Università degli Studi di Genova
Facoltà di Ingegneria

Compitino di Meccanica dei Fluidi
27 Ottobre 2005, ore 8:00
Un foglio "aiuti" formato A4 ammesso
Rispondete dettagliatamente e giustificate tutte le vostre risposte

COMPITINO A

Esercizio 1: **Unità di misura** (~3 punti)

Si scrivano le unità di misura della viscosità cinematica ν e dinamica μ (sia nel sistema SI che nel sistema "cgs"), e si espliciti il rapporto tra ν ed μ.

Esercizio 2: **Matrice degli sforzi** (~6 punti)

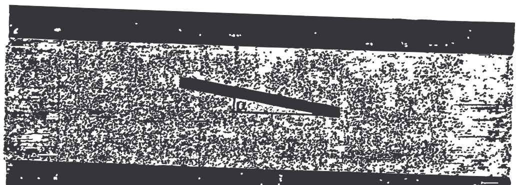
Una matrice degli sforzi in un punto A di un fluido è data da:

$$\begin{bmatrix} T_{xx} & T_{xy} & T_{xz} \\ T_{yx} & T_{yy} & T_{yz} \\ T_{zx} & T_{zy} & T_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{bmatrix} \text{ [KPa]}$$

1. Si esprima $\underline{T}_n$, vettore di sforzo nel piano di normale $\underline{n} = (n_1, n_2, n_3)$ nello stesso punto A.
2. Si trovi il versore $\underline{n}$ tale che $\underline{T}_n$, sia parallelo ad $\underline{n}$.
3. Qual'è la relazione tra $\underline{n}$ così trovato e le "direzioni principali"?

Esercizio 3: **Sforzi su una lastra inclinata in una galleria del vento** (~5 punti)

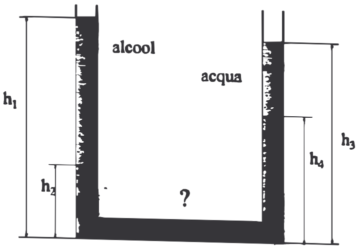
Un modello di ala di aeroplano consiste essenzialmente in una lastra piana di 1 [m^2] posta all'interno di una galleria del vento in modo tale che il suo angolo di incidenza sia $\alpha = 15°$. L'apertura di aspirazione della galleria è aperta all'atmosfera. Quando la galleria entra in funzione, il dinamometro che tiene la lastra in posizione mostra una forza di 50 [N] nella direzione della velocità dell' aria (forza di resistenza) ed una forza di 500 [N] diretta verso l'alto (forza di portanza). Trovare lo sforzo sui due lati della piastra prima e dopo che la galleria è entrata in funzione.



- Esercizio 4: **"Manometri"**

(~ 4punti)

Dato il dispositivo in figura, calcolare la densità del fluido incognito. Come cambierebbero i livelli se tale dispositivo fosse trasportato sulla luna?



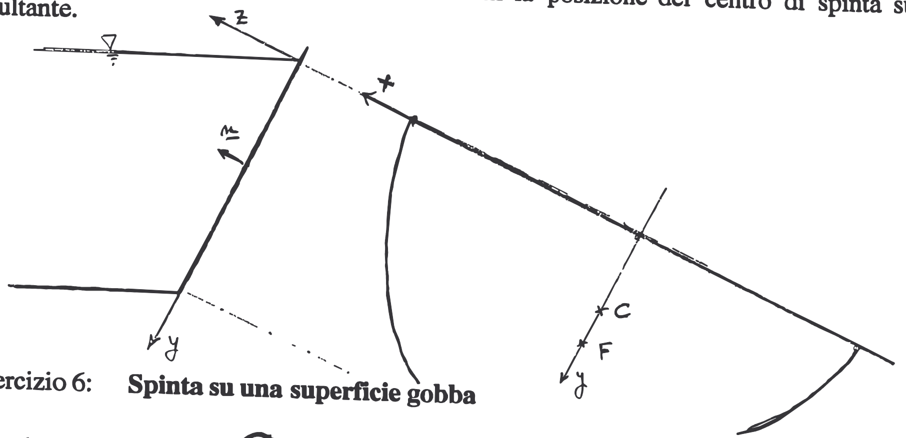
$h_1 = 40$ cm $\quad h_2 = 16$ cm $\quad h_3 = 32$ cm

$h_4 = 21$ cm $\quad \rho_{\text{acqua}} = 1000\ \text{Kg/m}^3 \quad \rho_{\text{alcool}} = 780\ \text{Kg/m}^3$

- Esercizio 5: **Spinta su una superficie piana semicircolare**

(~8 punti)

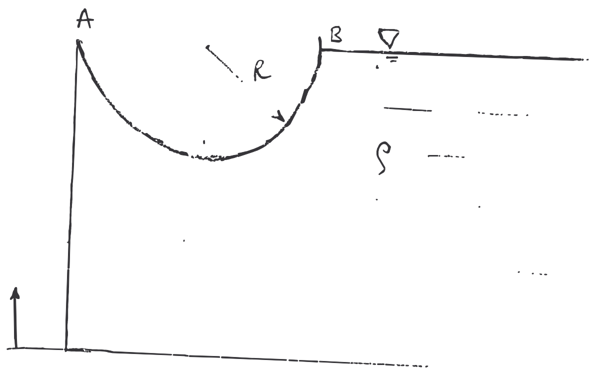
Data la superficie piana di figura si calcoli la spinta risultante dell'acqua sulla superficie (modulo, direzione e verso del vettore F) e si determini la posizione del centro di spinta su cui agisce la risultante.



- Esercizio 6: **Spinta su una superficie gobba**

(~ 7punti)

Data la superficie gobba $\widehat{AB}$ di figura si calcoli la spinta risultante dell'acqua sulla superficie (modulo, direzione e verso del vettore F).



profondità unitaria

$R = 60$ [cm]

$\rho = 1$ [g cm^{-3}]

COMPITINO A , 27/10/05

Es. 1. $\nu = \dfrac{\mu}{\rho}$

$\nu\ [m^2/s]$ $\quad$ $[cm^2/s] = [stokes]$

$\mu\ \left[\dfrac{kg}{m\, s} = \dfrac{N\, s}{m^2}\right]$ $\quad$ $\left[\dfrac{g}{cm\, s} = \dfrac{dyne\ s}{cm^2}\right] = [poise]$

SISTEMA SI $\qquad$ SISTEMA "CGS"

Es. 2.

$$\mathbb{T} = \begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{pmatrix} \ [kPa]$$

$$\underline{T}_n = \underline{n}\,\mathbb{T} = (n_1\ n_2\ n_3)\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -2 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -3 \end{pmatrix} =$$

2.1 $\quad (-2n_2 - n_3\ ,\ -2n_1 + n_2\ ,\ -n_1 - 3n_3)$

2.2 $\quad \underline{T}_n \parallel \underline{n}$ significa che $\boxed{\underline{T}_n = \lambda\, \underline{n}}$

e λ è una tensione principale !

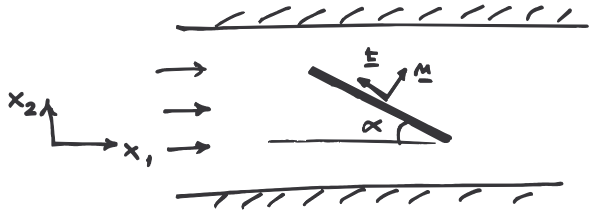
$$\begin{cases} -2n_2 - n_3 = \lambda\, n_1 \\ -2n_1 + n_2 = \lambda\, n_2 \\ -n_1 - 3n_3 = \lambda\, n_3 \end{cases} \qquad \underbrace{\begin{pmatrix} -\lambda & -2 & -1 \\ -2 & 1-\lambda & 0 \\ -1 & 0 & -3-\lambda \end{pmatrix}}_{\text{soluzione se } \det = 0}\begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$+\lambda(1-\lambda)(3+\lambda) + 2(3+\lambda)2 - 1(1-\lambda) = 0$$

$\Rightarrow$ 3 soluzioni $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ con associati 3 autovettori $\underline{n}$

2.3. Tali autovettori definiscono le direzioni principali.

Es. 3.



$\alpha = 15°$

$\rightarrow \quad \underline{n} = (\sin 15°, \cos 15°) =$

$= (0.2588,\ 0.9659)$

$\underline{t} = (-\cos 15°, \sin 15°) =$

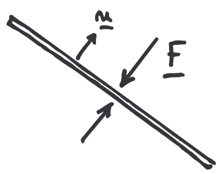
$\underline{n} \cdot \underline{t} = 0 \qquad = (-0.9659,\ 0.2588)$

A riposo c'è solo p_{atm} che agisce $\perp$ alla lastra.

Sulla faccia superiore quindi $\underline{F} = -\underline{n}\, p_{atm} S =$

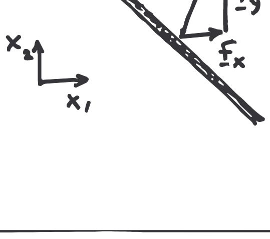
$$= \left(-0.2588 \cdot 10^5 \cdot 1,\ -0.9659 \cdot 10^5 \cdot 1\right) \left[\frac{N}{m^2}\right]$$

Sulla faccia inferiore c'è una <u>forza uguale</u> e <u>di verso contrario</u>.



Quando non c'è moto la forza sulla lastra è quindi bilanciata (a meno del peso della lastra che trascuriamo).

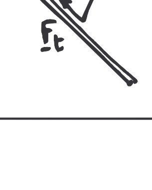
Quando c'è moto, trascurando la forza causata dalla p_{atm} che si bilancia sui 2 lati abbiamo:



$\underline{F} = (50, 500)\ [N] = \|\underline{F}\|\ \underline{n} = 502.49\ (0.0995,\ 0.9950)\ [N]$

Quindi: $\quad F_n = \underline{F} \cdot \underline{n} = 495.86\ [N]$

$F_t = \underline{F} \cdot \underline{t} = 80.925\ [N]$



Lo sforzo si trova dividendo per $1\ [m^2]$, e considerando che ognuna delle 2 facce della lastra è soggetta a "mezzo" sforzo.

Es. 4. Sul fondo del tubo ad U si ha:

$$p_{fondo} = p_{atm} + \rho_{alcool}\, g\,(h_1 - h_2) + \rho_?\, g\, h_2$$

$$p_{fondo} = p_{atm} + \rho_{H_2O}\, g\,(h_3 - h_4) + \rho_?\, g\, h_4$$

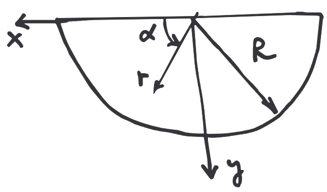
$$\Rightarrow \quad \rho_{alcool}\, g\,(h_1 - h_2) + \rho_?\, g\, h_2 = \rho_{H_2O}\, g\,(h_3 - h_4) + \rho_?\, g\, h_4$$

Relazione che produce lo <u>stesso risultato</u> per $\forall\, g$!

Quindi:
$$\rho_? = \frac{1}{h_4 - h_2}\left[\rho_{alcool}(h_1 - h_2) - \rho_{H_2O}(h_3 - h_4)\right] =$$

$$= \frac{1}{5}\left[780 \cdot 24 - 1000 \cdot 11\right] = \boxed{1544 \left[\frac{kg}{m^3}\right]}$$

Es. 5.
$$\underline{F} = -\underline{k}\, \gamma_{H_2O} \sin\theta\; y_c\, S$$



$$y_c = \frac{1}{S}\int_S y\, dS =$$

$$= \frac{2}{\pi R^2}\iint r^2 \sin\alpha\, dr\, d\alpha$$

(poiché $y = r \sin\alpha$ e $dS = r\, d\alpha\, dr$)
con $r \in [0, R]$
$\alpha \in [0, \pi]$

$$\Rightarrow \quad y_c = -\frac{2}{\pi R^2}\,\frac{R^3}{3}\left[\cos\theta\right]_0^{\pi} = \frac{4R}{3\pi}$$

Quindi:
$$\underline{F} = -\underline{k}\, \gamma_{H_2O} \sin\theta\, \frac{4R}{3\pi}\, \frac{\pi R^2}{2} = \boxed{-\underline{k}\, \gamma_{H_2O}\, \frac{2}{3} R^3 \sin\theta}$$

La spinta $\underline{F}$ risultante agisce nel centro di spinta F, che si trova lungo l'asse y (per ragioni di simmetria).

Quindi : $\boxed{x_F = 0}$

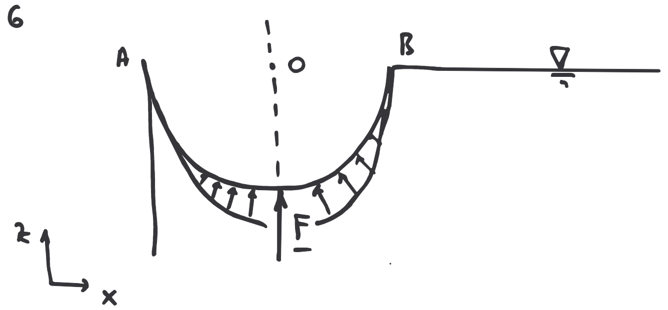
$$y_F = \frac{I_{xx}}{y_c S}$$

$$I_{xx} = \int_S y^2 \, dS = \iint r^3 \sin^2\alpha \, dr \, d\alpha = \frac{R^4}{4}\left[\frac{\alpha}{2} - \frac{\sin\alpha\cos\alpha}{2}\right]_0^{\pi} =$$

$$= \frac{\pi R^4}{8}$$

Quindi $\boxed{y_F = \frac{\pi R^4/8}{2R^3/3} = \frac{3}{16}\pi R}$

Es. 6



$\underline{F}$ risultante

$\underline{F} = \underline{F}_o + \underline{F}_v$

$\underline{F}_o = \underline{0}$ per simmetria

$\underline{F}_v = \underline{k} \, \frac{\pi R^2}{2} \cdot 1 \, \rho_{H_2O} \, g$

profondità = 1 [cm]

con $\underline{F}_v$ che passa – ovviamente – per O in quanto il baricentro del semicerchio si trova lungo la verticale per O.

$$\underline{F} = \underline{F}_v = \underline{k} \, \frac{\pi \cdot 60^2}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 981 = \begin{cases} 5547424 \; [\text{dyne}] \\ 55.4742 \; [\text{N}] \end{cases}$$