Facolta' di Ingegneria
Università degli Studi di Genova

PROVA SCRITTA, 4 Luglio, 2005
MECCANICA DEI FLUIDI
Appunti e testi ammessi

Problema 1 **ANALISI DELLA TENSIONE** **(punti 8)**

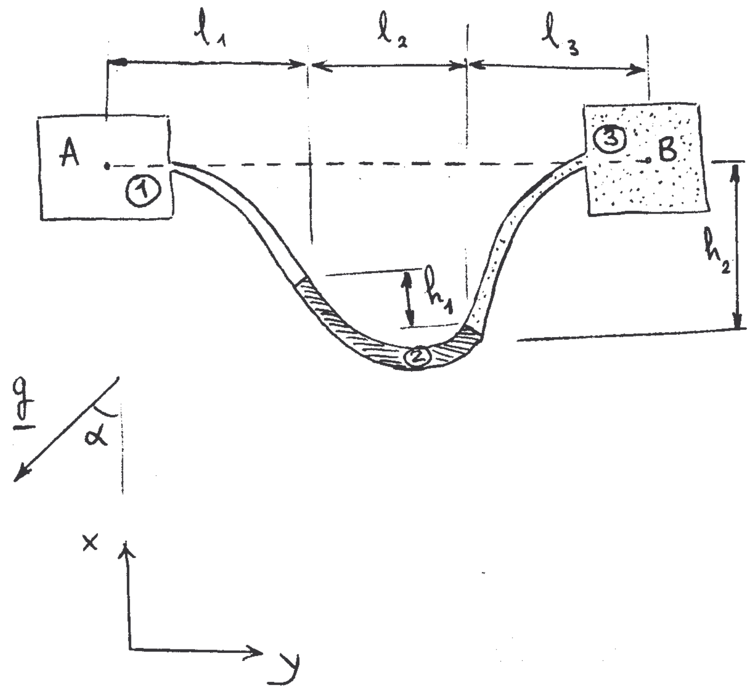
In un punto in un fluido in movimento il tensore degli sforzi $\mathbf{T}$ è dato da:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -150 & 100 & 70 \\ 100 & -200 & 130 \\ 70 & 130 & -500 \end{bmatrix} [\text{kPa}]$$

a) Discutere l'ammissibilità di un tale tensore.
b) Calcolare la tensione $\underline{\mathbf{T}}_n$ su una faccia il cui versore normale è parallelo al vettore
$$\underline{\mathbf{v}} = 0.5\, \underline{\mathbf{i}} + 0.5\, \underline{\mathbf{j}} + 0\, \underline{\mathbf{k}}.$$
c) Trovare infine la componente dello sforzo parallela al versore
$$\underline{\mathbf{m}} = -3/5\, \underline{\mathbf{i}} + 0\, \underline{\mathbf{j}} + 4/5\, \underline{\mathbf{k}}.$$

Problema 2 **STATICA DEI FLUIDI** **(punti 8)**

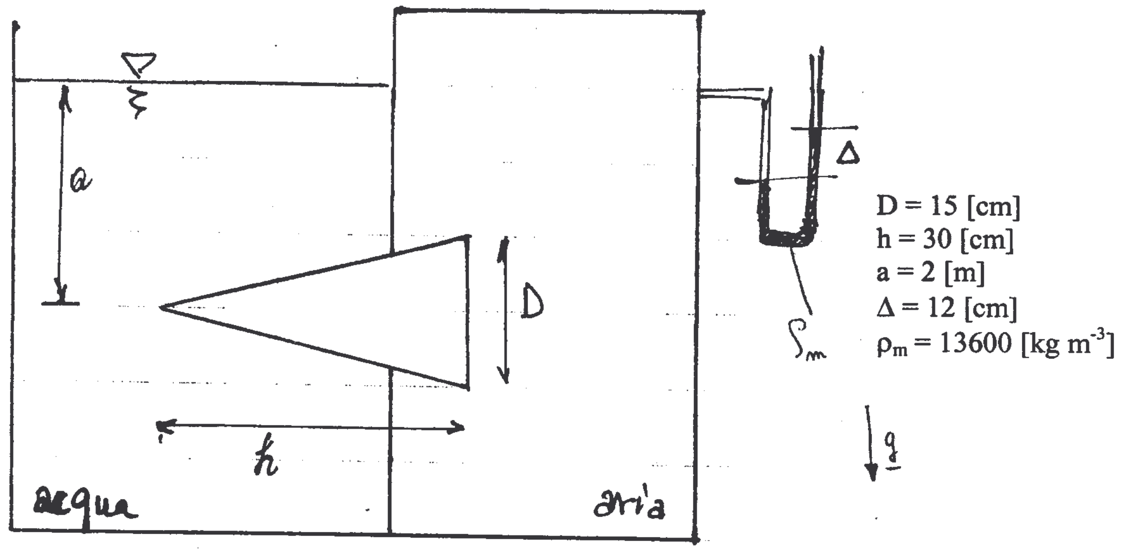
Si calcoli la pressione statica nel punto A per il sistema inerziale di figura (si faccia attenzione alla direzione dell'accelerazione di gravità).



$\alpha = \pi/4$
$p_B = 200$ [kPa]
$l_1 = l_2 = l_3 = 1$ [m]
$h_1 = 30$ [cm]
$h_2 = 40$ [cm]
$\rho_1 = 1000$ [kg m^{-3}]
$\rho_2 = 3000$ [kg m^{-3}]
$\rho_3 = 1500$ [kg m^{-3}]

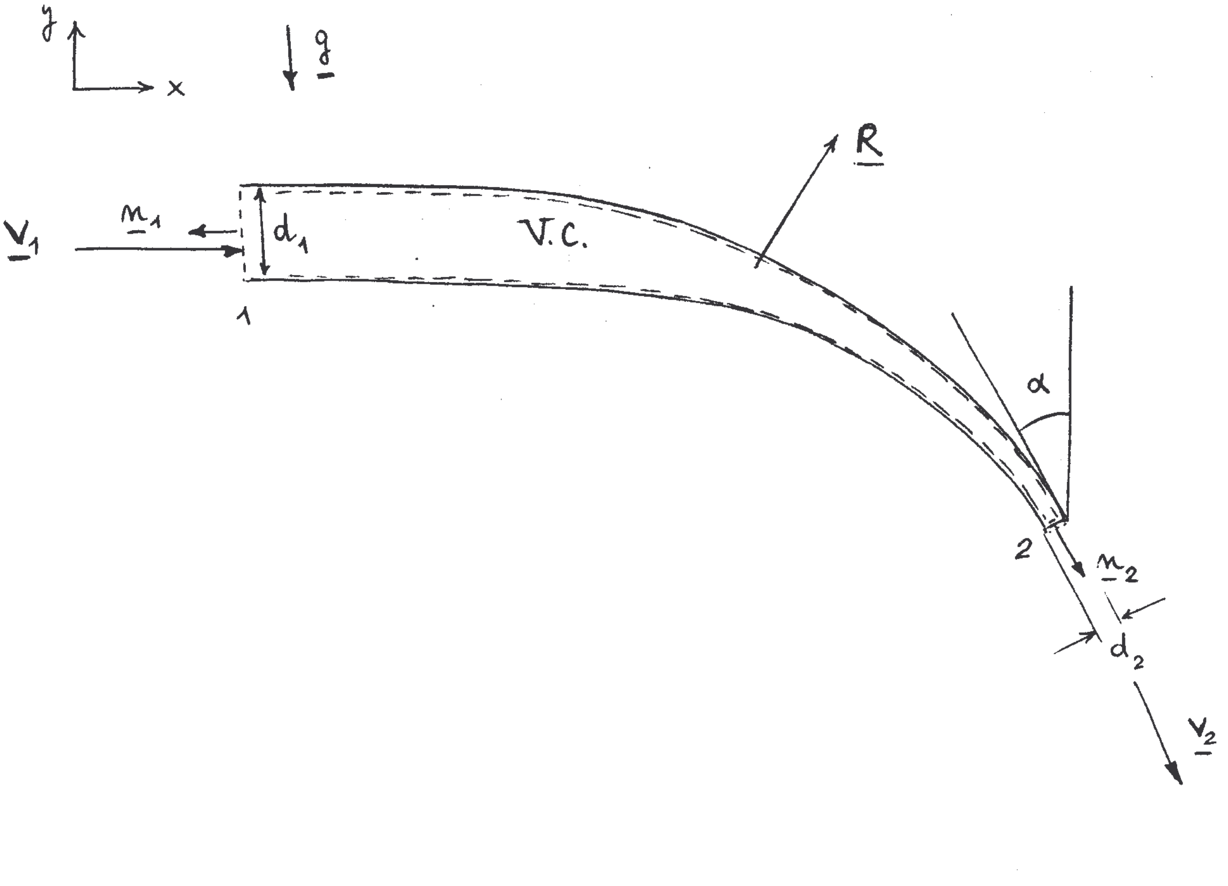
Problema 3 **SPINTA SU SUPERFICI GOBBE** **(punti 10)**

Una spina conica di peso trascurabile è inserita come in figura e separa due fluidi diversi; la spina è immersa in acqua per 2/3 della sua altezza. Con i dati assegnati determinare se la pressione dell'aria è sufficiente a mantenere la spina in posizione.



Problema 4 **ANALISI INTEGRALE DELMOTO** **(punti 9)**

Dell'acqua in moto permanente entra nella curva di una tubatura di sezione circolare (che si restringe gradualmente) a velocità costante $v_1 = 4$ [ms^{-1}]. Inoltre: $p_1 = 2.5 \times 10^5$ [Pa], $p_2 = 10^5$ [Pa], $\alpha = \pi/6$, $d_1 = 12$ [cm] e $d_2 = 6$ [cm]. Tra le due flange in 1 e 2 la curva può contenere 6 [kg] d'acqua. Trovare la spinta **R** esercitata sulla curva dall'acqua che lo attraversa.



Esame MdF , 4 Luglio 2005

Problema 1

$$\mathbb{T} = \begin{bmatrix} -150 & 100 & 70 \\ 100 & -200 & 130 \\ 70 & 130 & -500 \end{bmatrix} \quad [kPa]$$

a) ammissibile perche' simmetrico $(T_{ij} = T_{ji})$, e perche' tutte le T_{ii} sono negative (compressione)

b) $\underline{v} = 0.5\ \underline{i} + 0.5\ \underline{j} + 0\ \underline{k}$

Il versore (norma 1) e' quindi $\underline{n} = \frac{1}{\sqrt{2}}\underline{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\underline{j} + 0\ \underline{k}$

$$n_1 = n_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad n_3 = 0$$

$$T_{n_i} = T_{ji}\, n_j \qquad \underline{T}_n = \underline{T}_1 n_1 + \underline{T}_2 n_2 + \underline{T}_3 n_3$$

$$T_{n_i} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -150 & 100 & 70 \\ 100 & -200 & 130 \\ 70 & 130 & -500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{50}{\sqrt{2}}, & -\frac{100}{\sqrt{2}}, & \frac{200}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

$$= 162.157 \begin{bmatrix} -0.2182, & -0.4364, & 0.8728 \end{bmatrix} = 162.157\ \underline{n}_1$$

con $\underline{n}_1$ il versore di coordinate $\underline{n}_1 = [-.2182, -.4364, .8728]$

c) La componente dello sforzo $\parallel$ a $\underline{n} = \left[-\frac{3}{5},\ 0,\ 4/5\right]$ si trova con una semplice proiezione:

$$\underline{T}_n \cdot \underline{n} = 162.157\ \underline{n}_1 \cdot \underline{n} = 134.454 \quad kPa$$

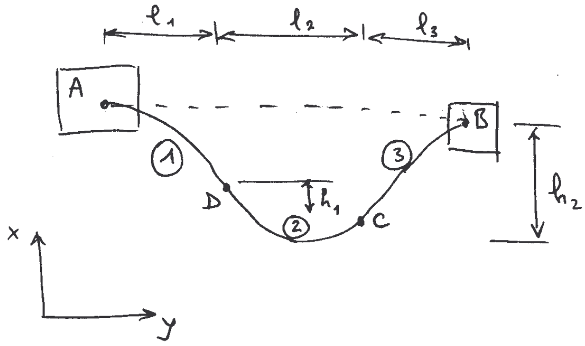
Problema 2

L' eq. dell' idrostatica si scrive $\rho \underline{g} = \underline{\nabla} p$; cioè in questo caso

$$\rho \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}, 0 \right) |\underline{g}| = \left(\frac{\partial p}{\partial x}, \frac{\partial p}{\partial y}, \frac{\partial p}{\partial z} \right)$$

cioè:
$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rho g \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rho g \qquad \frac{\partial p}{\partial z} = 0$$

Integrando:
$$p = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rho g (x+y) + \text{cost.}$$



$$p_B = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rho_3 g (x_B + y_B) + \text{cost.}$$

$$p_C = -\frac{\sqrt{2}}{2} \rho_3 g (x_C + y_C) + \text{cost.}$$

$$p_C - p_B = \frac{\sqrt{2}}{2} \rho_3 g \left[(x_B - x_C) + (y_B - y_C) \right]$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \rho_3 g \left[l_3 + h_2 \right]$$

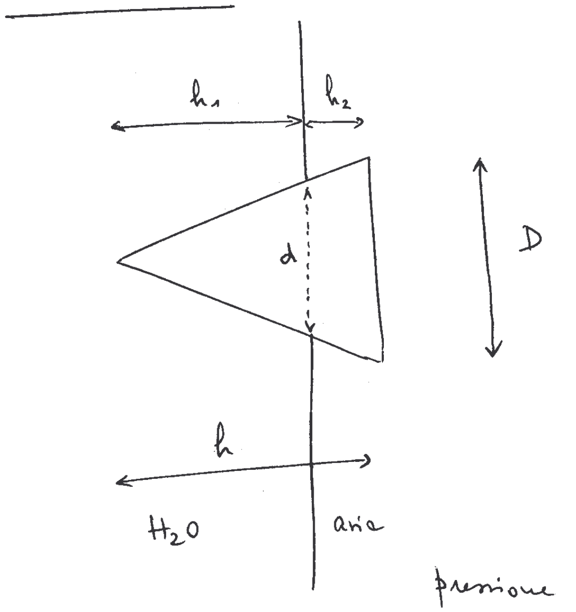
Analogamente:
$$p_D - p_C = \frac{\sqrt{2}}{2} \rho_2 g \left[-h_1 + l_2 \right]$$

$$p_A - p_D = \frac{\sqrt{2}}{2} \rho_1 g \left[(h_1 - h_2) + l_1 \right]$$

Finalmente:
$$p_A = p_B + \frac{\sqrt{2}}{2} g \left[\rho_1 (h_1 - h_2) + \rho_1 l_1 - \rho_2 h_1 + \rho_2 l_2 + \rho_3 l_3 + \rho_3 h_2 \right]$$

$$= 235,372 \text{ KPa}$$

Problema 3



$$h_1 = \frac{2}{3} h = 0.2 \ [m]$$

$$h_2 = \frac{1}{3} h = 0.1 \ [m]$$

$$p_{aria} = P_{atm} + \gamma_m \Delta =$$

$$10^5 + 13600 \times 0.12 \times 9.81 =$$

$$= 116009.92 \ \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

pressione al centro della spina, lato acqua:

$$p = P_{atm} + \gamma_{H_2O}\, a = 10^5 + 10^3 \times 9.81 \times 2 = 119620 \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

$$F_0 \Big|_{lato\ H_2O} = p\, \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \qquad \text{con} \qquad d = \frac{h_1 D}{h} = \frac{2}{3} D = 0.1 \ [m]$$

$$= 119620 \times \pi \times (0.05)^2 = 939{,}5 \ [N]$$

$$F_0 \Big|_{lato\ aria} = 116009.92 \times \pi \times (0.05)^2 = 911.1 \ [N]$$

Quindi la pressione dell' aria <u>non</u> e' sufficiente a mantenere la spina in posizione.

Problema 4

$$\underline{R} = \int_{\text{aperture}} -p\,\underline{n}\,dA + \int_{S.F.} \rho\,\underline{f}\,dV - \cancel{\frac{\partial}{\partial t}\int_{V.C.} \rho\,\underline{v}\,dV} - \int_{\text{aperture}} \rho\,\underline{v}\,(\underline{v}_r\cdot\underline{n})\,dA$$

moto permanente

$$n_2 = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2}\,\underline{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\,\underline{j}$$

In questo caso:

$$\underline{R} = p_1 A_1\,\underline{i} - p_2 A_2\left(\frac{1}{2}\underline{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\underline{j}\right) - mg\,\underline{j} - \rho\,\underline{v}_1(\underline{v}_1\cdot\underline{n}_1)A_1 - \rho\,\underline{v}_2(\underline{v}_2\cdot\underline{n}_2)A_2$$

$$= p_1 A_1\,\underline{i} - p_2 A_2\left(\frac{1}{2}\underline{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\underline{j}\right) - mg\,\underline{j} + \rho v_1^2 A_1\,\underline{i} - \rho v_2^2 A_2\left(\frac{1}{2}\underline{i} - \frac{\sqrt{3}}{2}\underline{j}\right) =$$

$$= \underline{i}\left(p_1 A_1 - \frac{p_2 A_2}{2} + \rho v_1^2 A_1 - \frac{\rho v_2^2 A_2}{2}\right) + \underline{j}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} p_2 A_2 - mg + \frac{\sqrt{3}}{2}\rho v_2^2 A_2\right)$$

Siccome la corrente e' incomprimibile: $\rho v_1 A_1 = \rho v_2 A_2$

$$v_2 = v_1\frac{A_1}{A_2} = v_1\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 16\left[\frac{m}{s}\right]$$

$$\underline{R} = \underline{i}\left(2.5\times10^5\times\pi\times\frac{(0.12)^2}{4} - 10^5\times\pi\times\frac{(0.06)^2}{8} + 10^3\times16\times\pi\times(0.06)^2 - 10^3\times16^2\times\frac{(0.06)^2}{8}\right)$$

$$+\,\underline{j}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times10^5\times\frac{(0.06)^2}{4} - 6\times9.81 + \frac{\sqrt{3}}{2}\times10^3\times16^2\times\pi\times\frac{(0.06)^2}{4}\right) =$$

$$= 2751.8\ \underline{i} + 645.1\ \underline{j}\quad[N]$$