Compitino 21.12.04 La Spezia

Esercizio 1

Lunghezza caratteristica del modello : $L' = 0,1$ [m]

" " " prototipo (cioè del crostaceo):

$L = 10^{-3}$ [m]

Velocità caratteristica del modello : $U' = 0,3$ [$m s^{-1}$]

Bisogna che la similitudine parziale di Reynolds sia rispettata : $Re = Re'$

$$\frac{\rho U L}{\mu} = \frac{\rho' U' L'}{\mu'} = \frac{1,263 \times 10^3 \times 0,3 \times 0,1}{1,5} = 25.26$$

La velocità del modello è : $U = 25.26 \dfrac{\mu}{\rho L} =$

$$= 25.26 \frac{10^{-3}}{9.99 \times 10^2 \times 10^{-3}} = 2.528 \times 10^{-2} \, [m s^{-1}]$$

Definisco il coef. di resistenza $c_x = \dfrac{F_x}{\frac{1}{2} \rho U^2 L^2}$

Nel modello ho $c'_x = \dfrac{1,3}{0,5 \times 1,263 \times 10^3 \times 0.3^2 \times 0,1^2} = 2.2873$

Siccome $c_x' = c_x$ (supponendo ininfluenti gli altri numeri senza dimensione), si trova che:

$$F_x = 2.2873 \times \frac{1}{2}\rho U^2 L^2 = \frac{2.2873}{2} 9.99 \times 10^2 \times 2.528^2 \times 10^{-4} \times 10^{-6} =$$

$$= 7.30 \times 10^{-7} \ [N]$$

e, evidentemente, sarebbe impossibile misurare una tale forza sul crostaceo ...

Esercizio 2

1. $x_0$ ed $y_0$ rappresentano la posizione iniziale di una particella fluida.

2. $$x = x_0 e^{kt}$$ $$y = y_0 / e^{kt}$$ $\mapsto$ $\boxed{xy = x_0 y_0}$ equazione di una traiettoria (iperbole)

3. Visto che $x$ ed $y$ sono date in variabili di Lagrange:

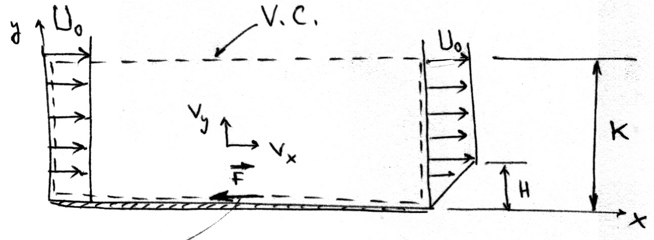
$$v_x = k x_0 e^{kt} = kx$$

$$v_y = -k y_0 e^{-kt} = -ky$$

$$\boxed{\vec{v} = \vec{i}\, kx - \vec{j}\, ky}$$

4. La velocità $\vec{v}$ in variabili di Eulero non dipende dal tempo $(\vec{v} = \vec{v}(x,y))$, e quindi il moto è permanente.

# Esercizio 3




forza della lastra sul fluido

k = altezza scelta per il volume di controllo

Profilo di uscita lineare : $V_x = U_0 \frac{y}{H}$ per $0 \le y \le H$

1. Si forma lo strato limite a causa della viscosità del fluido $\longrightarrow$ condizione di aderenza $\rightarrow$ diffusione di q. di moto.
2. Conservazione della massa:

$$\cancel{\int_{V.C.} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV} + \int_{S.C.} \rho \, \vec{V} \cdot \vec{n} \, dA = 0$$

moto permanente

$$\int_0^K \rho \; U_0 \vec{i}(-\vec{i}) \, dy + \int_0^H \rho \, U_0 \frac{y}{H} \, dy + \int_H^K \rho \, U_0 \, dy + \underbrace{\int_0^L \rho \, V_y \, dx}_{\text{"parete" del V.C. superiore in } y=k} = 0$$

<u>Flusso di massa</u> attraverso la superficie superiore:

$$\boxed{\int_0^L \rho V_y \, dx} = \rho \, U_0 \, k - \rho U_0 \left[\frac{y^2}{2H}\right]_0^H - \rho U_0 (k-H) = \boxed{\frac{1}{2} \rho \, U_0 \, H}$$

3. Principio della quantità di moto:

$$\cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_{V.C.} (\rho \vec{V}) dV} + \int_{S.C.} \rho \, \vec{V} (\vec{V} \cdot \vec{n}) \, dA = \Sigma \, \vec{F}_{\text{sul fluido}}$$

moto permanente

La forza della lastra sul fluido è in direzione orizzontale, il verso è opposto al moto, cioè $-\vec{x}$.

Lungo x :

$$\int_0^K \rho U_0 (-U_0)\,dy + \int_0^H \rho U_0^2 \frac{y^2}{H^2}\,dy + \int_H^K \rho U_0^2\,dy +$$

$$+ \int_0^L \rho U_0 v_y\,dx = \cancel{\int_{V.C.} \rho f_x\,dV} + \int_{S.C.} -p\,\vec{n}\cdot\vec{i}\,dA + \int_{S.C.} \overline{\overline{\Pi}}\,\vec{n}\cdot\vec{i}\,dA$$

nessuna forza di campo orizzontale

$\overline{\overline{\Pi}}$ = tensore degli sforzi viscosi

$$= \int_0^K -p\,(-\vec{i}\cdot\vec{i})\,dy + \int_0^K -p\,(\vec{i}\cdot\vec{i})\,dy + (-F_x)$$

ingresso, normale = $-\vec{i}$

uscita, normale = $\vec{i}$

forza esercitata dalla lastra sulla corrente

Questi due termini si annullano perché $p$ = cost.

$$\boxed{F_x} = \rho U_0^2 K - \rho U_0^2 \frac{H}{3} - \rho U_0^2 (K-H) - U_0 \int_0^L \rho v_y\,dx =$$

$$= \frac{2}{3}\rho U_0^2 H - U_0\left(\frac{1}{2}\rho U_0 H\right) = \boxed{\frac{1}{6}\rho U_0^2 H}$$

Ovviamente, la forza esercitata dal fluido sulla lastra è uguale e contraria.

P.S. Si noti che $K$ $(K > H)$ non interviene, né nel flusso di massa, né nella forza, come è giusto che sia!