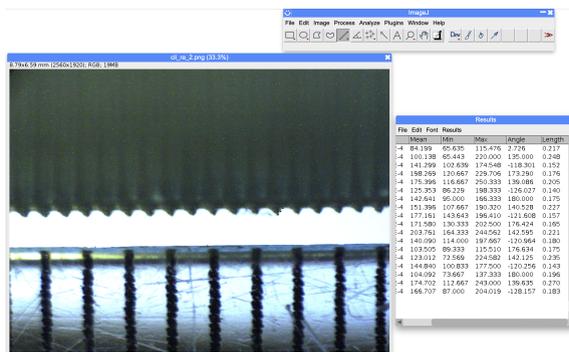


Figura 3.32: Misurazioni per punti 500 μm Trapezoidal

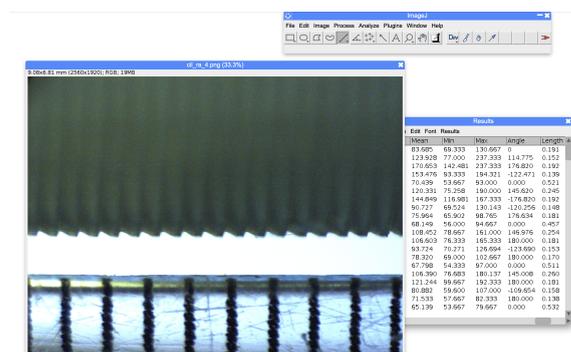


Figura 3.33: Misurazioni per punti 500 μm Square

3.2.3 Misurazioni fotocamera alta risoluzione

Per permettere di verificare la periodicit  delle riblets e misurare anche i cilindri di scala piccola, i campioni di taglia pi  grande sono stati rimisurati con la fotocamera ad alta risoluzione come di seguito e i cilindri 100 e 200 sono stati misurati per la prima volta.

La fotocamera ad alta risoluzione restituiva immagini in scala di grigi elaborabili con un tool di Matlab con cui   stato possibile ottenere le immagini in figura 3.34

Con il seguente codice

```

Editor - /Users/edoardomaestri/Documents/MATLAB/scalagrigi.m
taylor_graph.m x scalagrigi.m x +
1 % Importa l'immagine
2 img = imread('/Tesi/sperimentale/foto_fotocamera_alta_risoluzione/immagine.tif'); %nome e directory immagine da elaborare
3
4 % Calcola automaticamente i limiti di intensità con stretchlim
5 limits = stretchlim(img);
6
7 % Estende la scala di grigi in base ai limiti calcolati
8 img_extended = imadjust(img, limits, [0 1]);
9
10 % Mostra l'immagine originale e quella con la scala di grigi estesa
11 imshowpair(img, img_extended, 'montage');
12 title('Immagine Originale (sinistra) e Scala di Grigi Estesa (destra)');

```

Si riporta un solo esempio

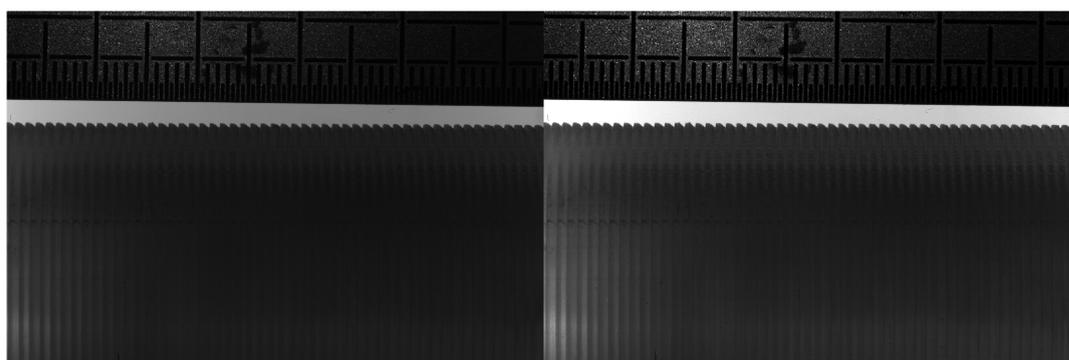


Figura 3.34: 1000 Square before/after Matlab tool

Seguono le misure prese dalle foto ampliate in Matlab, anche in questo caso effettuate in tripla verifica.

Le misure sono effettuate come in presenza con ImageJ. I dati ottenuti sono riportati nei paragrafi successivi e implementati nella definizione dei numeri adimensionali.

3.2.4 Misurazioni ottiche di secondo tentativo

Con il successivo arrivo dei campioni neri, si è optato per una terza soluzione di misura. Un microscopio ottico con uno spazio più ampio nel letto di misura, che permettesse una maggiore distanza focale e quindi un maggiore appiattimento ottico delle superfici naturalmente curve dei misurandi. Grazie a questo è stato possibile misurare la periodicità delle riblets dall'alto invece che dal profilo del cilindro.

Si è ottenuto quindi, per i provini pigmentati e per le geometrie 1000 e 500:

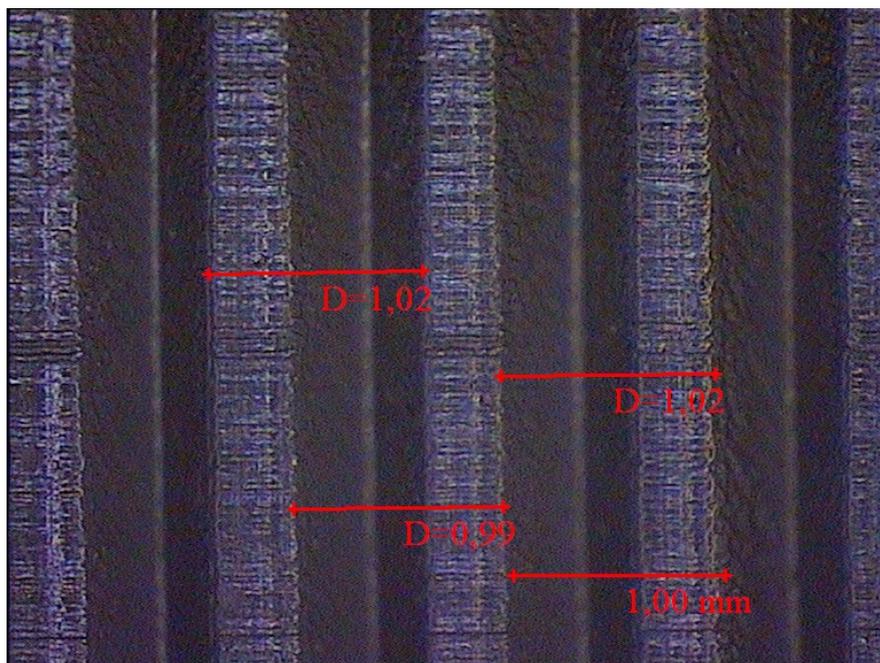


Figura 3.35: 1000 T

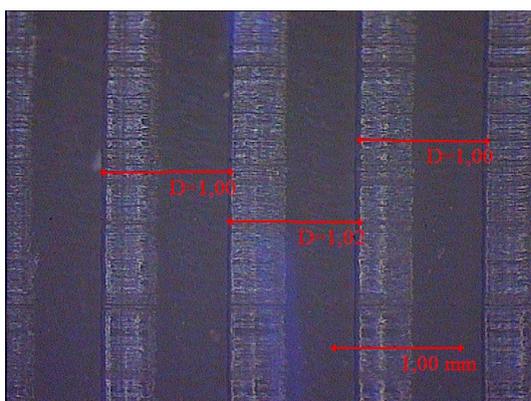


Figura 3.36: 1000 S

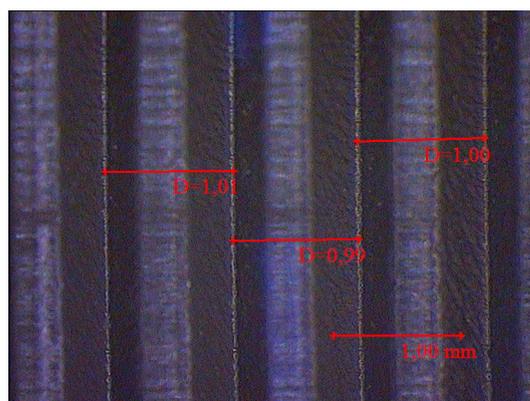


Figura 3.37: 1000 T

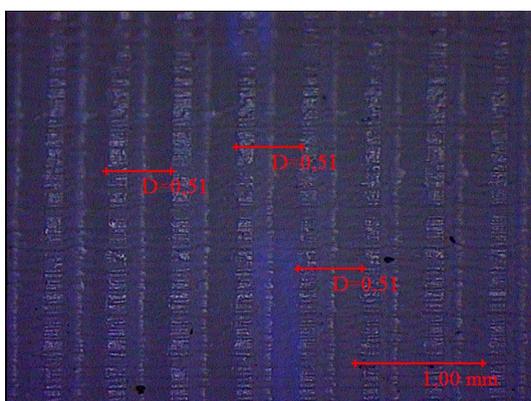


Figura 3.38: 500 S

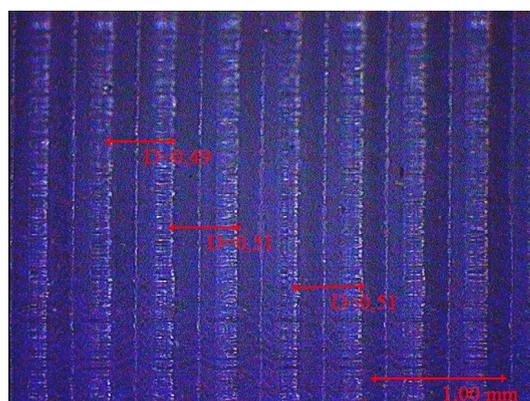


Figura 3.39: 500 T

3.2.5 Ricostruzione laser della superficie

Al fine di ottenere una superficie del modello ad elementi finiti più simile a quella realmente testata in laboratorio, i campioni non riflettenti (pigmentati di nero), sono stati sottoposti all'analisi a profilometro laser i cui parametri sono noti dal 3.1.5. Si effettuano poi le stesse procedure per tutti gli altri campioni, di seguito ne sono riportati solo alcuni.

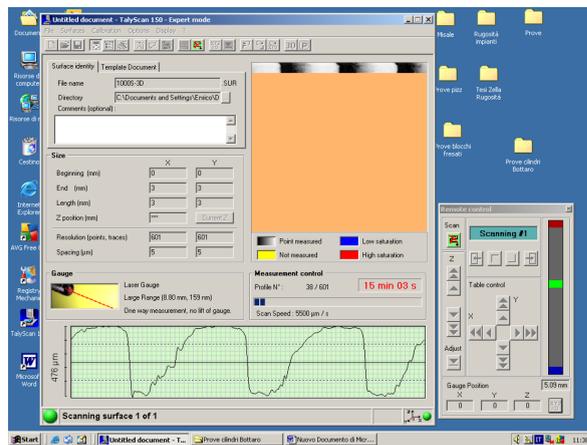


Figura 3.40: Immagine del Software Taylor Hubson per l'utilizzo del profilometro

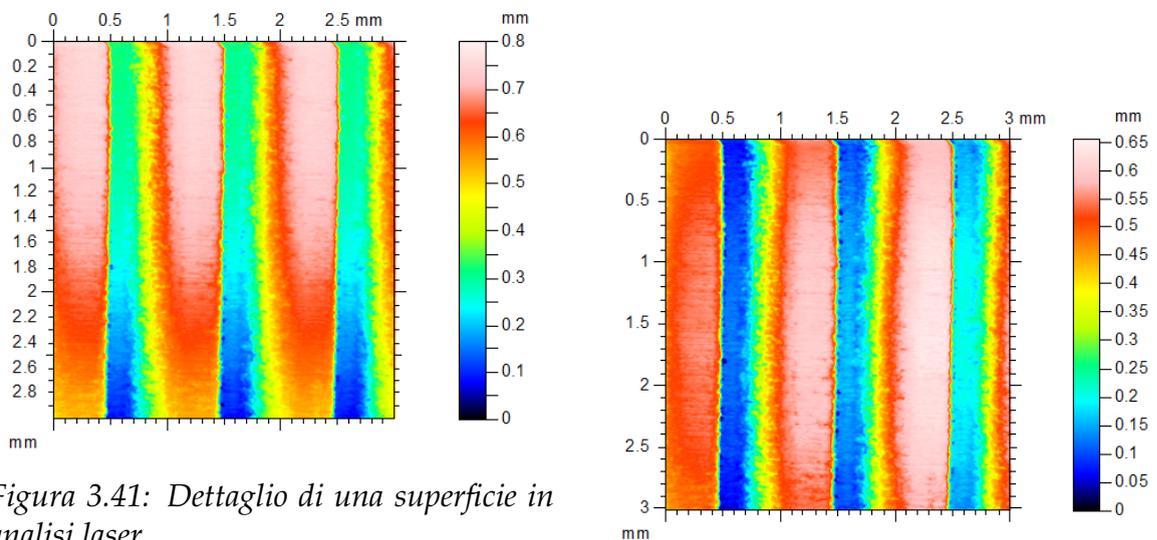


Figura 3.41: Dettaglio di una superficie in analisi laser

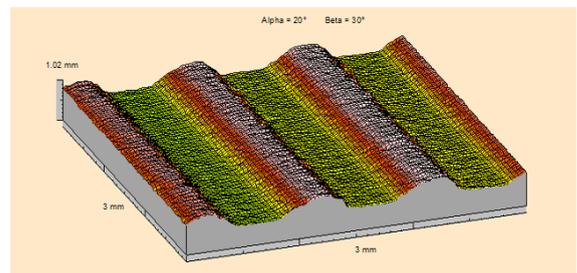
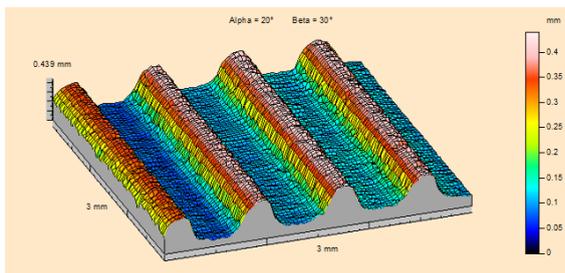
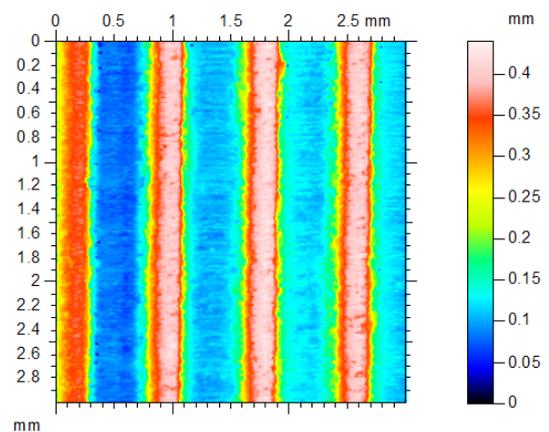
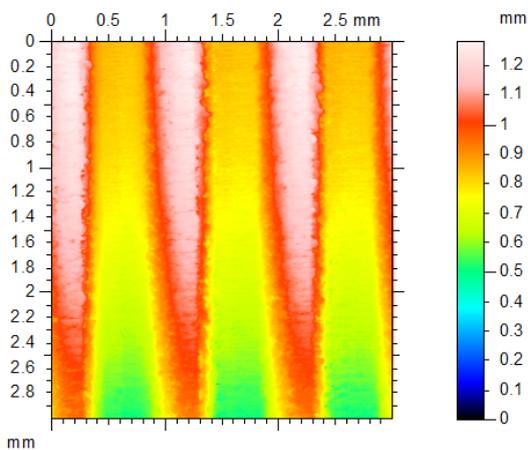


Figura 3.42: Ricostruzione 3D della superficie di un campione 800T

Figura 3.43: Ricostruzione 3D della superficie di un campione 1000T

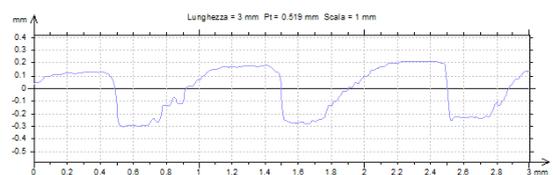
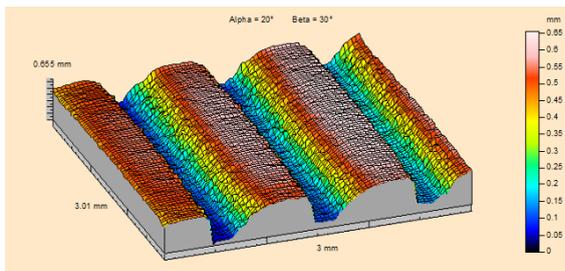


Figura 3.44: Ricostruzione 3D della superficie di un campione 1000S

Figura 3.45: Superficie media di un campione Square

3.2.6 Errori nella forma

Le misure ottiche hanno avuto lo scopo di verificare la distanza e l'altezza corretta delle riblets; la misurazione laser è stata utile per verificare la forma e quindi estrarre un modello ad elementi finiti più simile al reale implementato successivamente.

Si ricorda però che su decine di provini caratterizzati da centinaia di riblets micro-metriche sono da considerare anche i grossolani errori di stampa. Data la natura randomica e non ripetibile di questi errori, si è preferito non considerarli nella

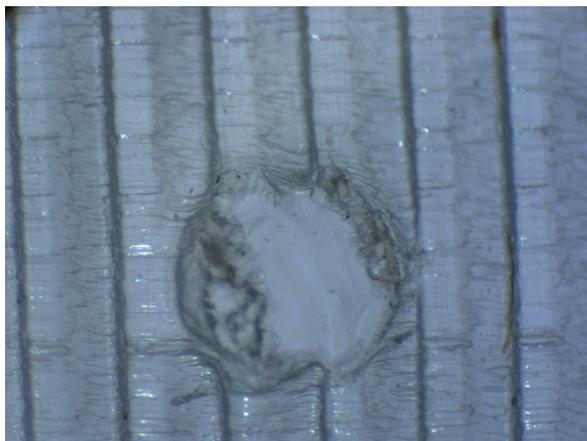


Figura 3.47: Base di uno dei supporti di stampa

creazione del modello reale a elementi finiti successivo e nelle variabili dei numeri adimensionali; tuttavia i dati emersi dalle prove sperimentali non possono che averne risentito, seppure in piccola parte.

Dopo lunghe campagne di osservazione a microscopio dei provini e dopo aver rimosso gli errori più grossolani e i resti dei supporti di stampa, alcuni errori come nella figura 3.46 sono rimasti.

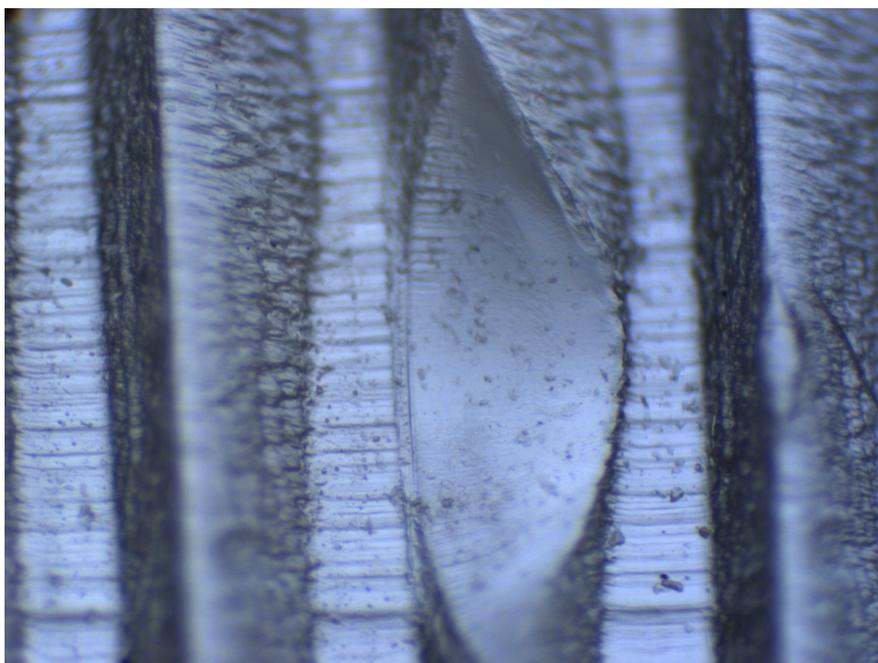


Figura 3.46: un vuoto per errore della stampante

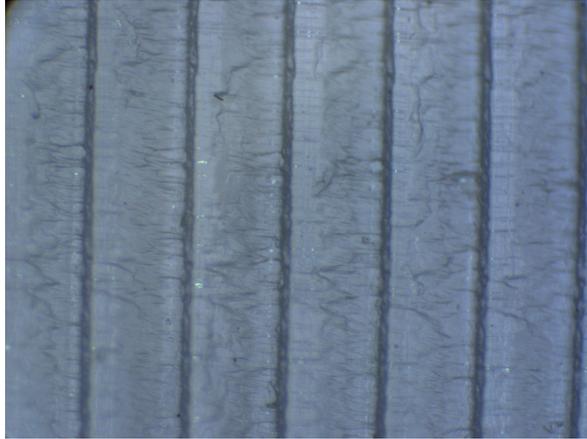


Figura 3.48: Alcune imperfezioni dovute ad una scorretta essiccazione localizzata della resina

4 Analisi dei dati sperimentali

Ciascuna prova è stata ripetuta un considerevole numero di volte, con un minimo di 5 prove per i campioni da subito meno promettenti e un minimo di 8 per quelli con risultati di più rilevante interesse.

Si noti che i dati mostrati inizialmente coinvolgono solo le geometrie 1000, 500, 200 e 100 μm ; per le altre, i dati ricavati sono stati trattati allo stesso modo, ma omessi in questo testo per questioni di spazio. Per le analisi ancora successive verranno trattate solo le geometrie rivelatesi più efficienti, con particolare focus sui campioni 1000 e 800, ma ogni misurazione sperimentale e successiva analisi dei dati è stata condotta in modo uniforme per tutti i campioni.

Il reometro mostra in uscita il rapporto *Torque/Speed*, da cui si può immediatamente notare che ogni geometria di ogni tipo di riblets ha ottenuto, seppur in intensità diverse, la posticipazione della comparsa della prima transizione (Si veda, per esempio, grafico 4.1). Ogni instabilità in un moto alla Taylor Couette è caratterizzata da una derivata costante nel grafico *Torque/Speed* per cui è facilmente deducibile dal grafico sulla base dei cambi di pendenza. Per avere una prova anche visiva reale del cambiamento del tipo di moto nel fluido si rimanda al capitolo successivo.

Si rivelano più efficienti le geometrie square su grande scala, mentre su piccola non ha differenza la geometria, ma la sola presenza di una riblet.

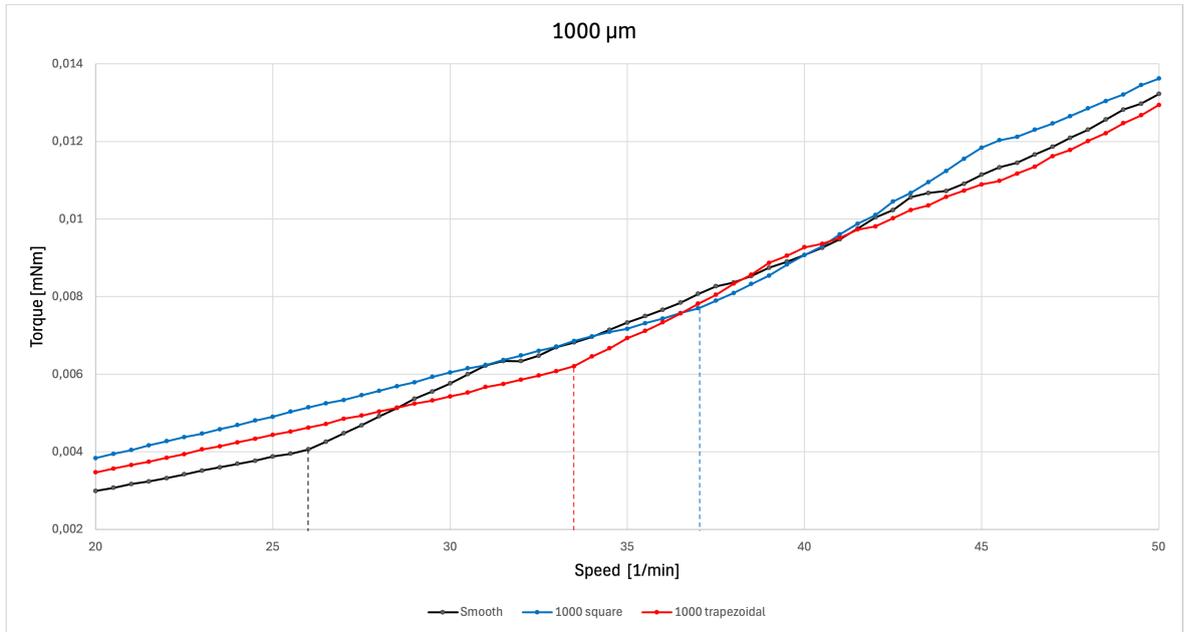


Figura 4.1: Rapporto Torque/Speed di geometria 1000 con evidenziazione della comparsa della prima transizione

Per le geometrie più piccole (qui mostrate 200 e 100 μm , si nota che la posticipazione, per quanto esistente, non è differenziata tra geometrie di tipo Square e Trapezoidal.

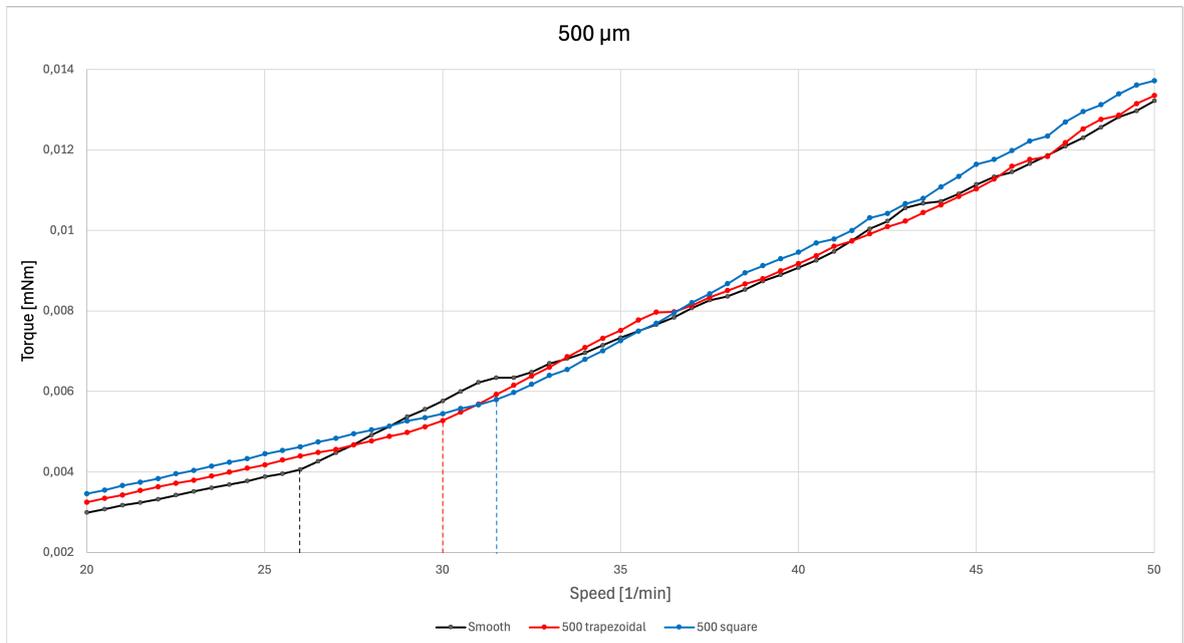


Figura 4.2: Rapporto Torque/Speed di geometria 500 con evidenziazione della comparsa della prima transizione

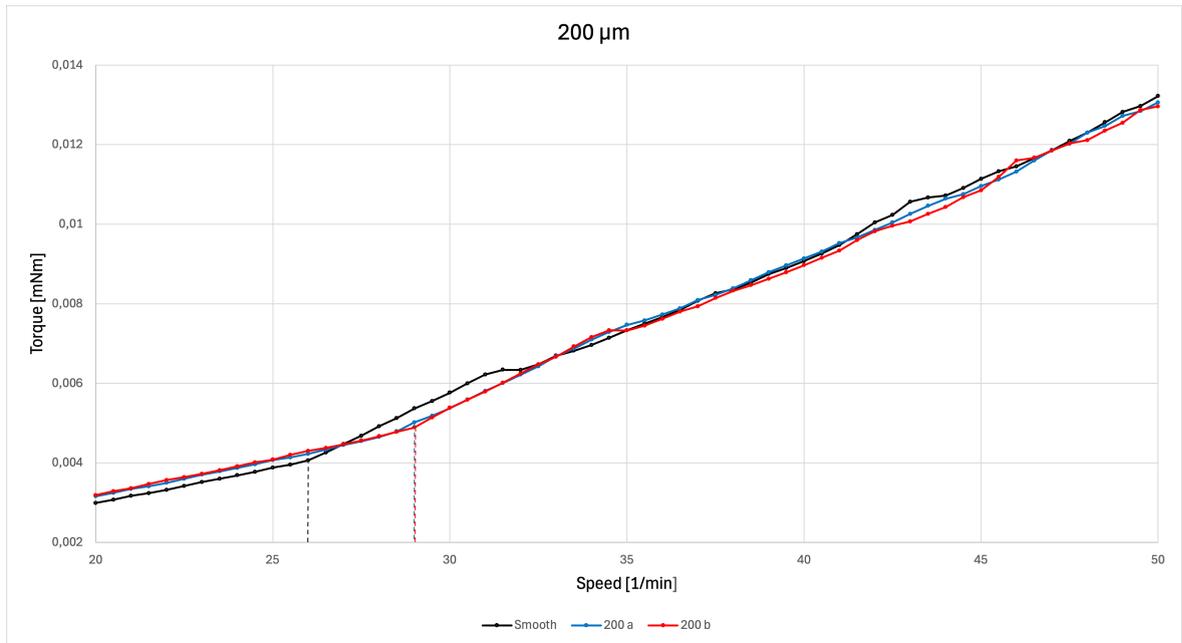


Figura 4.3: Rapporto Torque/Speed di geometria 200 con evidenziazione della comparsa della prima transizione

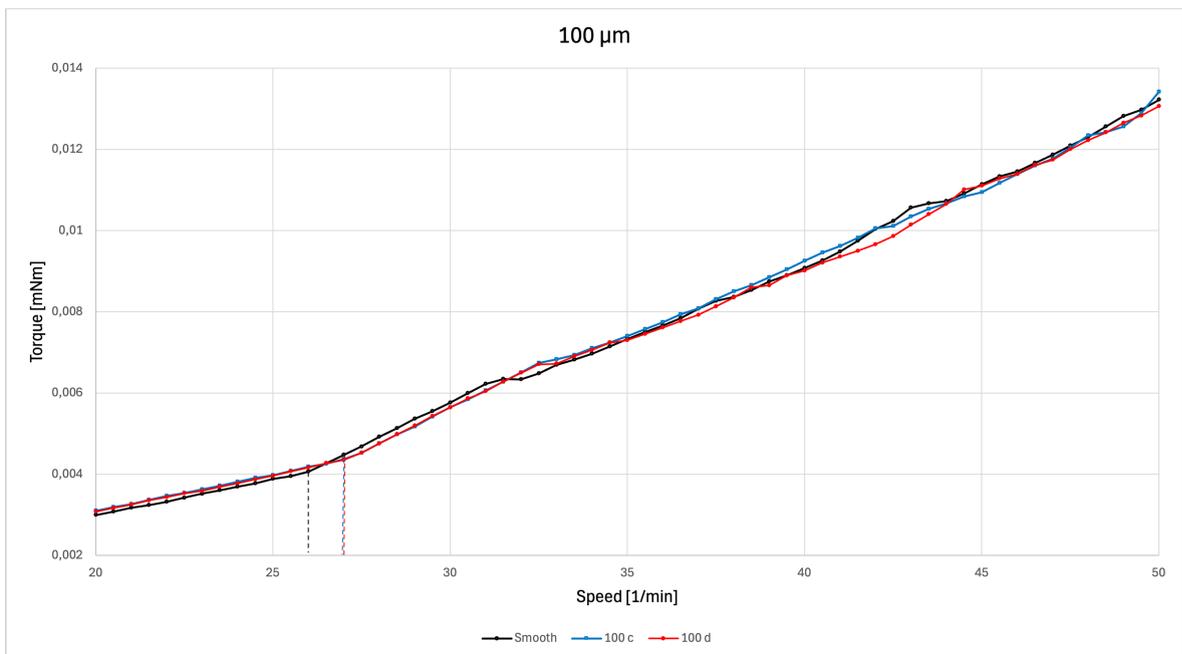


Figura 4.4: Rapporto Torque/Speed di geometria 100 con evidenziazione della comparsa della prima transizione

I dati vengono poi espressi con i numeri adimensionali C_t (3.1), T_a (3.2) e successivamente anche con Re (3.3) Da questi grafici sarà possibile dedurre i valori sperimentale del λ_x precedentemente ricavati nella teoria e riassunti in tabella 5.1.

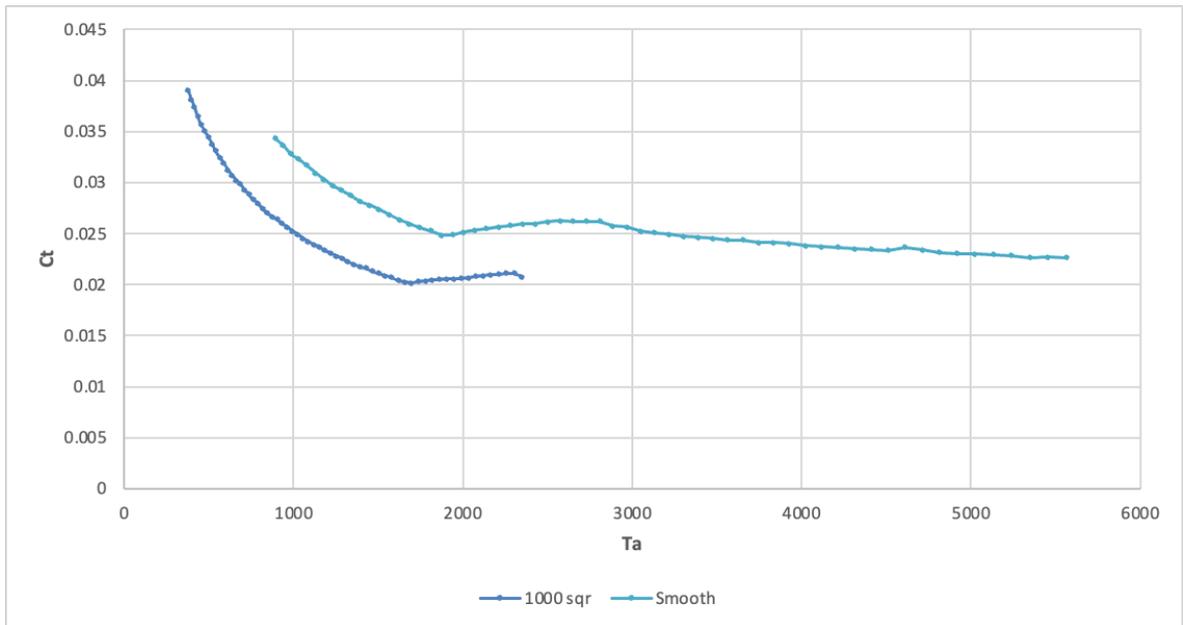


Figura 4.5: 1000 μm Square a confronto con uno Smooth in una scala adimensionalizzata

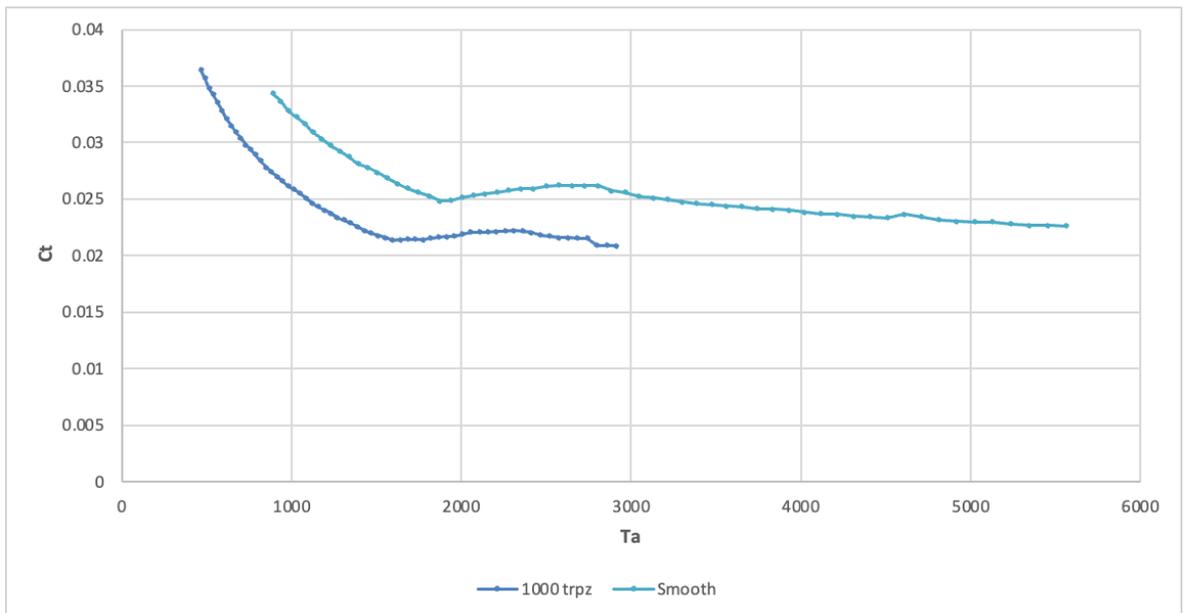


Figura 4.6: 1000 μm Trapezoidal a confronto con uno Smooth in una scala adimensionalizzata

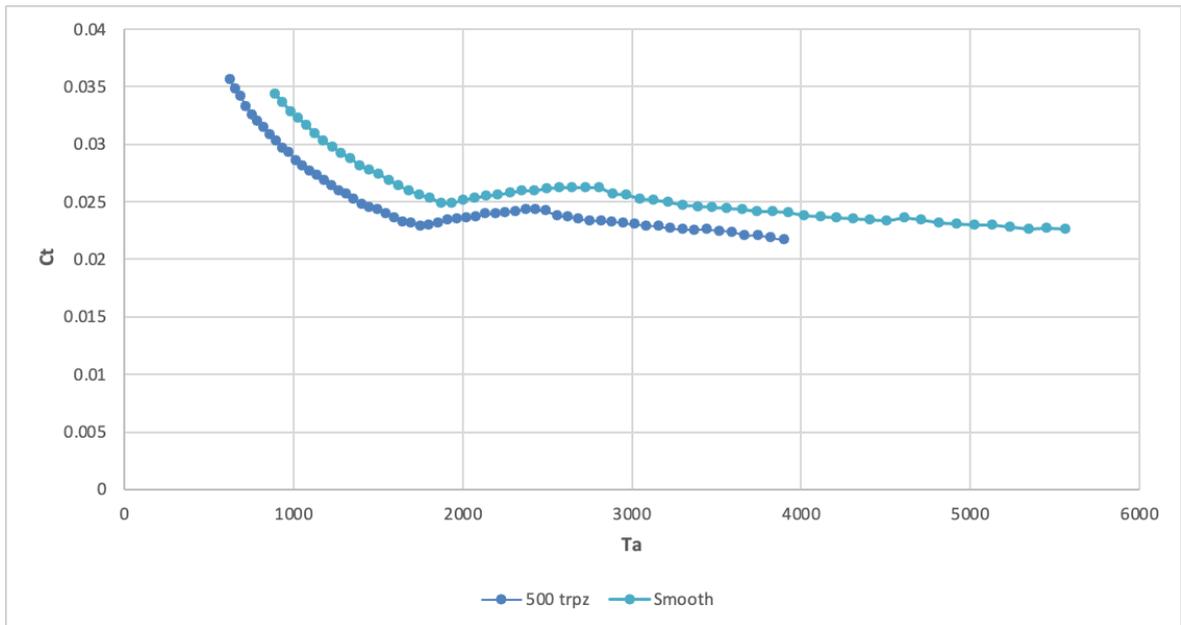


Figura 4.7: 500 μm Trapezoidal a confronto con uno Smooth in una scala adimensionalizzata

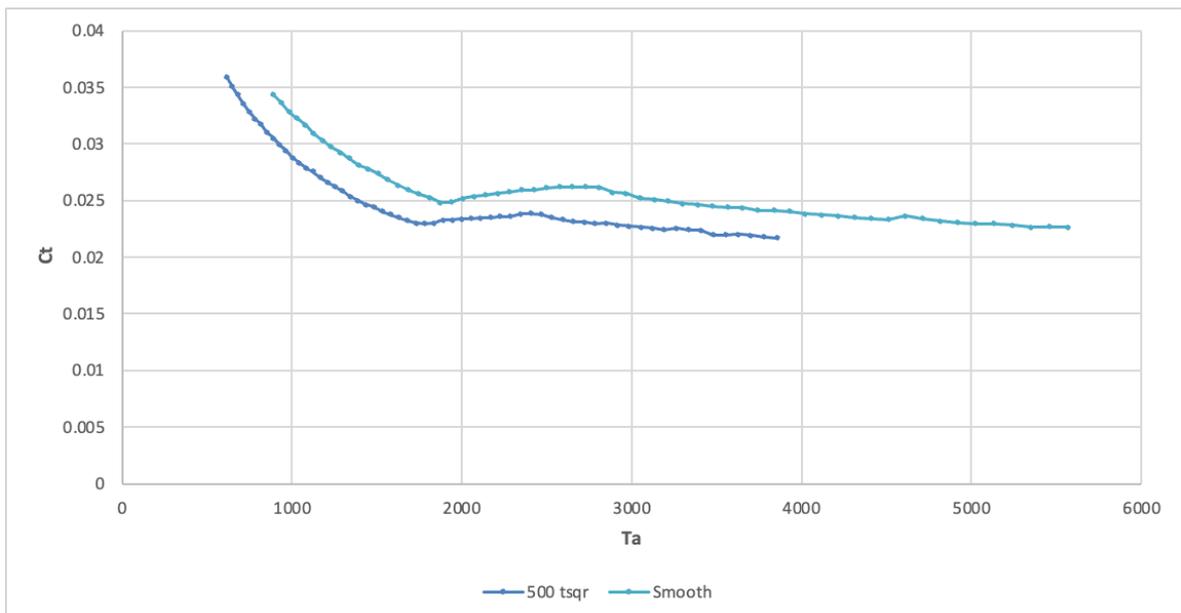


Figura 4.8: 500 μm Square a confronto con uno Smooth in una scala adimensionalizzata

Sarà ora possibile inserire i valori di λ in modo che la geometria smooth e quella lavorata abbiano una sovrapposizione almeno fino alla comparsa della prima transizione. Se questo si verifica, si può concludere di aver trovato un valore di λ che renda effettivamente indistinguibili una superficie a riblets e una virtuale liscia. Questa geometria liscia avrà dimensioni diverse a seconda del tipo di riblets e della sua dimensione.

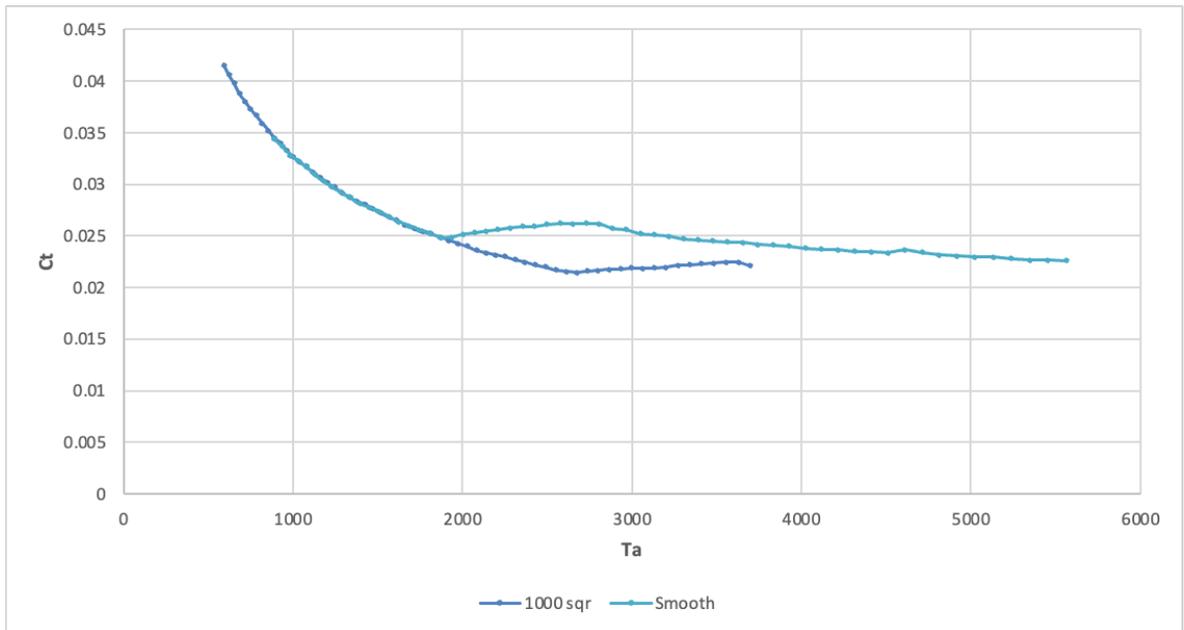


Figura 4.9: 1000 μm Square a confronto con uno Smooth in una scala adimensionalizzata corretta con $\lambda_x = 0.29$

Se Ct e Ta sono calcolati per la geometria 1000 square con il valore di lambda 0.29, si ha il collasso come nella figura 4.9.

Per la trapezoidal 1000 si ottiene la 4.10 per lambda di 0.26.

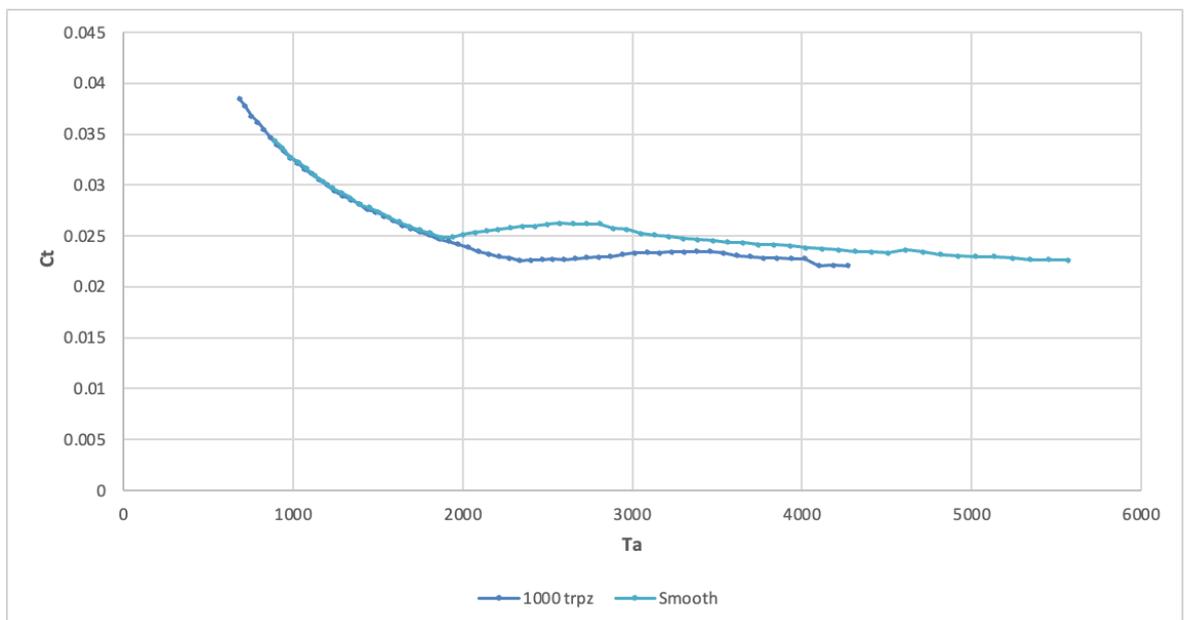


Figura 4.10: 1000 μm Square a confronto con uno Smooth in una scala adimensionalizzata corretta con $\lambda_x = 0.26$

Un analogo è stato svolto per tutte le altre dimensioni e geometrie e i risultati *dimensionali* sono riassunti in tabella 4.1.

Geometria	Lambda dimensionale [mm]
1000sqr	0.29
1000trz	0.26
500trpz	0.149
500sqr	0.14

Tabella 4.1: Valori *dimensionali* associati alle configurazioni del λ_x

Risulta molto interessante il paragone tra i dati del lambda per le geometrie 1000 e 500: Si ha dalla 4.1 che i valori del lambda per un 1000 sono circa il doppio di quelli per un trapezoidal.

Come risulta evidente dal confronto con i valori del Lambda adimensionalizzati, i dati sperimentali non coincidono con quelli teorici (Già espressi in tab 2.2). Nello specifico, per il caso 1000 square, che rappresenta il caso in cui teoria e sperimentazioni restituiscono i dati più distanti, si ha un errore di un ordine di grandezza.

Si possono ipotizzare allora diverse cause. In primis si sospetta che le variazioni dimensionali nella geometria dei campioni rispetto ai modelli ideali possano aver influito più del previsto nella formazione dei vortici di instabilità. In secundis, si ripensa alla semplificazione iniziale in cui si era considerata l'acqua con costanti ideali invece di reali di laboratorio. Entrambi i casi possono aver influito nel matching tra i risultati teorici e sperimentali, si procede allora con un'analisi delle grandezze termodinamiche del fluido reale e con il ricalcolo del modello teorico sulla base della geometria più aderente possibile al reale. Ancora una volta si ricorda che i dati raccolti sono un considerevole numero per diversi tentativi, ma che per necessità si sceglie di mostrare solo i più significativi.

4.1 Rilevanza numerica delle misurazioni e degli errori

Tutti i dati raccolti dai metodi di misura precedenti sono stati inseriti in un unico foglio Excel, sul quale sono state anche aggiunte le misurazioni termiche del fluido tramite termocoppia e i risultati in termini di coppia al variare della velocità angolare forniti dal reometro.

Vengono quindi necessariamente rimosse alcune semplificazioni che, seppur apparentemente trascurabili, a queste scale si sono rivelate estremamente considerevoli per la ricerca del λ .

Si noti che i dati mostrati di seguito coinvolgono solo il cilindro smooth ma che anche solo la variazione del provino di riferimento si è rivelata sufficiente per comprendere la rilevanza delle variazioni teorico-sperimentali.

Poichè è scopo dimostrare che esista un range dato dagli errori dimensionali dei valori di λ in cui sono contenuti sia i valori teorici sia sperimentali, il minimo dato solo dalla variazione di smooth si può considerare come miglior caso possibile tra quelli analizzabili.

A separare il caso ideale da quello di laboratorio sono essenzialmente variabili racchiudibili in due aree: *variabili di tipo geometrico*, che mostrano un margine tra il CAD e il provino testato, e le *variabili legate alla temperatura* del laboratorio e dell'acqua impiegata per condurre gli esperimenti.

Nonostante si sia impiegata la tecnica di stampa per stereolitografia, nota per la sua precisione, e l'ambiente di test fosse a temperatura controllata e oscillasse solo tra pochi gradi di differenza, il test si è rivelato sensibile anche a così piccole variazioni.

Si noti d'ora in avanti i provini di laboratorio come *ideali* se associati a numeri adimensionali con semplificazioni (geometrie come da CAD e temperatura fissa a 20° Celsius) e *reali* se associati a grandezze effettivamente misurate.

Si dimostrerà che anche solo il considerare lo smooth termicamente o solo geometricamente reale e il resto dei provini ideali termicamente e geometricamente, porterà ad un range possibile di lambda sufficiente da includere il dato teorico e quello sperimentale.

4.1.1 Variazioni dimensionali

In primis le misurazioni dirette sui campioni con le tecniche viste in precedenza hanno evidenziato relativi problemi di eccentricità e variazioni di altezze dei profili, rendendo impossibile mantenere l'ipotesi dimensionale del progetto originario a CAD.

Dalle misurazioni tabulate, sono stati estratti i casi più estremi possibili, alla ricerca di un range dimensionale in cui i provini sono stati realizzati per definire il massimo e il minimo possibili del caso reale.

Tabella 4.2: 1000 sq

Geometria	mm
2Ri (min)	37,85
2Ri	37,95
2Ri	37,84
2Ri	37,94
2Ri	37,90
2Ri (max)	38,04
Media 2Ri	37,92
Ri	18,96

Tabella 4.3: 1000 trpz

Geometria	mm
2Ri (max)	37,81
2Ri (min)	37,51
2Ri	37,6
2Ri	37,85
2Ri	37,56
2Ri	37,61
Media 2Ri	37,66
Ri	18,83

Tabella 4.4: 500 sq

Geometria	mm
	37,48 (max)
	37,31
	37,13 (min)
	37,19
	37,16
	37,43
	37,28
Media	18,6417

Tabella 4.5: 500 trpz

Geometria	mm
	37,19
	37,22
	37,42 (max)
	37,40
	37,23
	37,14 (min)
	37,27
Media	18,6333

Tabella 4.6: Smooth

Geometria	mm
	36,84
	36,68
	36,55 (min)
	36,64
	36,95 (max)
	36,71
	36,73
Media	18,3642

Si omettono i dati ottenuti dalle misurazioni delle geometrie inferiori per questioni di spazio

Misurando in diversi punti anche le altezze dei provini si ottengono

Tabella 4.7: H 1000sqr

mm
59,83 (min)
59,90
59,98 (max)
59,85
Media: 59,89

Tabella 4.8: H 1000trpz

mm
60,29 (max)
60,24
60,22 (min)
60,25
60,25

Tabella 4.9: H 500sqr

mm
60,15 (min)
60,18
60,25 (max)
60,24
60,205

Tabella 4.10: H 500trpz

mm
60,26 (max)
60,23 (min)
60,26
60,25
60,25

Tabella 4.11: H smooth

mm
60,00
59,90
59,83
59,96
Media: 59,9225

Per i cilindri neri, misurati a profilometro laser, si sono ottenute:

Tabella 4.12: Diametri misurati al lasera per i cilindri neri

1000S	1000T	800S	800T	400S	400T
37,84	37,82	37,66	37,73	37,53	37,34
37,76	37,93	37,39	37,65	37,59	37,461
37,88	37,98	37,51	37,66	37,31	37,471
38,02	37,83	37,65	37,78	37,48	37,341
38,15	37,83	37,42	37,65	37,35	37,32
38,9	37,84	37,71	37,7	37,4	37,34
37,86	37,93	37,91	37,64	36,55	37,48
37,72	37,98	37,9	37,71	37,39	37,44

Si riporta più schematicamente anche quanto ottenuto per le altezze dei cilindri neri.

Tabella 4.13: Cilindro Nero 1000T

mm
59,30
59,80
59,71
59,57

Tabella 4.14: Cilindro Nero 1000S

mm
59,88
59,94
59,97
59,87

Tabella 4.15: Cilindro Nero 800T

mm
59,90
59,73
59,62
59,76

Tabella 4.16: Cilindro Nero 800S

mm
59,62
59,67
60,14
59,95

Tabella 4.17: Cilindro Nero 400T

mm
59,64
59,78
59,96
59,88

Tabella 4.18: Cilindro Nero 400S

mm
59,53
59,76
60,00
60,02

Tabella 4.19: Cilindro Esterno in Plexiglass

	Descrizione	Valore (mm)
	2(R0+spessore)	45,16
		44,96 (min)
		45,12
		45,22
		45,08
		45,05
Massimo		45,07
		45,23 (max)
Minimo		45,16
		45,03
	Media	45,108
	R0+spessore	22,554
	Spessore	1,917
	R0	20,63700

Noti questi valori dimensionali reali, nota una evidente differenza tra moda, media e mediana, è corretto dire che il caso analizzato fino a questo punto, e cioè numeri adimensionali contenti le misure ideali da CAD, non costituisca una buona approssimazione del caso sperimentale.

A fine solo visivo, non costituendo un caso reale, è possibile plottare i grafici con il caso min e max possibili delle geometrie misurate nello smooth. Da questo si potrà capire quanto anche una piccola variazione di raggi o posizione dell'asse di rotazione possa influire sulla posizione del grafico, e quindi direttamente sul valore corretto del λ .

Viene di seguito analizzato il comportamento di una prova a cilindro liscio per Ta con geometrie massime/minime (R_0, d, R_{eff} dai punti di massimo/minimo delle tabelle precedenti) e C_T con geometrie massime/minime (R_{eff} dai punti di massimo/minimo delle tabelle precedenti).

Si noti che a caratterizzare il massimo geometrico sarebbe stata anche la variazione dei massimi di H, tuttavia questo dato si è dimostrato di valore trascurabile, poichè il numero di riblets non varia a seconda del punto in cui si misura l'altezza.

Omettendo allora H, si può ricavare la 4.11

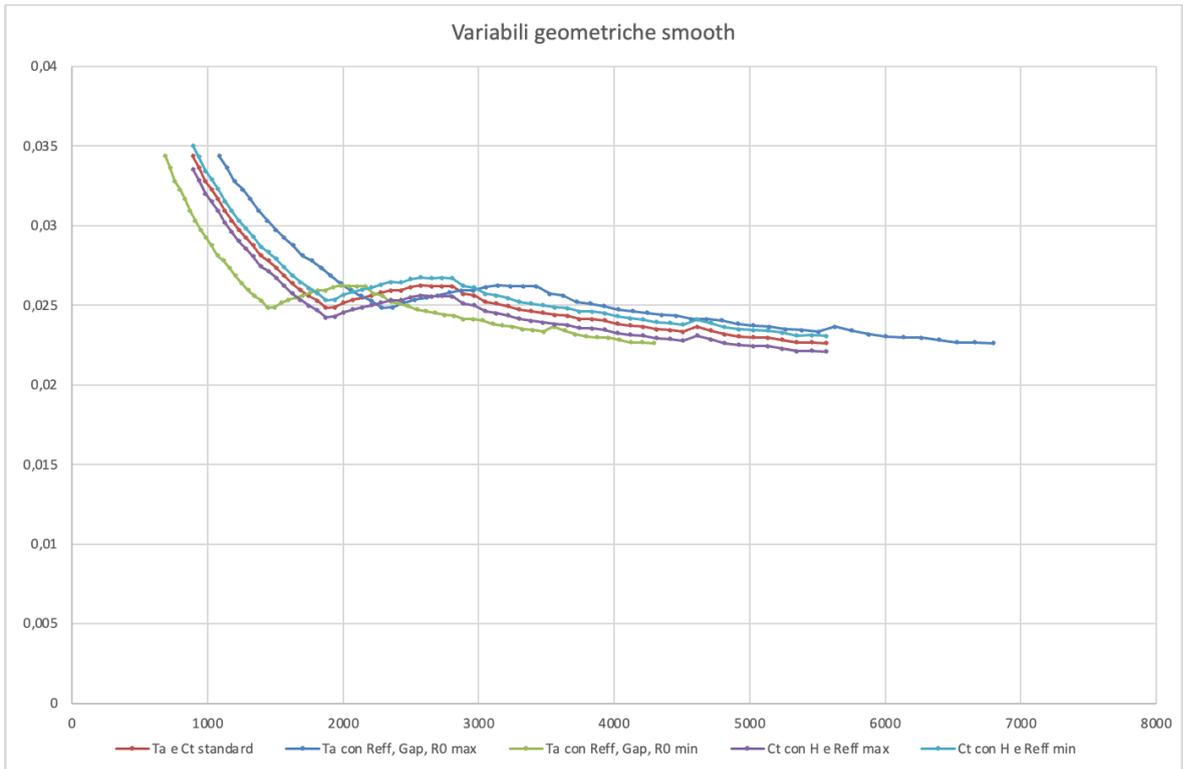


Figura 4.11: Andamento variazioni geometriche su un campione smooth

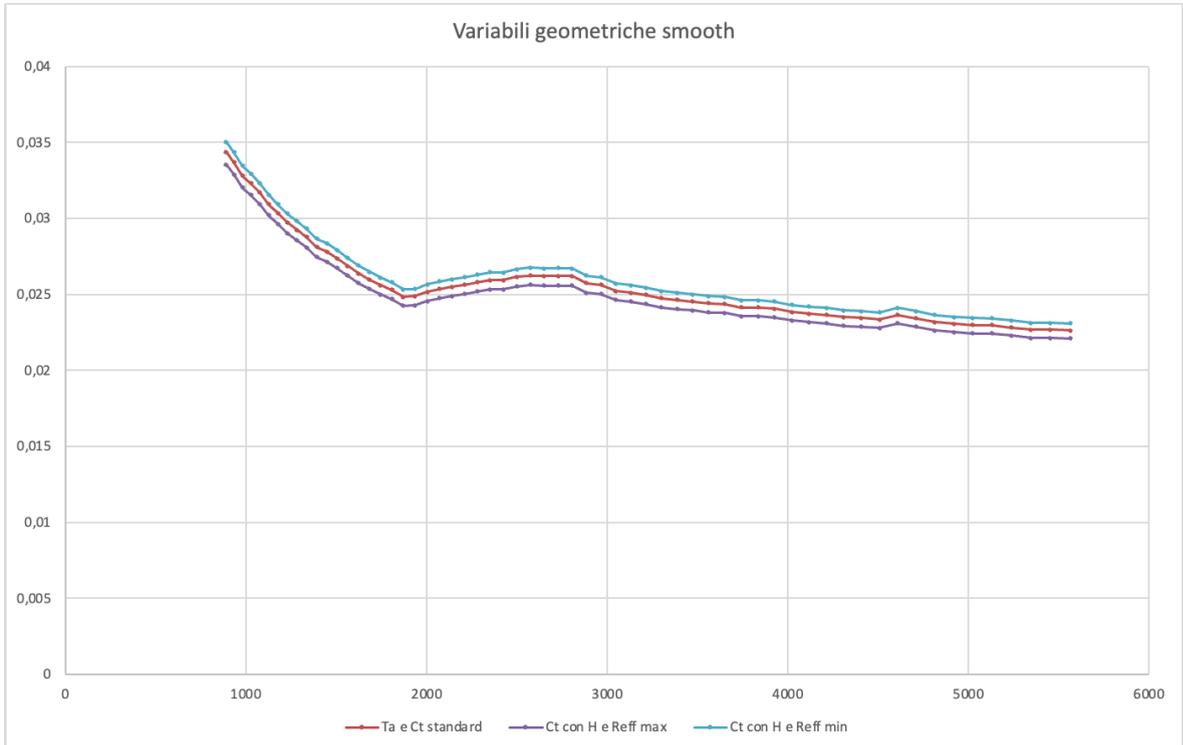


Figura 4.12: Variazioni geometriche del solo C_T

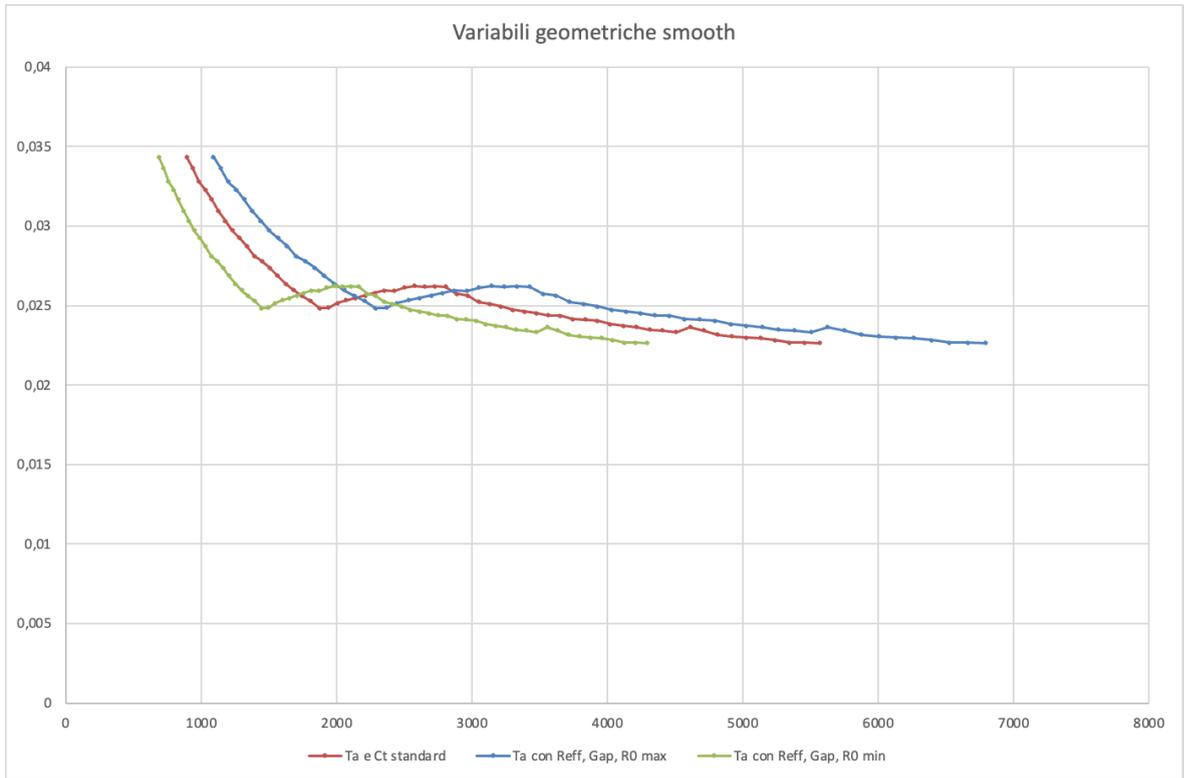


Figura 4.13: Variazioni geometriche del solo Ta

Confrontando questo campo di variazione con un 1000T a $\lambda = 0$

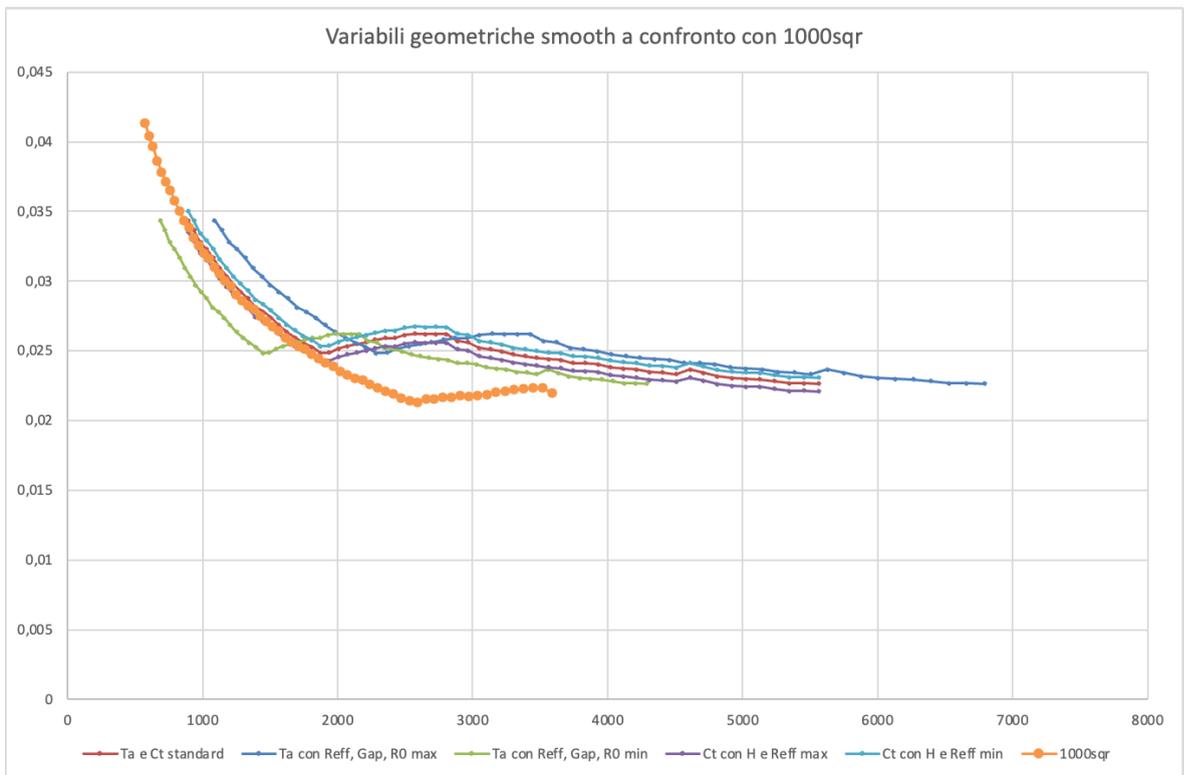


Figura 4.14: Confronto tra smooth variazione geometrica e un 1000T ideale

Questa considerazione, come detto applicata solo al cilindro liscio reale ma tenendo il caso ideale per il cilindro lavorato, sarebbe da sola sufficiente a dimostrare che il lambda teorico e quello sperimentale rientrano in un campo di variabilità per errori geometrici. A questo si deve però aggiornare il rispettivo range di variazioni anche del profilo riblets e le successive considerazioni degli errori termici, avvalorando l'ipotesi per cui i due valori di lambda distinti siano legati a piccolissime imprecisioni della realtà sperimentale.

4.1.2 Variazioni termiche

In secundis, anche le assunzioni di semplificazione nel valore di viscosità cinematica e densità del fluido devono essere adattate per un corretto paragone tra caso teorico e caso sperimentale.

Se in precedenza C_t e T_a consideravano ν e ρ come nella (4.1), ora vengono considerate le variazioni dal caso più freddo al caso più caldo mai misurati a termocoppia, come in tabella 4.15 per la viscosità e 4.16 per la densità.

Questo caso si potrà poi unire ai precedenti casi di variazioni geometriche, ottenendo il range finale massimo di errore.

$$\nu = 1\text{mm}^2/\text{s} \quad \rho = 10^{-6}\text{Kg}/\text{mm}^3 \quad (4.1)$$

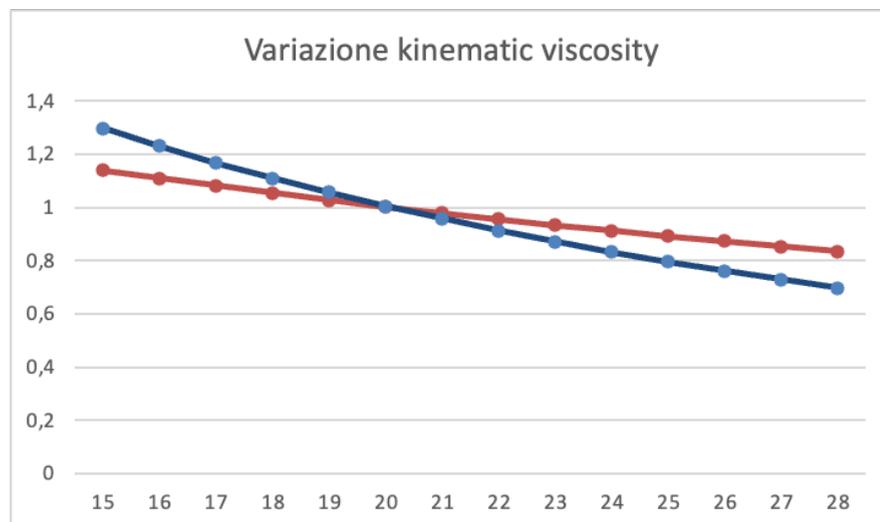


Figura 4.15: Plot della variazione di Kinematic Viscosity (in rosso) e del suo quadrato (In blu)

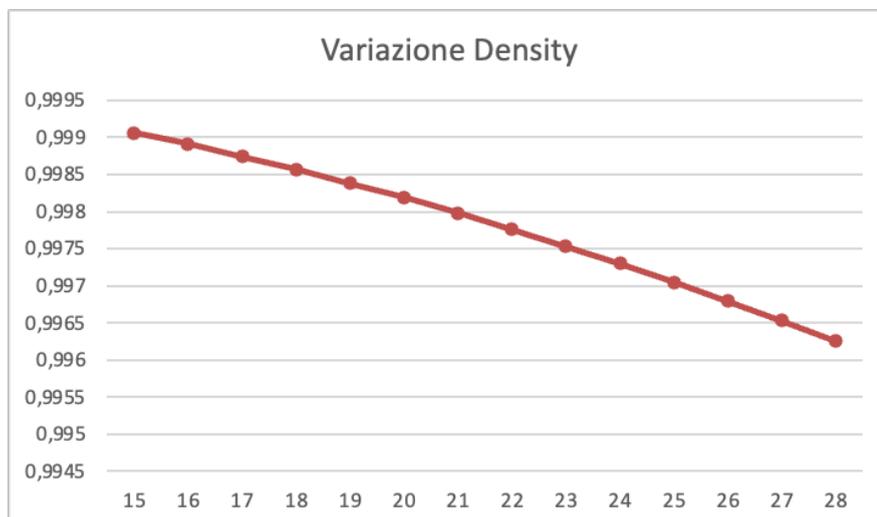


Figura 4.16: *Variazione di densità dell'acqua nel range di temperatura considerato*

Considerando nuovamente il caso di geometrie ideali, è possibile inserire questi nuovi valori di ν e ρ all'interno dei numeri adimensionali di riferimento. Si otterrà quindi un caso reale per le grandezze legate alla temperatura e ideale per quelle legate alla geometria, cioè ancora una volta una situazione reale solo per alcune variabili, sufficiente tuttavia ad avvalorare l'esistenza di una sufficiente variabilità di λ che contenga sia il valore sperimentale sia il valore teorico.

Ancora una volta si riportano solo i casi più estremi e solo per la geometria smooth, ma si ricorda che applicando questo a tutti i provini si ottiene un range di variazione ancora più ampio.

Si conclude che la reale variazione è data dal cambiamento della viscosità più che da quello di densità dell'acqua.

Si può ora procedere come in precedenza per il caso geometrico e confrontare lo smooth reale e un 1000 ideale.

Per uno scopo dimostrativo si possono unire i modelli di errore termici e geometrici in un unico caso che comprenda la variazione completa dal peggiore al migliore caso possibile.

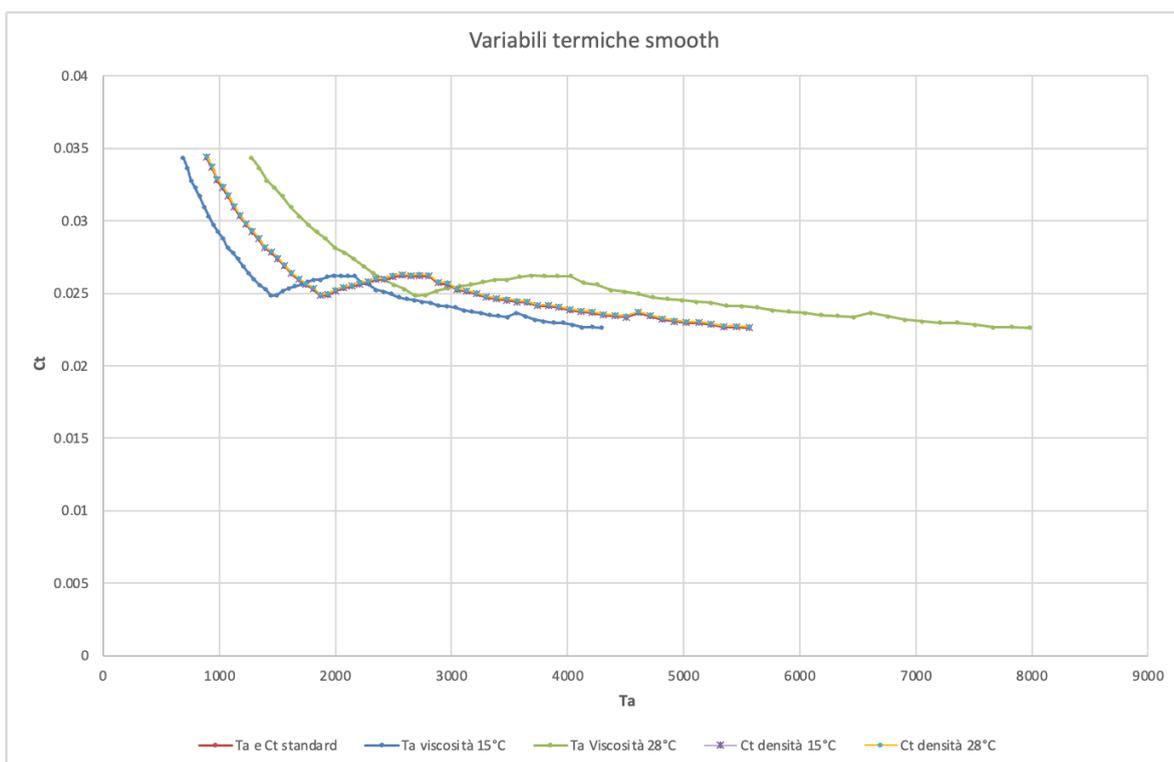


Figura 4.17: Variazioni legate a grandezze termiche di un campione Smooth

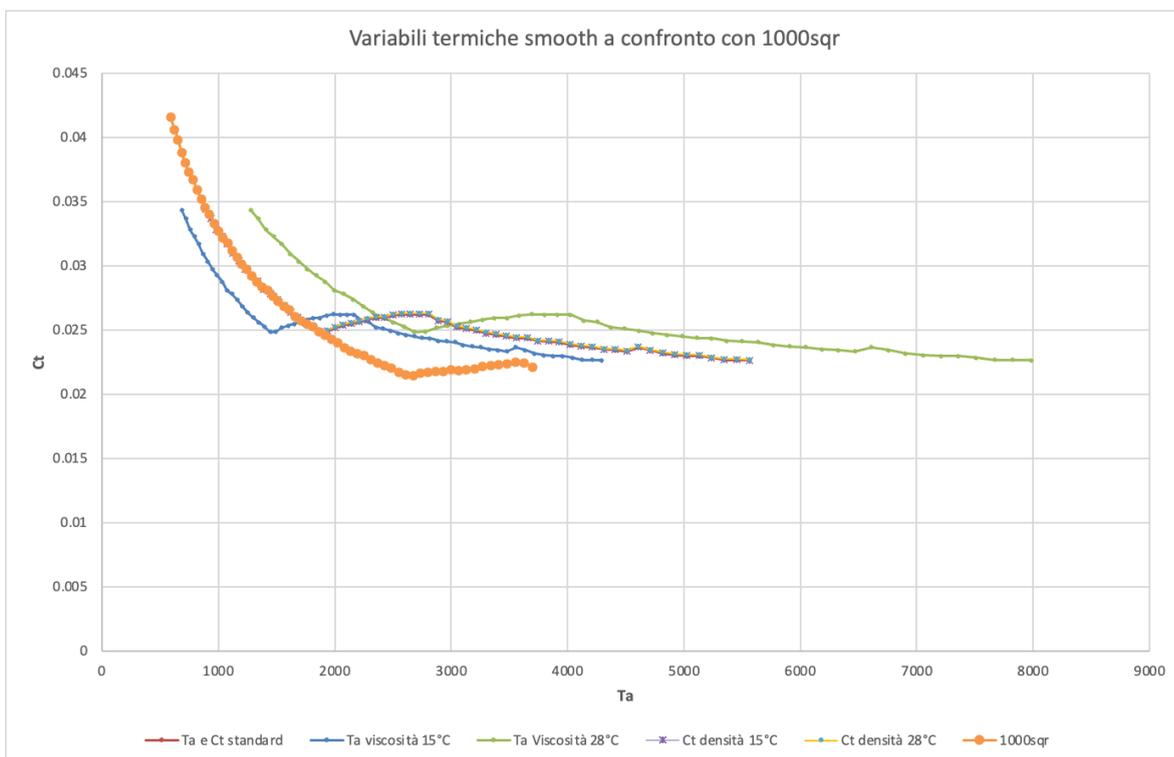


Figura 4.18: Variazioni termiche di un campione Smooth a confronto con un 1000S assunto a viscosità unitaria

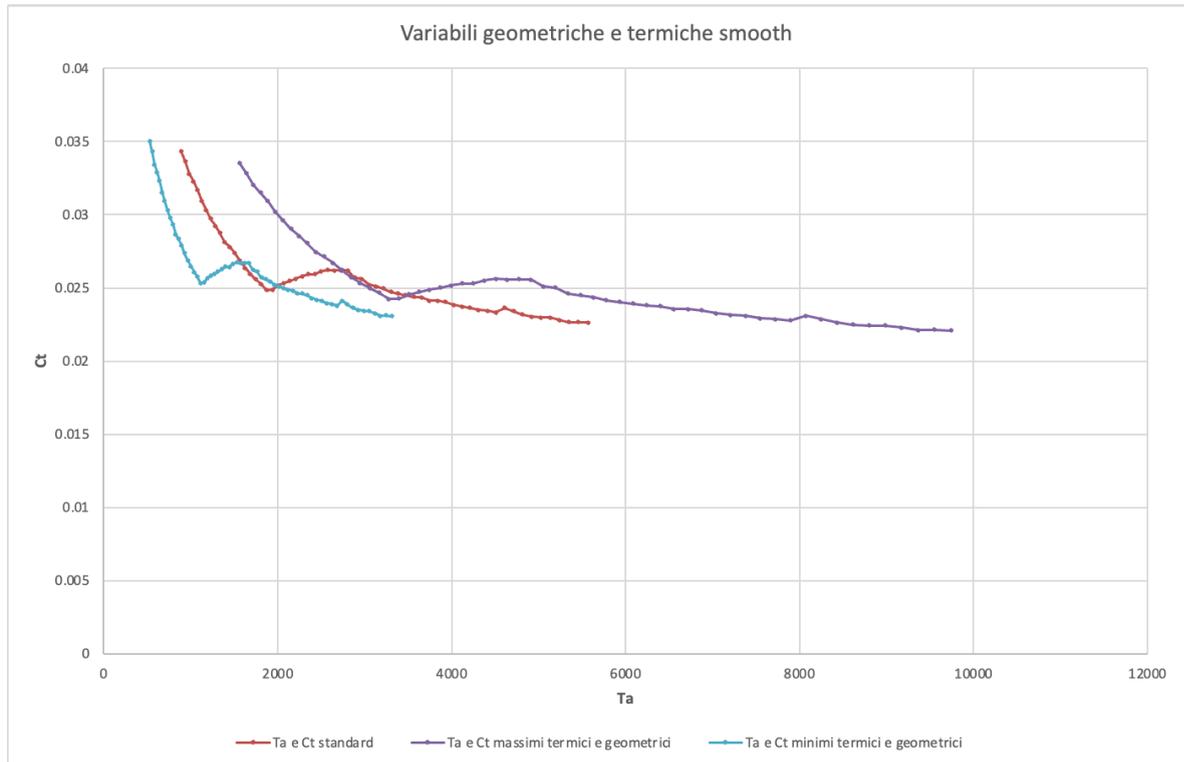


Figura 4.19: Range completo di tutte le variazioni di un campione Smooth

4.2 Correzione del modello matematico

Come evidenziato dai paragrafi precedenti, le misurazioni di laboratorio risentono molto di piccole variazioni nel campo termico e geometrico dei provini.

Non potendo escludere completamente questa dipendenza nel mondo reale, si può avvicinare il modello matematico alla geometria reale adattando il codice Free-FEM e ridurre la dipendenza dalle variabili termiche adattando come numero adimensionale Re invece di Ta , che dipenderebbe da ν solo al primo grado.

Noto $Re = \frac{VD}{\nu}$, si potranno disegnare

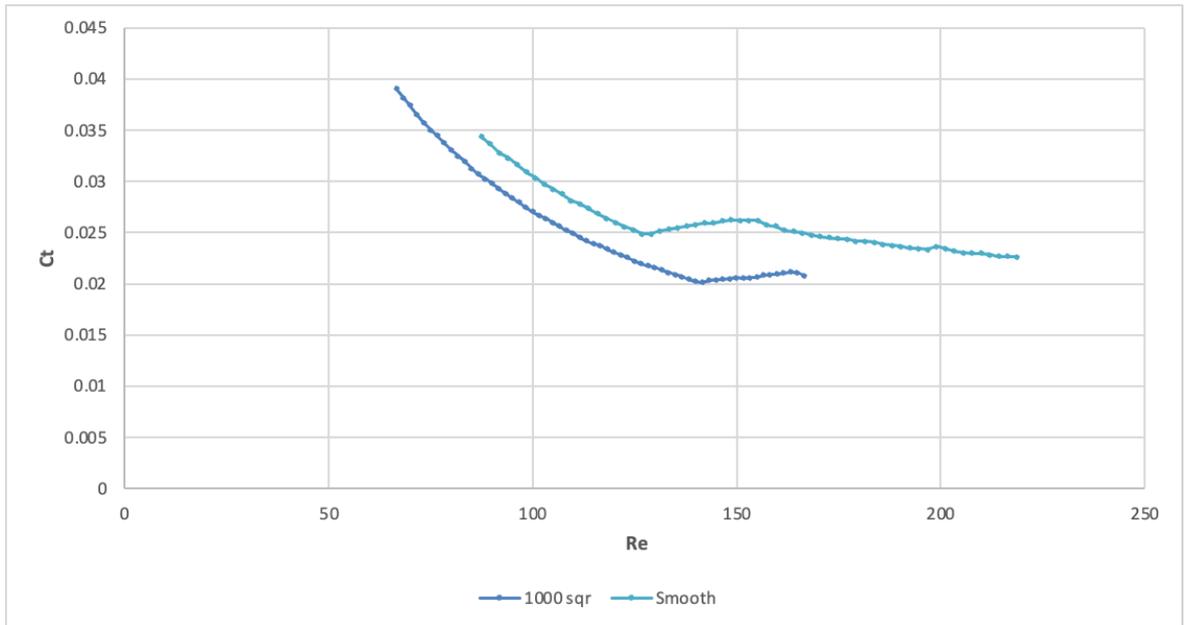


Figura 4.20: lambda 0

Per il caso 500 si riduce ancora più significativamente l'errore rispetto al caso teorico, poiché, ad esempio nel caso trapezoidal, i grafici collassano a $\lambda_x = 0.1$ anziché 0.26 (sperimentale con Ta), ricordando che il dato teorico è 0.17.

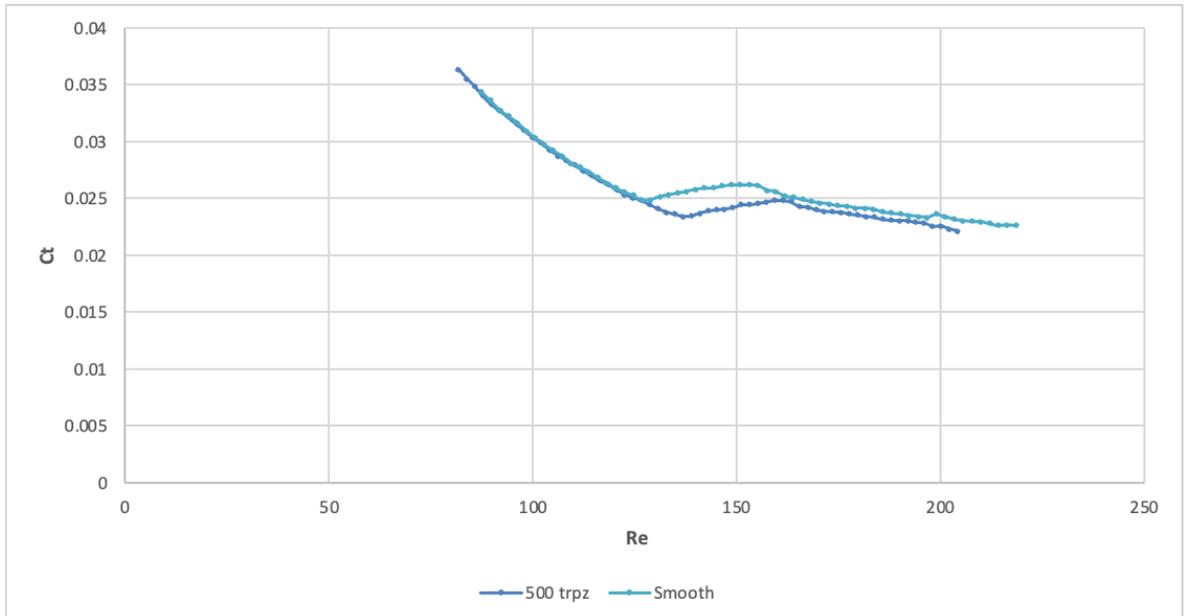


Figura 4.21: lambda 0.1

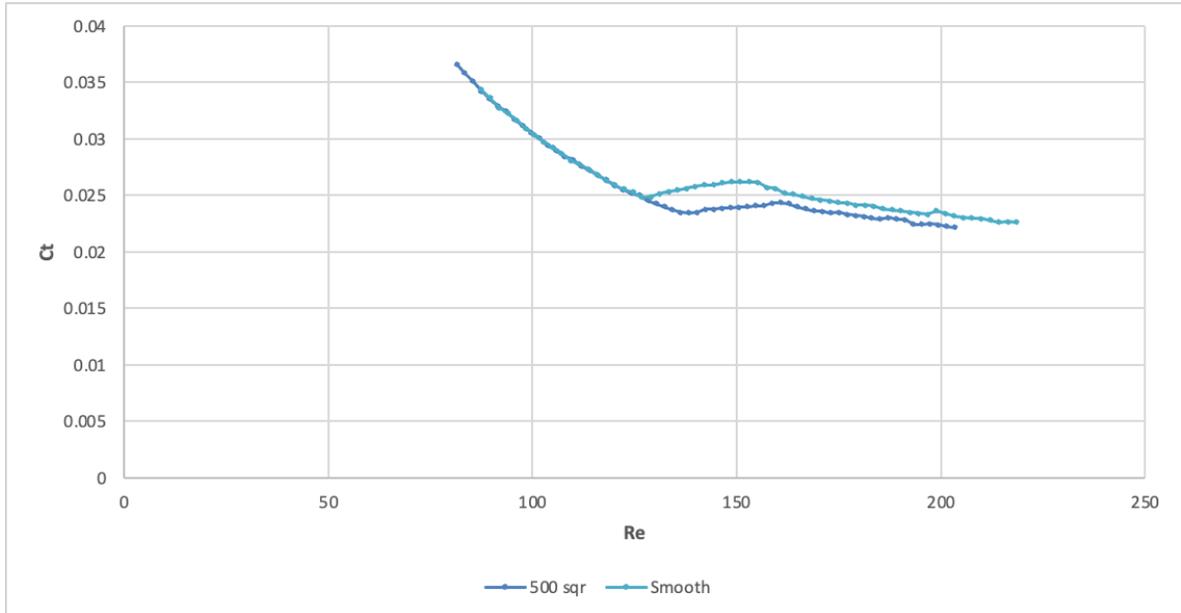


Figura 4.22: lambda 0.1

Resta però ancora distante il valore del lambda sperimentale anche con l'utilizzo di Reynolds nelle geometrie square.

Si può allora ipotizzare che per queste valgano maggiormente gli errori di stampa rispetto alla forma ideale considerata nella teoria. Anche ad analisi laser, difatti, questa geometria è risultata più distante dal modello CAD, si ipotizza per via di una forma che sfavorisce l'arrivo della luce polimerizzate nel susseguirsi di strati.

Si procede quindi cercando di cambiare il modello matematico alla geometria realmente ottenuta invece della ideale Square.

4.2.1 Ricerca del modello reale

Per adattare il modello ideale anche alle imperfezioni geometriche del provino realizzato in 3D si può riscrivere il codice border di FreeFEM con una curva che meglio simuli la realtà.

Procedendo per il caso 1000 Square è noto il disegno CAD in figura 4.23.

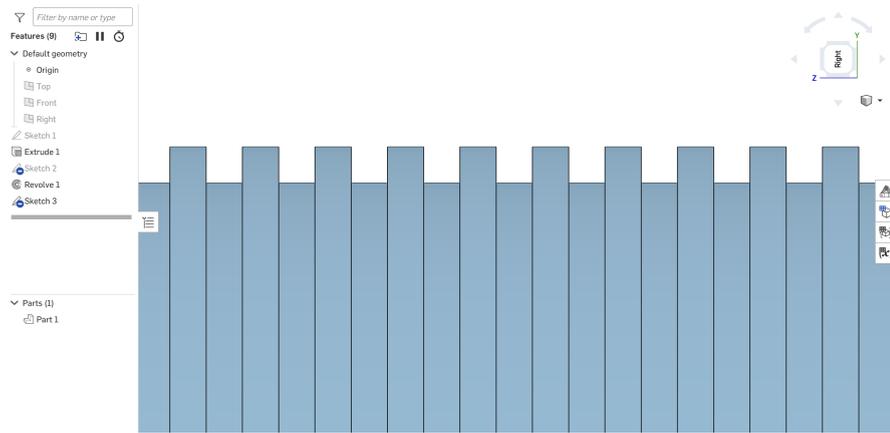


Figura 4.23: CAD della superficie della geometria Square

Da analisi della superficie è invece risultato un profilo delle riblets reali come in figura 4.24.

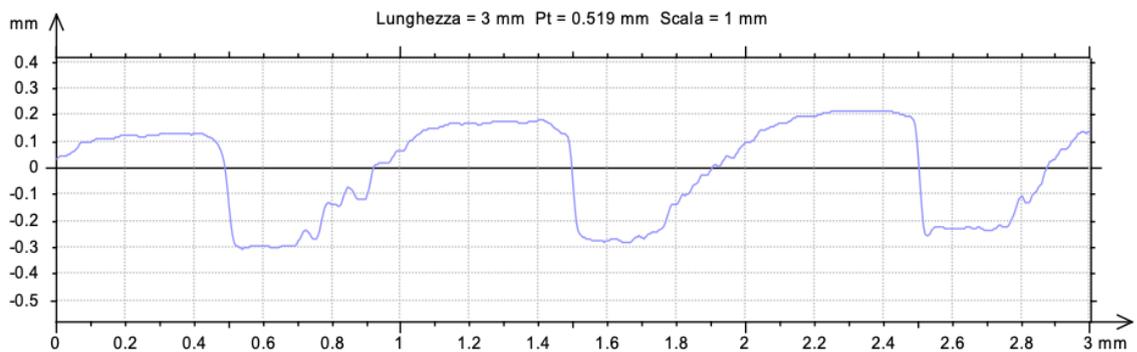


Figura 4.24: Profilo reale di una riblets 1000S

Per quanto per lo più corretta dimensionalmente in altezza e periodicità, la forma ottenuta è ben lontana da quella di progetto.

Allora si potrà usare la curva media come bottom reale per il border caricato su FreeFEM.

La prima ipotesi è considerare il border del modello ad elementi finiti una cosinusoide, più simile al modello reale di square.

Si riporta solo la figura della mesh

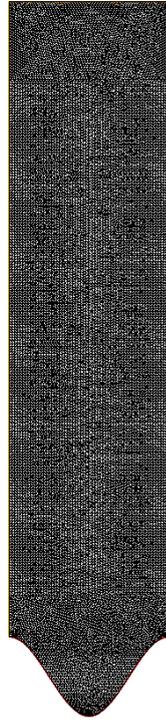


Figura 4.25: Prima versione del modello per avvicinarsi ai risultati sperimentali

Da modello con border coseno si ha un valore di λ_x teorico di 0.11416, molto più simile allo 0.29 delle prove sperimentali. (Si ricorda dalla 2.2 che il valore teorico ideale era invece 0.041).

Non resta che tentare ancora, avvicinando il modello del bordo ancora di più alla figura geometrica 4.24 nota grazie al profilometro laser.

Per esprimere le curve che delimitino il dominio di FreeFEM serve conoscere l'equazione che le descrive. Allora in primis si deve estrarre un numero di punti sufficiente per descrivere l'andamento medio della superficie. Si è scelto pertanto di estrarre i punti della superficie media (di cui la 3.17 ne costituisce un esempio) con il software *Automeris* che fornisce in uscita una tabella *Excel* contenente ascissa e ordinata di ciascun punto.

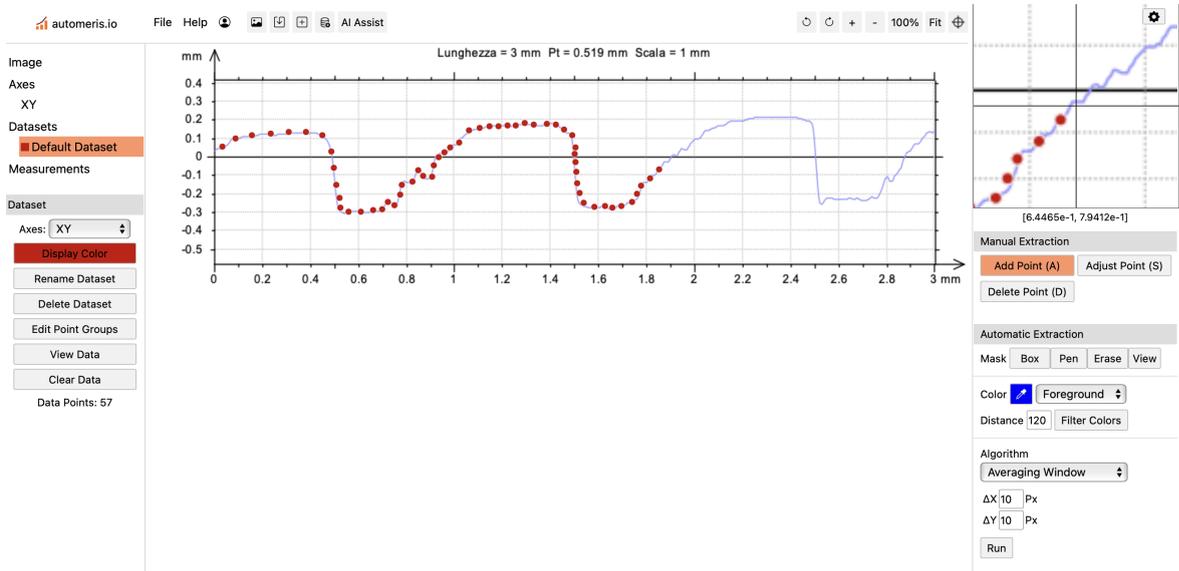


Figura 4.26: Software Automeris per ricavare i punti medi

Importando i punti raccolti in *Matlab* possiamo cercare la funzione che meglio approssima la realtà.

Il primo metodo impiegato è l'applicazione dell'Interpolazione di Lagrange, che in Matlab si può applicare come nell'esempio sottostante (si noti che nel codice di esempio sono riportati alcuni valori di ascisse e ordinate che non corrispondono a quelli della superficie del campione per ridurre la lunghezza del vero codice)

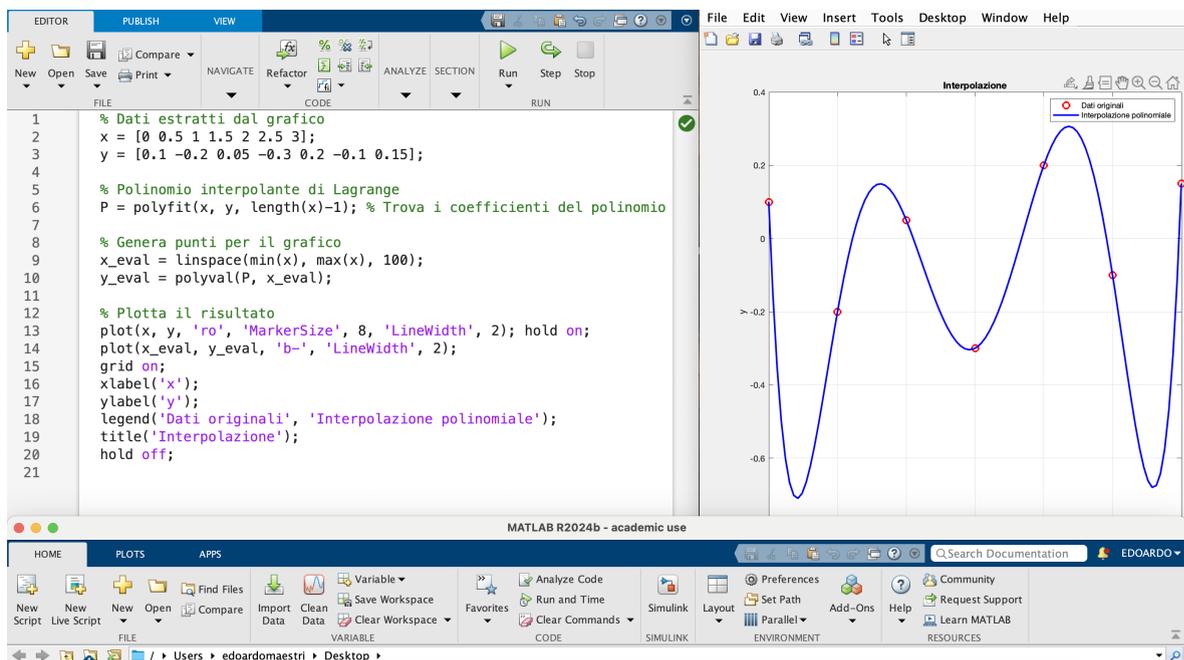


Figura 4.27: Interpolazione di Lagrange

Si è allora tentato di impiegare la funzione, questa volta con i dati originali, ma ottenendo punti di divergenza. Lo stesso risultato si ottiene per una spline.

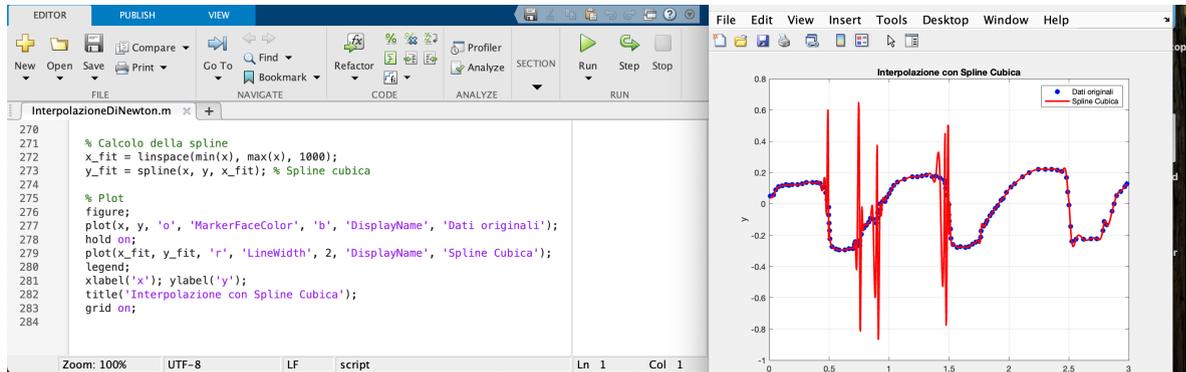


Figura 4.28: Divergenze nell'interpolazione

Dopo alcuni tentativi di adattare la spline come nella 4.28, si è scelto di utilizzare la funzione PCHIP (*Piecewise Cubic Hermite Interpolating Polynomial*), che è meno accurata della spline classica ma più stabile per punti non collegabili da linee smooth.

Come la spline e l'interpolazione di lagrange, la PCHIP cerca un polinomio (questa volta definito a tratti) che sia passante per i punti forniti. Più il grado del polinomio sarà alto, più il risultato sarà accurato.

Dopo alcuni tentativi si è trovato un grado sufficiente a fittare i punti in modo il più efficiente possibile, considerando comunque che questo polinomio dovrà poi essere implementato in freeFEM.

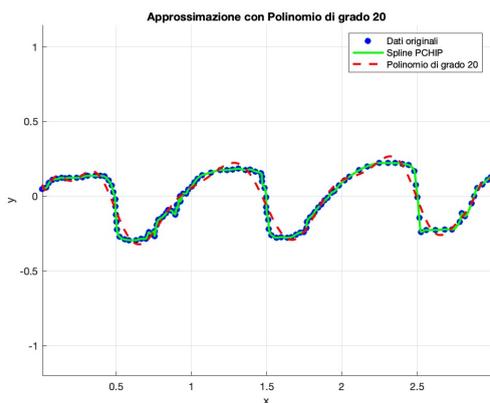


Figura 4.29: Confronto con polinomio di grado 20

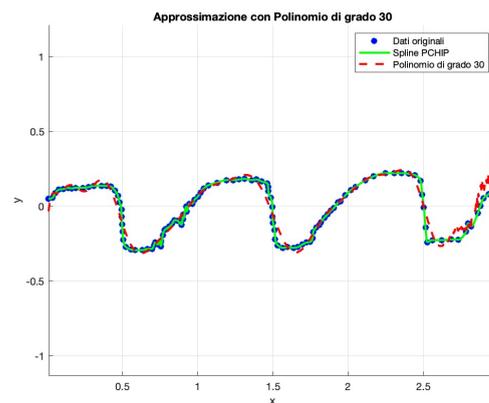


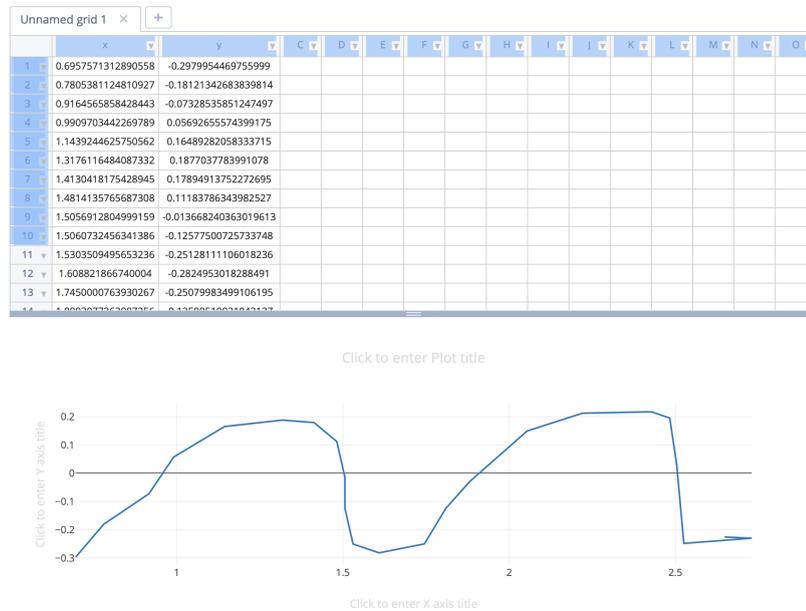
Figura 4.30: Confronto con polinomio di grado 30

Dopo qualche iterazione si nota che il grado 30 del polinomio è il più basso possibile per ottenere una soddisfacente curva. Un grado così alto causa Runge's phenomenon come nella 4.30 (oscillazioni ai bordi), quindi va limitato ad un valore inferiore, rinunciando ad un po' di dettaglio.

Sempre tramite Matlab, si possono ricavare i coefficienti del polinomio.

Sebbene il polinomio di grado 30 sia gestibile, poichè risolto direttamente dal calcolatore, si preferisce anche adattare una soluzione più semplice, che fitti in meno punti del grafico.

Allora si procede allo stesso modo, ricercando i punti del grafico, questa volta più grossolanamente



Si prosegue con alcuni tentativi a grado massimo sempre decrescente fino al minimo accettabile.

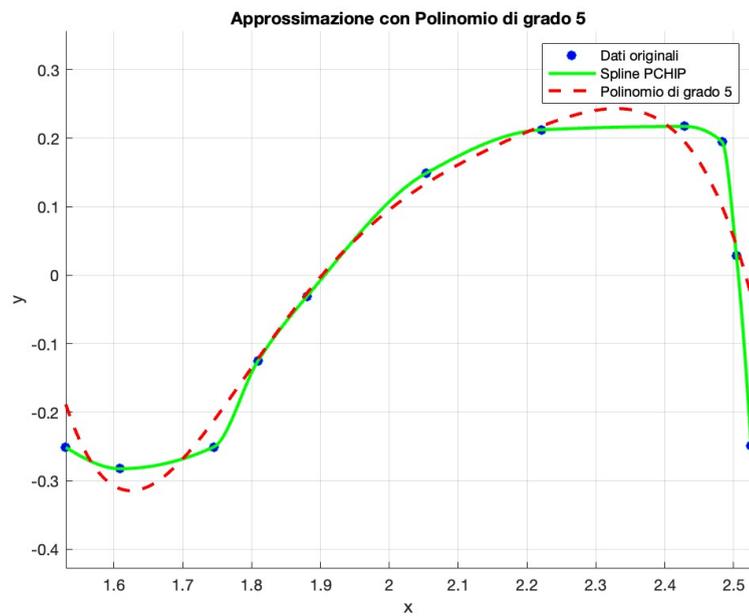


Figura 4.31: Confronto di un grado troppo basso con la reale curva

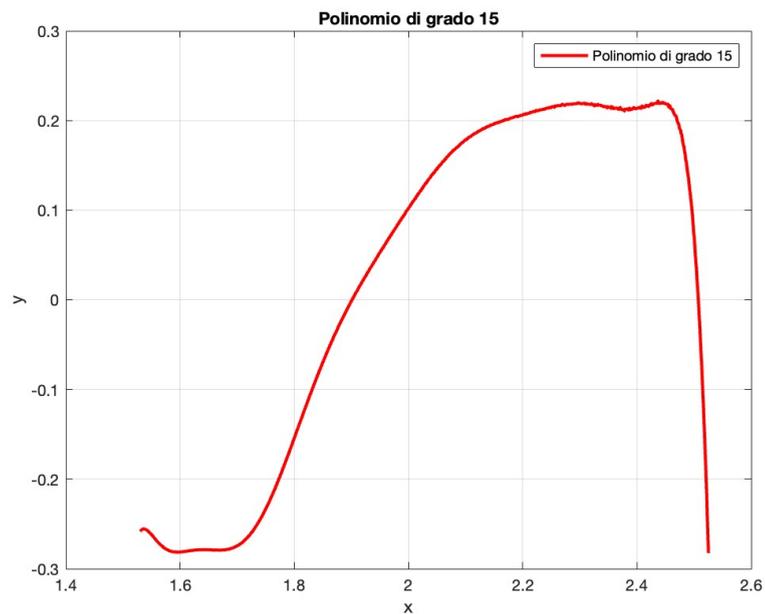


Figura 4.32: Grado ottimale

Tramite i due polinomi trovati, un più fine grado 30 e un più grossolano grado 15, sarà possibile definire i nuovi borders del dominio in FreeFEM.

Si procede per ciascuno degli altri provini neri dei quali esiste una ricostruzione laser della superficie.

4.2.2 Inserimento in FreeFEM

Sarà ora possibile integrare il nuovo polinomio trovato all'interno del codice di FreeFEM. Si ricorda che per ottenere un border chiuso anche le altre funzioni che delimitano il dominio andranno corrette.

```
//New Border with Matlab function
```

```
border g1(t=0.4, 1.4) x=t;
```

```
y= (funzione trovata in precedenza (grado 30))
```

```
// right, periodic border g3(t=0, 1) x=1.4; y=elle*t+0.1478896741958;
```

```
//top
```

```
border g4(t=0, 1) x=1.4-t; y= ((x-1.4)/(0.4-1.4))*(0.1505092368221-0.1478896741958)+  
+0.1478896741958+elle;
```

```
// left, periodic
```

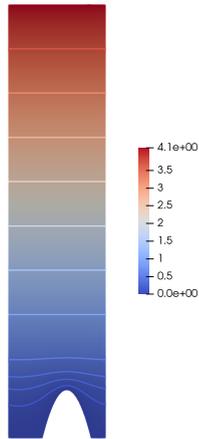
```
border g5(t=0, 1) x=0.4; y=elle-elle*t+0.1505092368221;
```

Da cui si hanno

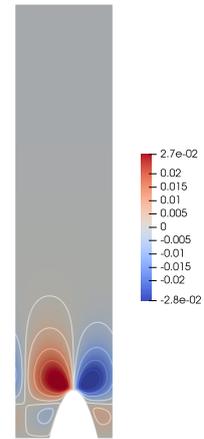


Un procedimento analogo si effettua per ciascun provino, cercando ogni volta la funzione che meglio descriva la realtà ottenuta dalla stampa 3D invece che dalla geometria

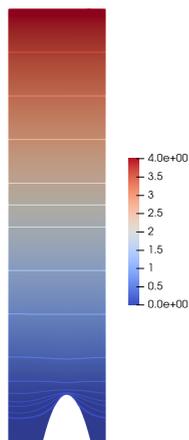
Per le altre geometrie si riportano direttamente i file rielaborati con ParaView. Si noti che si è preferito, dopo alcuni tentativi, procedere con funzioni definite a tratti più semplici, senza necessità di interpolazioni con polinomi di alto grado.



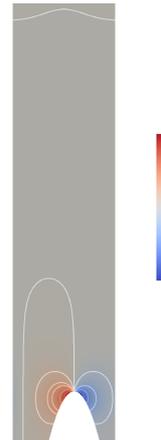
(a) 1000 e 800 Trapezoidal x



(b) 1000 e 800 Trapezoidal y



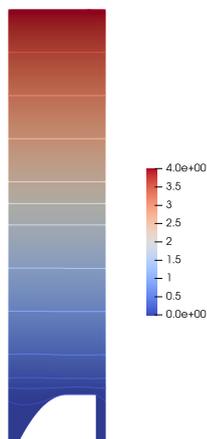
(c) 1000 e 800 Trapezoidal z



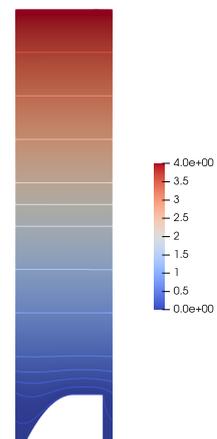
(d) 1000 e 800 Trapezoidal p

Figura 4.33: Andamenti per le componenti x , y , z e pressione per geometria trapezoidale

Per la geometria 1000 e 800 square si riportano solo i risultati lungo x e z .



(a) 1000 e 800 Square z



(b) 1000 e 800 Square x

Figura 4.34: Andamenti per le componenti z e x per geometria square

per la 400 trapezoidal si riporta solo il risultato per x

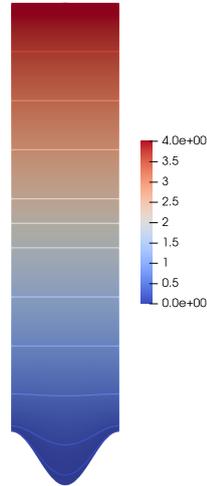


Figura 4.35: 400 Trapezoidal x

Dopo aver stabilito un modello a elementi finiti simile ad ogni campione testato, si sono estratti i valori dei λ_x e λ_z definitivi per il calcolo di stabilità e per la determinazione della posizione della parete liscia equivalente.

I valori principali tra quelli trovati sono riassunti in tabella 4.20

	λ_x	λ_z	$R_{i\text{eff}}$ [mm]	d_{eff} [mm]	$R_m = (R_{i\text{eff}} + R_o)/2$ [mm]	$\eta = R_{i\text{eff}}/R_o$
T400	0.1143	0.0640	18.65	1.99	19.64	0.904
S800	0.0508	0.0269	18.78	1.86	19.71	0.910
T800	0.1344	0.0690	18.74	1.90	19.69	0.908
S1000	0.0508	0.0269	18.91	1.73	19.77	0.916
T1000	0.1344	0.0690	18.82	1.82	19.73	0.912

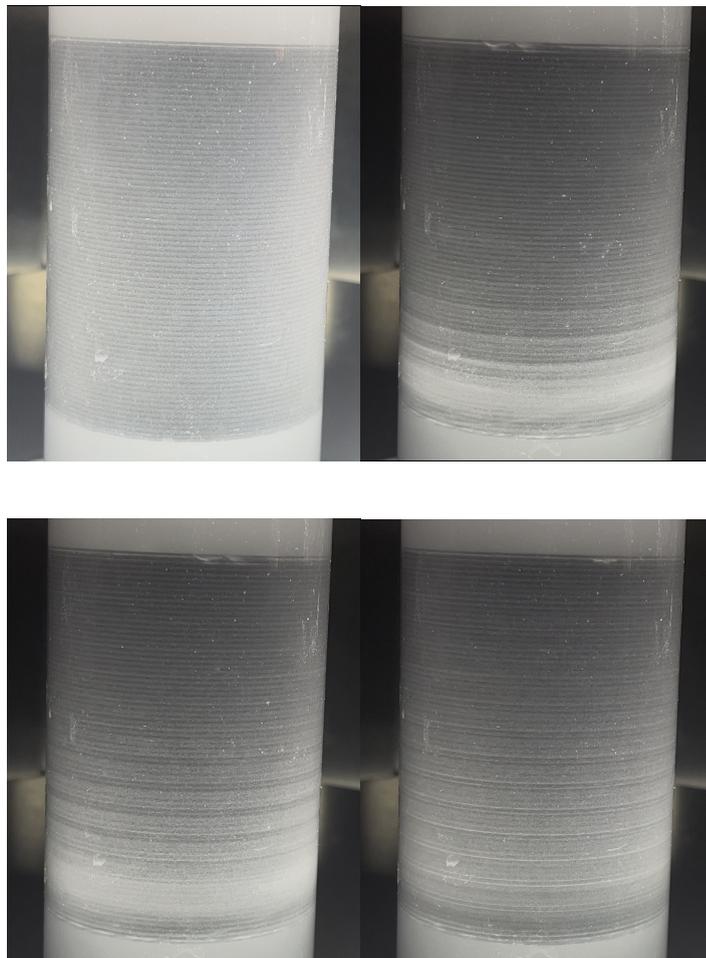
Tabella 4.20: Risultati del calcolo di omogeneizzazione con valori di λ adimensionali e misurazioni ottiche e laser

4.3 Visualizzazione

Come descritto nei paragrafi precedenti, per ogni derivata della curva torque/speed come la 4.1 corrisponde una diversa transizione tra quelle note da Andereck [18] riassunte nella 1.5. Mediante l'uso dei marcatori descritti, è stato possibile visualizzare la comparsa delle transizioni studiate.

4.3.1 Prima transizione

La prima transizione corrisponde graficamente alla comparsa dei vortici di Taylor-Green. Si compone di vortici paralleli stazionari che appaiono come linee nella direzione del moto. Proprio come fotografato da Andereck, il moto inizia con alcuni fenomeni caotici ai bordi, per poi svilupparsi completamente come linee stazionarie. Immagine che riassume la formazione dei vortici.



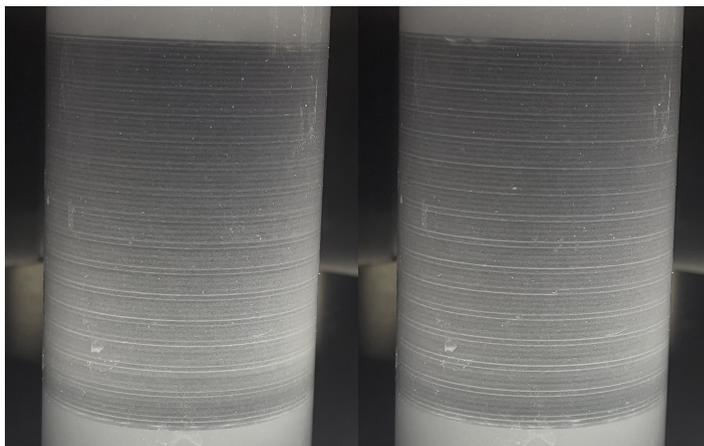


Figura 4.38: Frame di formazione dei vortici di prima transizione

Vortici completamente sviluppati (se ne riportano solo alcuni)

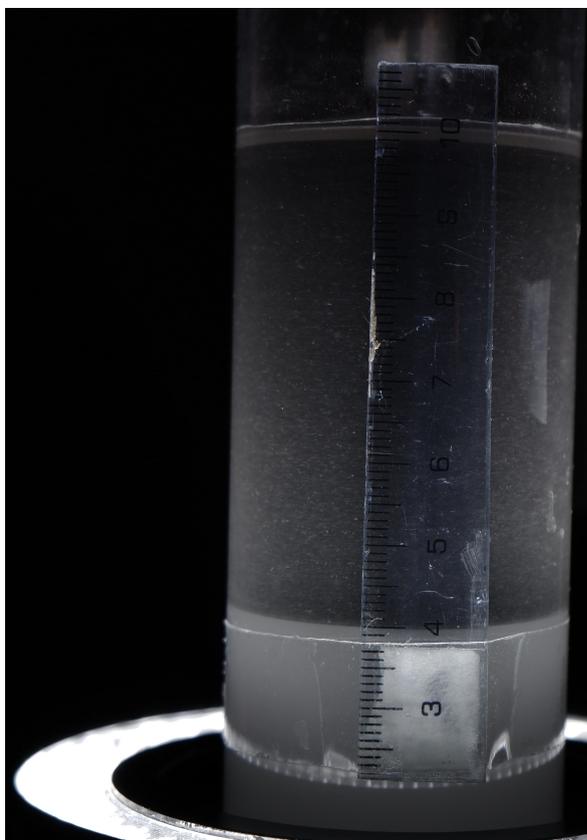


Figura 4.39: Assenza di vortici per $\omega < 30rpm$

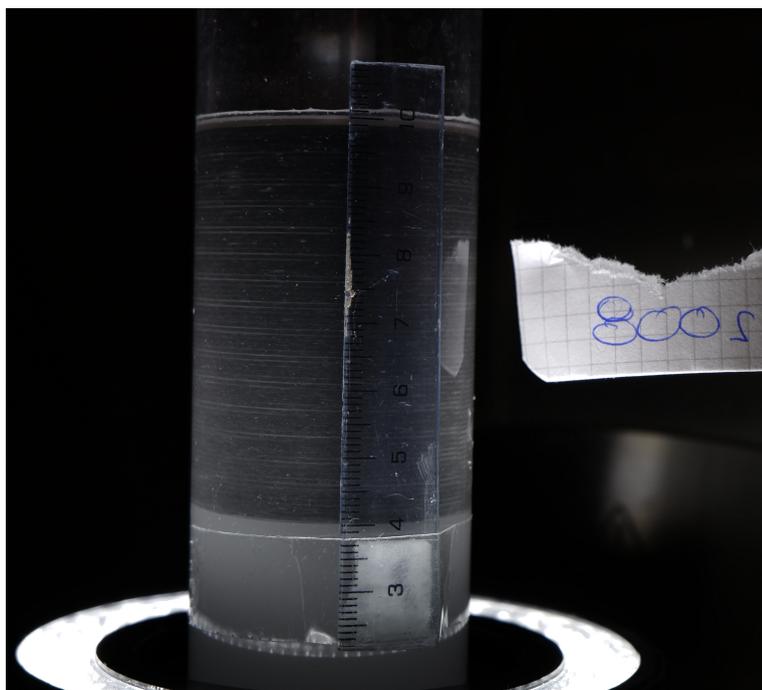


Figura 4.40: Vortici completamente sviluppati in un 800S



Figura 4.41: Vortici completamente sviluppati in un 1000S

Dalla visualizzazione è possibile misurare le distanze tra vortici che saranno poi impiegati per il futuro calcolo di stabilità, non oggetto di studio in questa tesi, impiegato per calcolare il Taylor critico a cui si creano le instabilità.

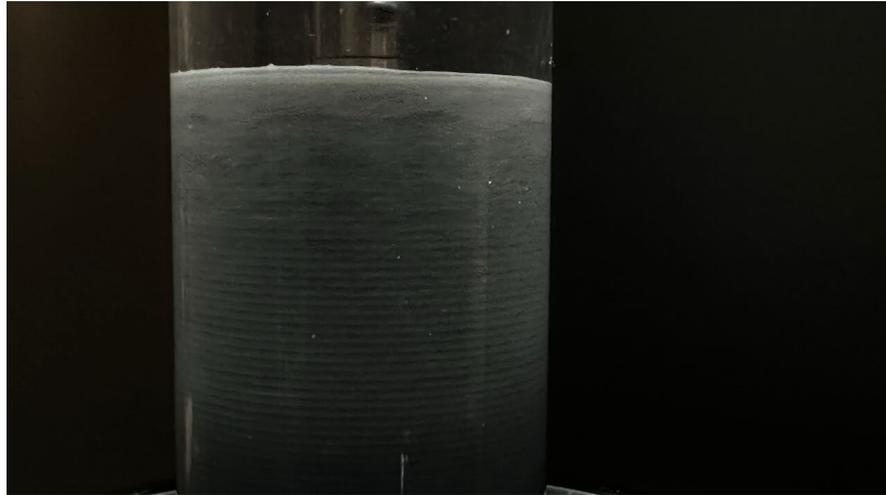


Figura 4.43: Instabilità di Taylor a vortici Wavy completamente sviluppata

4.3.2 Seconda transizione

La seconda transizione è associata ai *Wavy Taylor Vortex*, ancora mostrati nella 1.5. Per ottenere la comparsa di questo delicato fenomeno sono stati necessari innumerevoli tentativi per combinazioni di particelle e illuminazioni diverse. Filmare il fenomeno che già ad occhio nudo risultava poco apprezzabile è stata un'altra impresa tutt'altro che semplice, a cui va ancora sommata la difficoltà di trasporre a foto un fenomeno chiaro solo in un video, trattandosi, per sua natura, di un moto sinuoso. Si chiede pertanto al lettore uno sforzo di immaginazione maggiore, sempre tenendo a mente il confronto iniziale con l'immagine in assenza di vortici 4.39.

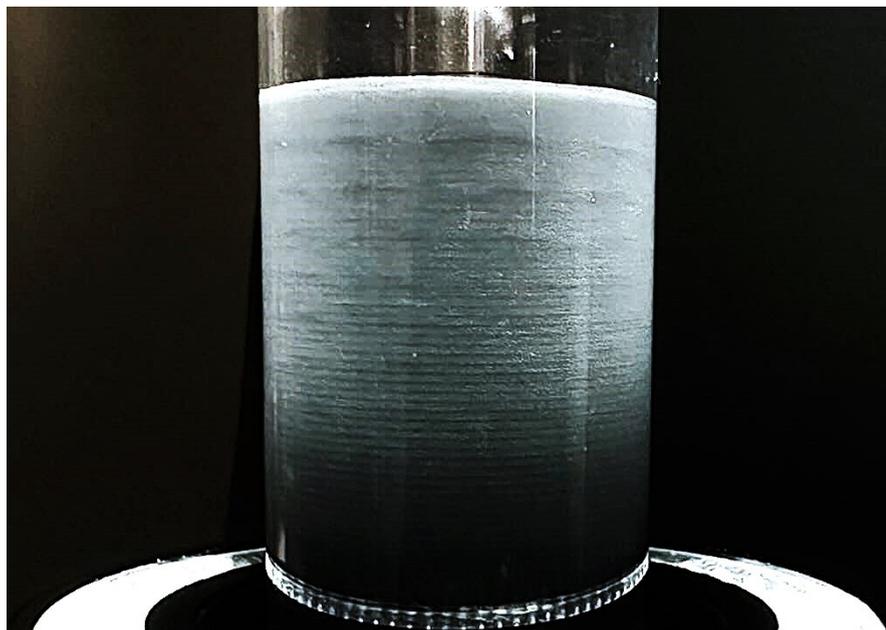


Figura 4.42: Formazione della seconda instabilità

5 Matching dei risultati e discussione

Le conclusioni sperimentali non possono esimersi dal ricordare che le geometrie ideali di partenza non siano state mantenute tali nella fase di realizzazione dei provini. Si può tuttavia notare come l'andamento dei risultati sullo scalare delle dimensioni sia coerente e, a valle di piccole correzioni sul disegno del modello FEM, si possono ricavare ugualmente dati interessanti.

Si riassume numericamente quanto ottenuto in tab 5.1

<i>Sperimentali CT e Ta</i>	
l [μm]	λ_x dimensionale [mm]
1000 S	0.290
1000 T	0.260
500 T	0.149
500 S	0.140
<i>Sperimentali CT e Re</i>	
l [μm]	λ_x dimensionale [mm]
1000 S	0.160
1000 T	0.180
500 T	0.100
500 S	0.100
<i>Modelli elementi finiti ideali</i>	
l [μm]	λ_x dimensionale [mm]
1000 S	0.04148
1000 T	0.17501
500 S	0.02074
500 T	0.08751
<i>Modelli FEM con bordo reale</i>	
l [μm]	λ_x dimensionale [mm]
1000 S	0.0508
1000 T	0.1344
800 S	0.0406
800 T	0.1075
500 S	0.0672
500 T	0.0254
400 T	0.1143

Tabella 5.1: Valori di λ_x dimensionale in funzione della lunghezza l per vari casi sperimentali e numerici e successive correzioni dei modelli

Prima considerazione, evidente dalla tabella di cui sopra, è che ogni geometria ad

ogni dimensione ha necessitato di una condizione efficace positiva non nulla, e quindi che ogni futura analisi CFD dovrà prevedere una parete fittizia liscia che rispetti quanto sopra. In secundis, appare dalle analisi sperimentali, anche non adimensionalizzate, che ogni geometria a qualunque scala posticipa qualitativamente la velocità di transizione al moto alla Taylor Vortex.

Dai dati ricavati si conclude che una geometria di tipo square sia più efficace a posticipare la comparsa della prima transizione, mentre la geometria di tipo trapezoidal presenti un drag generalmente inferiore per le scale fino a 500 μm . (Facendo riferimento alla 2.1 risulta evidente come un valore di λ_x maggiore implichi una superficie equivalente liscia più lontana dal tip della riblet).

Ancora, da una veloce analisi appare evidente che le scale più grandi (800 e 1000 μm) abbiano maggior effetto di posticipazione. Ad esse è associata una curva di resistenza idrodinamica bassa più a lungo rispetto ad un campione liscio a pari condizioni, rendendo chiaro il fenomeno ricercato di stabilizzazione del flusso e riduzione dell'attrito idrodinamico con particolare efficienza su scale nell'ordine di grandezza del millimetro. Contrariamente, sulle piccole scale le geometrie Square o Trapezoidal, seppure efficaci nel posticipare le transizioni, non presentano differenze di comportamento tra di loro.

Ai rispettivi cambiamenti di derivata delle curve *Torque/Speed*, si è inoltre potuto osservare un cambiamento visivo del regime di moto, in particolare rientrando nelle prime due casistiche di Andereck [18] descritte nella figura 1.6a.

Future continuazioni a breve termine sono uno studio numerico di stabilità, per poter stabilire dalla teoria il valore del numero di Taylor o Reynolds a cui questi vortici compaiono e i parametri d'onda delle rispettive instabilità, in particolare per l'instabilità associata ai vortici di Taylor. Più a lungo termine, invece, si potrebbe studiare il comportamento di queste microlavorazioni anche in fluidi diversi dall'acqua, per lo studio applicativo in oleodotti, e per studiarne un'eventuale superiore capacità di trattenere lubrificanti. In particolare quest'ultimo caso potrebbe essere applicazione pratica come superficie per studi di superidrofobicità e delle LIS (liquid infused surface).

Quanto sopra si deve considerare, come detto, come verifica sperimentale e numerica di metodi per efficientare le analisi CFD di oleodotti, veicoli o navi che equipaggiano o equipaggeranno parti rivestite di riblets, mimando quanto fatto dalla natura su squali e altri animali. Tuttavia, chi scrive non può che far notare come un enorme passo in termini di ricerca sull'applicabilità sarebbe lo studiare superfici riblets autopulenti. Come infatti riportato all'inizio di questo testo, alcune aziende che hanno provato ad applicare questa tecnologia in ambito navale hanno avuto problemi con depositi di calcare e sale. Per estendere l'applicazione al trasporto navale, quindi, occorrerebbe studiare superfici che possano creare vortici che riducano il deposito del materiale oppure materiali stessi che evitino le incrostazioni e che siano lavorabili micrometricamente per poter applicare questo coating. A questo va aggiunta la necessità di rendere la produzione delle riblets scalabile per essere applicata su vastissimi scafi di navi o carene di aerei.

Nonostante ancora la tecnologia delle microstrutturazioni superficiali non sia totalmente matura, è chiaro che questa risulti uno degli ultimi modi per efficientare il mondo dei trasporti, da decenni oggetto di importanti riprogettazioni a fronte di colossali investimenti e ormai spesso giunti all'apice dell'efficienza possibile con le attuali tecnologie.

Riferimenti bibliografici

- [1] Riblets-Information-Platform. <https://www.riblets.at/>.
- [2] SP Wilkinson, JB Anders, BS Lazos, and DM Bushnell. Turbulent drag reduction research at nasa langley: progress and plans. *International Journal of Heat and Fluid Flow*, 9(3):266–277, 1988.
- [3] M Walsh and A Lindemann. Optimization and application of riblets for turbulent drag reduction. In *22nd aerospace sciences meeting, NASA*, page 347, 1984.
- [4] M Walsh and L Weinstein. Drag and heat transfer on surfaces with small longitudinal fins. In *11th Fluid and Plasma Dynamics Conference*, page 1161, 1978.
- [5] Michael J Walsh. Riblets for aircraft skin-friction reduction. In *NASA Langley Symposium on Aerodynamics, Volume 1*, 1986.
- [6] Michael J Walsh and John B Anders. Riblet/lebu research at nasa langley. *Applied Scientific Research*, 46:255–262, 1989.
- [7] JP Robert. Drag reduction: an industrial challenge. *Agard Report*, 786, 1992.
- [8] Bertelrud Arild Zuniga Fanny A Zuniga, Fanny A. Flight test results of riblets at supersonic speeds. *Turbulent drag reduction by passive means*, pages 408–424, 1992.
- [9] JDOUGLAS MCLEAN, DEZSON GEORGE-FALVY, and PETERP SULLIVAN. "flight-test of turbulent skin-friction reduction by riblets,.". *Turbulent drag reduction by passive means*, pages 408–424, 1987.
- [10] Charles W Boppe, Bruce S Rosen, Joseph P Laiosa, and Britton Chance Jr. Stars & stripes' 87; computational flow simulations for hydrodynamic design. In *SNAME Chesapeake Sailing Yacht Symposium*, page D011S001R009. SNAME, 1987.
- [11] NASA Langley Research Center. *Riblets for Stars and Stripes*. Work of the US Gov. Public Use Permitted., 1987.
- [12] LufthansaGroup News Website. <https://business.lufthansagroup.com/de/it/news/os-aeroshark-fleet-2024.html>.
- [13] Fédération Internationale des Sociétés D'Aviron World Rowing. <https://d2cx26qpfwuhvu.cloudfront.net/worldrowing/wp-content/uploads/2022/02/25145439/FISA-rule-book-EN-2024-update-final-1.pdf>.
- [14] Geoffrey Ingram Taylor. Viii. stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, 223(605-615):289–343, 1923.

- [15] Arnulph Mallock. Iii. experiments on fluid viscosity. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, (187):41–56, 1896.
- [16] M Couette. Distinction de deux régimes dans le mouvement des fluides. *J. Phys. Theor. Appl.*, 9(1):414–424, 1890.
- [17] Donald Coles. Transition in circular couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 21(3):385–425, 1965.
- [18] C David Andereck, SS Liu, and Harry L Swinney. Flow regimes in a circular couette system with independently rotating cylinders. *Journal of fluid mechanics*, 164:155–183, 1986.
- [19] D. W. Bechert and M. Bartenwerfer. The viscous flow on surfaces with longitudinal ribs. *Journal of Fluid Mechanics*, 206:105–129, 1989.
- [20] Paolo Luchini, Fernando Manzo, and Amilcare Pozzi. Resistance of a grooved surface to parallel flow and cross-flow. *Journal of fluid mechanics*, 228:87–109, 1991.
- [21] M Jai. Homogenization and two-scale convergence of the compressible reynolds lubrication equation modelling the flying characteristics of a rough magnetic head over a rough rigid-disk surface. *ESAIM: Mathematical Modelling and Numerical Analysis*, 29(2):199–233, 1995.
- [22] Carlo Sbordone. Su alcune applicazioni di un tipo di convergenza variazionale. *Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa-Classe di Scienze*, 2(4):617–638, 1975.
- [23] Ivo Babuvska. Solution of interface problems by homogenization. i. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 7(5):603–634, 1976.
- [24] O. A. Oleinik. On homogenization problems. In Philippe G. Ciarlet and Maurice Roseau, editors, *Trends and Applications of Pure Mathematics to Mechanics*, pages 248–272, Berlin, Heidelberg, 1984. Springer Berlin Heidelberg.
- [25] Nikolai Nikolaevich Bogolyubov, M Yu Kovalevski, Aleksandr Mikhailovich Kurbatov, SV Peletminski, and Aleksandr Nikolaevich Tarasov. On the microscopic theory of superfluid liquids. *Soviet Physics Uspekhi*, 32(12):1041, 1989.
- [26] Gustavo C Buscaglia and Mohammed Jai. A new numerical scheme for non uniform homogenized problems: application to the non linear reynolds compressible equation. *Mathematical Problems in Engineering*, 7(4):355–378, 2001.