



BIOSKINS: grains et poro-plasticité

avec la participation de :
François CHARRU
Alessandro BOTTARO
Thomas BONOMETTI
et Laurent LACAZE

Toulouse, 14 Septembre 2017

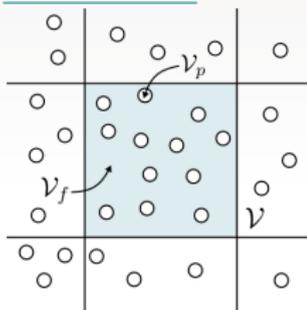
Table des matières

- 1 Introduction
 - Homogénéisation
 - Relations de fermeture
 - Analyse dimensionnelle
- 2 Approche numérique
 - méthode des frontières immergées (IBM)
 - méthode aux éléments discrets (DEM)
 - Couplage entre Jadim et GraDyM
- 3 Validations du Code avec l'IBM
 - Rotation dans un canal de Couette 2D
 - Sédimentation d'une sphère
 - Réseau dense de particules
 - Sphère proche paroi
- 4 et ensuite ?



Homogénéisation

Volume élémentaire représentatif (VER)



Porosité ϵ et fraction solide ϕ

$$\epsilon(\vec{x}) = \int_{V_f} g(|\vec{x} - \vec{y}|) dV_y$$

$$\phi(\vec{x}) = \sum_p \int_{V_p} g(|\vec{x} - \vec{y}|) dV_y$$

$$\epsilon + \phi = 1$$

Moyenne sur le domaine fluide et sur les particules

$$\epsilon(\vec{x}) \langle A \rangle^f(\vec{x}) = \int_{V_f} A(\vec{y}) g(|\vec{x} - \vec{y}|) dV_y$$

$$\phi(\vec{x}) \langle A \rangle^p(\vec{x}) = \sum_p \int_{V_p} A(\vec{y}) g(|\vec{x} - \vec{y}|) dV_y$$



Homogénéisation

équations
du fluide

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho_f \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}} + \rho_f \mathbf{g} \end{cases}$$

équations
des particules

$$\begin{cases} m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \sum_{j \neq p} \mathbf{F}_{pj} + \mathbf{F}_{murs} + \mathbf{F}_h + m_p \mathbf{g} \\ I_p \frac{d\omega_p}{dt} = \sum_{j \neq p} \mathbf{\Gamma}_{pj} + \mathbf{\Gamma}_{murs} + \mathbf{\Gamma}_h \end{cases} \quad \forall p \in 1, \dots, N_p$$



Homogénéisation

équations
du fluide

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho_f \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = \nabla \cdot \bar{\bar{\boldsymbol{\sigma}}} + \rho_f \mathbf{g} \end{cases}$$

équations
des particules

$$\begin{cases} m_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \sum_{j \neq p} \mathbf{F}_{pj} + \mathbf{F}_{murs} + \mathbf{F}_h + m_p \mathbf{g} \\ I_p \frac{d\boldsymbol{\omega}_p}{dt} = \sum_{j \neq p} \boldsymbol{\Gamma}_{pj} + \boldsymbol{\Gamma}_{murs} + \boldsymbol{\Gamma}_h \end{cases} \quad \forall p \in 1, \dots, N_p$$



Homogénéisation
(réf: Roy Jackson, 2000)



$$\begin{cases} \rho_f \epsilon \frac{D_f \langle \mathbf{u} \rangle^f}{Dt} = \epsilon \nabla \cdot \mathbf{S}^f & -n \langle \mathbf{f}^f \rangle^p + \rho_f \epsilon \mathbf{g} \\ 0 = \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \nabla \cdot (\epsilon \cdot \langle \mathbf{u} \rangle^f) \\ \rho_p \phi \frac{D_p \langle \mathbf{u} \rangle^p}{Dt} = \nabla \cdot \mathbf{S}^p + \phi \nabla \cdot \mathbf{S}^f & +n \langle \mathbf{f}^f \rangle^p + \rho_p \phi \mathbf{g} \\ 0 = \frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n \cdot \langle \mathbf{u} \rangle^p) \end{cases}$$

Relations de fermeture

modèle d'interaction liquide-grain:

$$n \langle \mathbf{f}^f \rangle^p = \mathbf{F}_d + \mathbf{F}_l + \mathbf{F}_{ma} + \dots$$

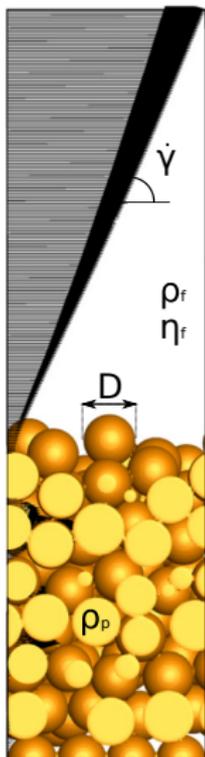
modèle pour les tenseurs des contraintes effectifs:

$$\mathbf{S}^f = -p_{eff}^f \mathbf{I} + \mu_{eff}^f [\nabla \langle \mathbf{u} \rangle^f + (\nabla \langle \mathbf{u} \rangle^f)^T]$$

$$\mathbf{S}^p = -p_{eff}^p \mathbf{I} + \mu_{eff}^p [\nabla \langle \mathbf{u} \rangle^p + (\nabla \langle \mathbf{u} \rangle^p)^T]$$

(réf: Roy Jackson, 2000)





Analyse dimensionnelle

Paramètres sans dimension indépendants:

$$r = \frac{\rho_p}{\rho_f}$$

$$Re_p = \frac{\rho_f \dot{\gamma} D^2}{\mu_f}$$

$$\theta = \frac{\dot{\gamma} \mu_f}{\Delta \rho g D}$$

$$\phi_0 = \frac{N_p \frac{\pi D^3}{6}}{H_g L_x L_y}$$

λ le coefficient de restitution

f_s le coefficient de friction

valeurs des paramètres:

$$r = 2.5, Re_p \approx 1, \phi_0 \approx 0.6$$

$$\theta \approx 0.13, \lambda = 0.88, f_s = 0.25$$



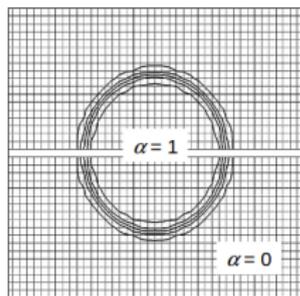
Principe de la méthode des frontières immergées (IBM):

Description Eulerienne du fluide sur une grille fixe en vitesse et pression.
Un terme source traduit la présence d'objets.

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho_f \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] = \nabla \cdot \bar{\bar{\sigma}} + \rho_f \mathbf{g} + \mathbf{f}_{IBM} \end{cases}$$

avec $\mathbf{f}_{IBM} = \alpha \frac{\mathbf{V}_p - \mathbf{u}}{\Delta t}$

où $\mathbf{V}_p = \mathbf{u}_p + \mathbf{r} \wedge \boldsymbol{\omega}_p$ est la vitesse de la $p^{\text{ième}}$ particule.



méthode aux éléments discrets (DEM)

FORCES DE CONTACT : $\mathbf{F}_{p-j} = \underbrace{F_n}_{\text{normale}} \mathbf{n} + \underbrace{F_t}_{\text{tangente}} \mathbf{t}$



$$F_n = \begin{cases} 0 & \text{si } \delta_n > 0 \\ \max\left(0, -k_n \delta_n - \gamma_n \frac{d\delta_n}{dt}\right) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$F_t = -\min(|k_t \delta_t|, |f_s F_n|) \text{sign}(\delta_t)$$

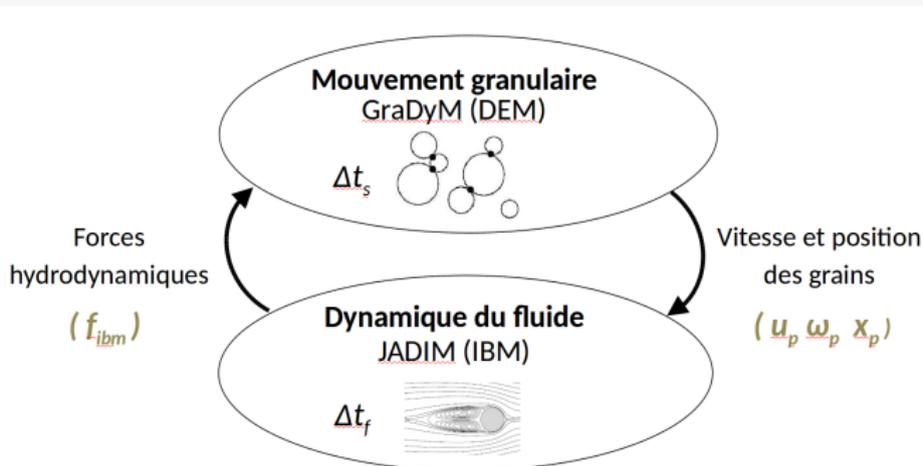
avec $\gamma_n = -\frac{2m}{t_c} \ln(\lambda)$ $k_n = \frac{m_* \tau^2}{t_c^2} + \frac{\gamma_n^2}{4m_*}$ $k_t = 0.2k_n$ $m_* = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$

Paramètres d'entrée:

- f_s - coefficient de friction
- λ - coefficient de restitution normal
- t_c - temps de contact



Couplage entre Jadim et GraDym



*Réf.: Bigot et al., Comput. & Fluids, 2014
Izard et al., JFM, 2014*

$$\Delta t_s \ll \Delta t_f$$



Table des matières

1 Introduction

- Homogénéisation
- Relations de fermeture
- Analyse dimensionnelle

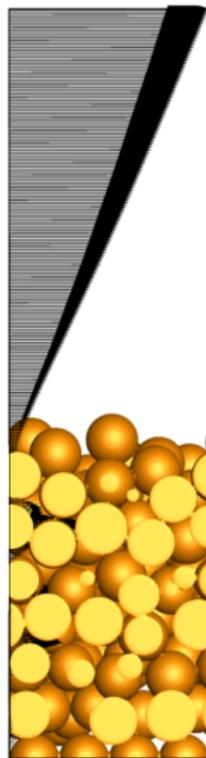
2 Approche numérique

- méthode des frontières immergées (IBM)
- méthode aux éléments discrets (DEM)
- Couplage entre Jadim et GraDyM

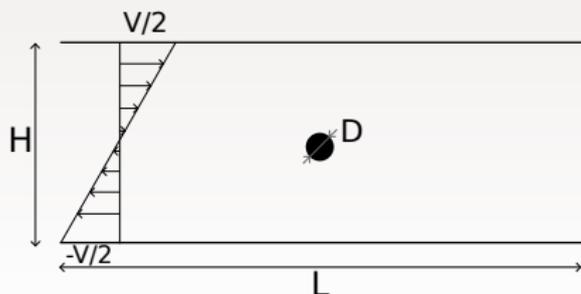
3 Validations du Code avec l'IBM

- Rotation dans un canal de Couette 2D
- Sédimentation d'une sphère
- Réseau dense de particules
- Sphère proche paroi

4 et ensuite ?



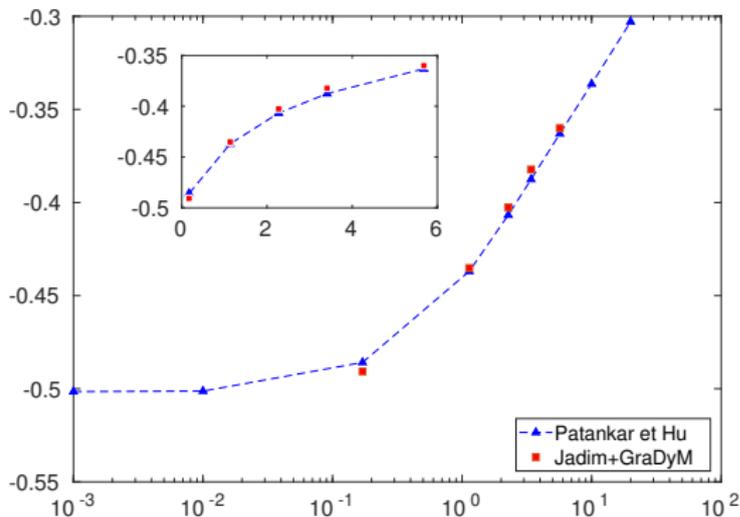
Rotation à l'équilibre dans un canal de Couette 2D



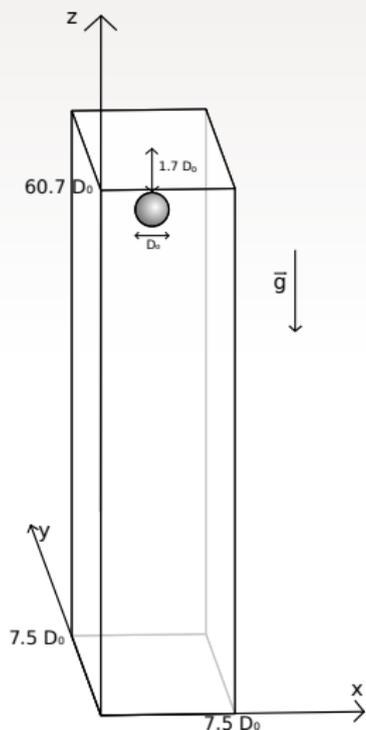
résultat théorique:

$$Re = \frac{\dot{\gamma} D^2}{\nu_f} \rightarrow 0$$

$$\Omega_p^* = -\frac{1}{2}$$



Sédimentation d'une sphère



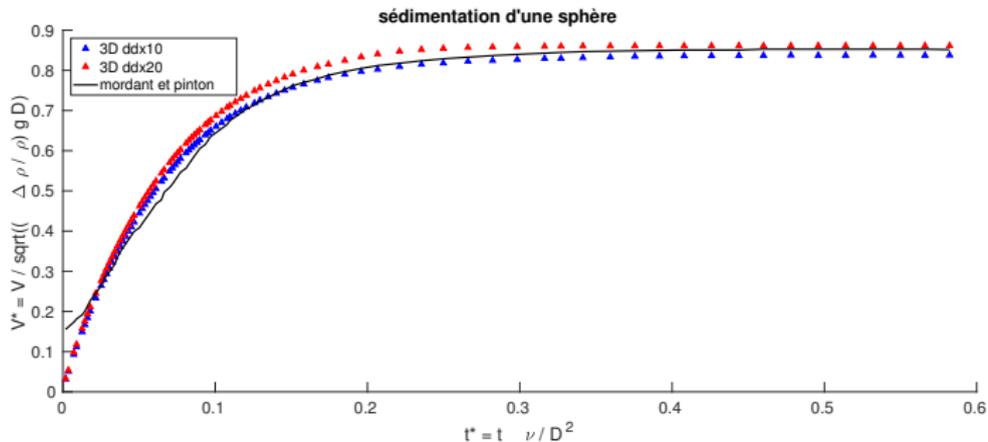
$$\frac{\rho_p}{\rho_f} = 2.56,$$

$$Re = \frac{V_{lim} D}{\nu_f} = 41,$$

$$Ga = \frac{D \sqrt{\frac{\Delta \rho}{\rho_f} g D}}{\nu_f} = 49$$



Sédimentation d'une sphère



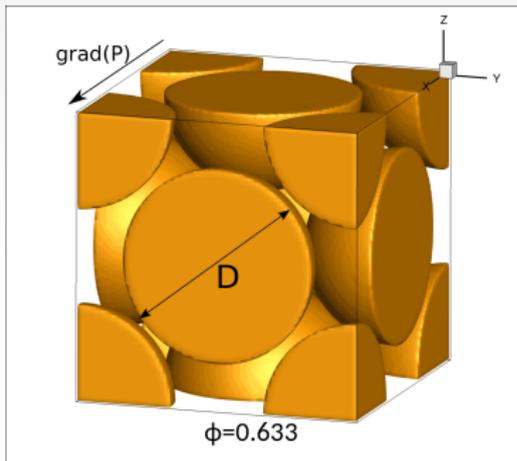
OSKINS

Sédimentation d'une sphère

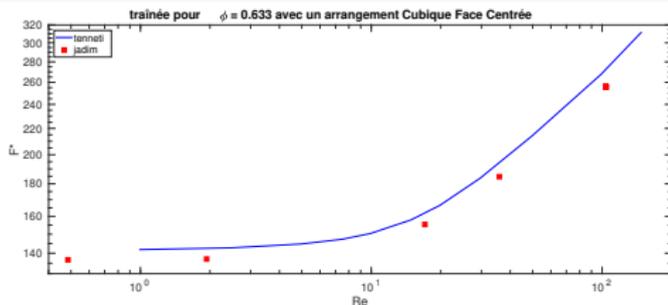
domaine	raffinement du maillage: $D/\delta =$	V_{lim}^*	erreur relative en %
<i>Axi – symétrique</i>	10	0.827	2.93%
	20	0.873	2.46%
<i>tri – dimensionnel</i>	10	0.838	1.62%
	20	0.861	1.13%
Résultats expérimentaux de Mordant et Pinton		0.852	



Réseau dense de particules



domaine de simulation



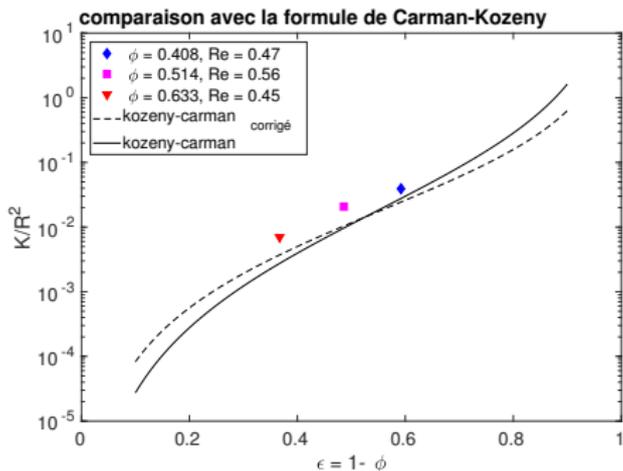
Comparaison avec les résultats
de *Tenneti et al* (2011)

$$Re = \frac{\rho_f(1-\phi)\langle U \rangle D}{\mu_f}$$

$$F^* = \frac{F_{drag}}{3\pi\mu_f D(1-\phi)\langle U \rangle}$$



Réseau dense de particules



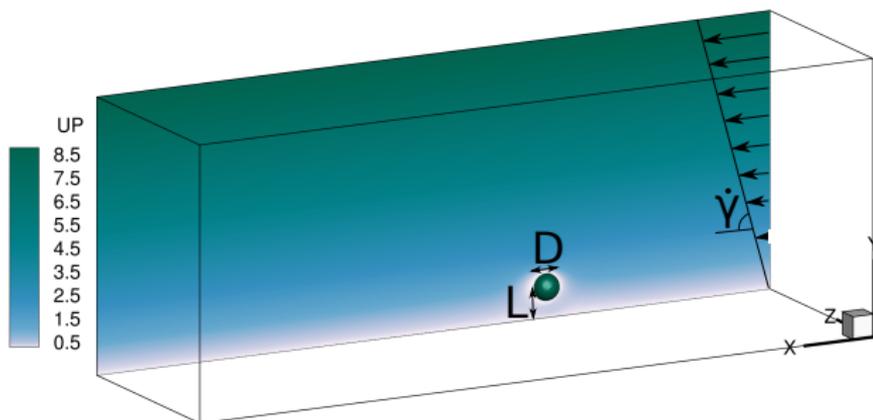
résultat empirique:

$$Re = \frac{\dot{\gamma} D^2}{\nu_f} \rightarrow 0$$

$$\frac{K}{R^2} = \frac{1}{45} \frac{\epsilon^3}{(1 - \epsilon)^2}$$



Sphère proche paroi



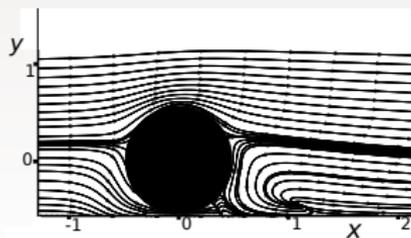
$$Re = \frac{(\dot{\gamma} \cdot L)D}{\nu_f} = 10 \text{ et } \frac{L}{D} = 0.505 \text{ ou } 1$$

coefficients aérodynamiques de la sphère:

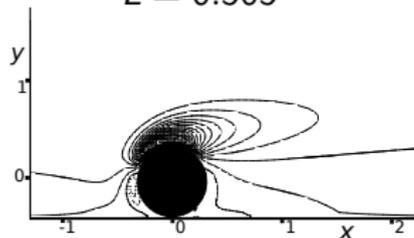
$$C_d = \frac{F_x}{\frac{1}{2} \rho (\dot{\gamma} \cdot L)^2 S}, \quad C_l = \frac{F_y}{\frac{1}{2} \rho (\dot{\gamma} \cdot L)^2 S}, \quad C_m = \frac{-\Gamma_z}{\frac{D}{4} \frac{1}{2} \rho (\dot{\gamma} \cdot L)^2 S}$$



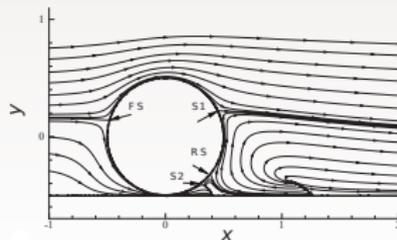
Sphère proche paroi



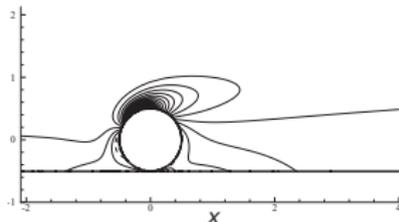
lignes de courant obtenues
dans cette étude pour
 $L = 0.505$



lignes d'isovorticité selon \vec{z}
dans le plan $z = 0$
obtenues dans cette étude
pour $L = 0.505$.



lignes de courant obtenues
par balachandar et al. pour
 $L = 0.505$



lignes d'isovorticité selon \vec{z}
dans le plan $z = 0$
obtenues par balachandar
et al. pour $L = 0.505$.

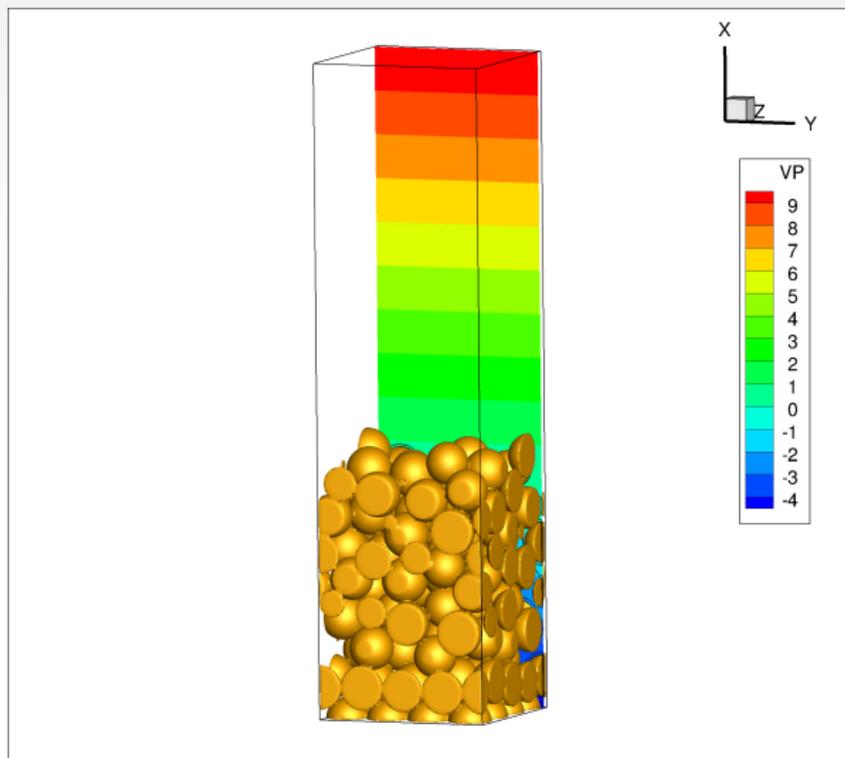


Sphère proche paroi

$L =$		C_d	C_l	C_m	$\theta(^{\circ})$
1	étude présente	5.0	0.72	0.81	67.6
	Balachandar et al.	5.1	0.75	0.80	70.0
	erreur relative en %	2.7	3.5	1.6	3.4
0.505	étude présente	6.2	1.25	1.8	67.6
	Balachandar et al.	6.5	1.3	1.8	67.9
	erreur relative en %	3.9	5.1	0.17	0.49



Et ensuite ?



Et ensuite ?

