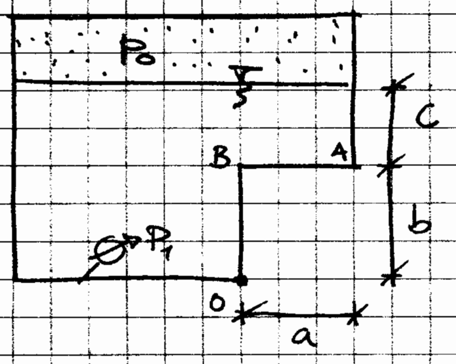
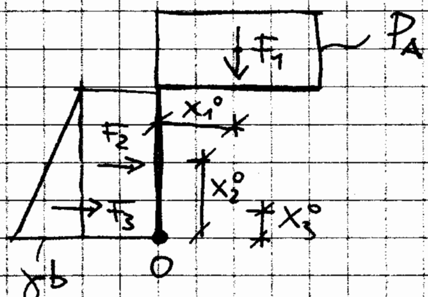
COMPITO 19/02/2008

ESERCIZIO 1



Determino la distribuzione di pressione sulla paratoia OBA



$P_A = P_1 - \gamma b$

$= 20000 - 9810 \cdot 0.4 = 16076\ N/m^2$

Determino le forze F_1, F_2 e F_3

$F_1 = P_A \cdot a \cdot 1 = 16076 \cdot 0.3 \cdot 1 = 4822.8\ N$

$F_2 = P_A \cdot b \cdot 1 = 16076 \cdot 0.4 \cdot 1 = 6430.4\ N$

$F_3 = \gamma \cdot b \cdot \frac{1}{2} \cdot b \cdot 1 = 9810 \cdot \frac{0.4^2}{2} \cdot 1 = 784.8\ N$

Determino quindi i bracci delle forze rispetto al p.to O

$x_1^o = a/2 = 0.15\ m$

$x_2^o = b/2 = 0.2\ m$

$x_3^o = b/3 = 0.13\ m$

Calcolo infine i momenti delle singole forze:

$M_1 = F_1\ x_1^o = 4822.8 \cdot 0.15 = 723.42\ Nm$

$M_2 = F_2 \cdot x_2^o = 6430.4 \cdot 0.2 = 1286.08\ Nm$

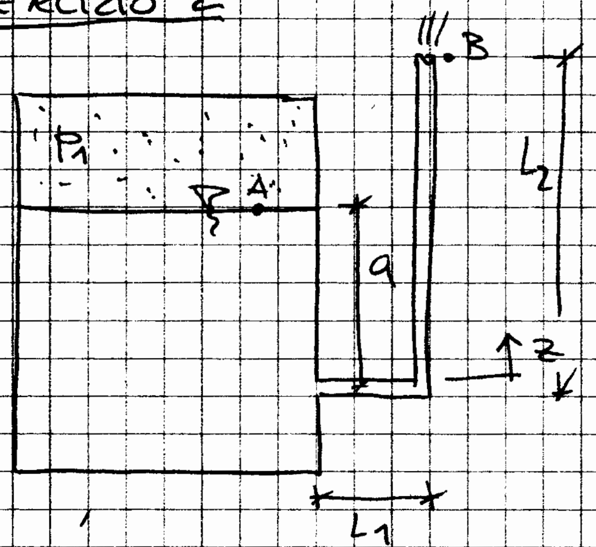
$M_3 = F_3 \cdot x_3^o = 784.8 \cdot 0.13 = 104.64\ Nm$

$2114.14\ Nm$ Momento da applicare in O per tenere in equilibrio la paratia

Calcolo infine la pressione del gas:

$P_{gas} = P_1 - \gamma(b+c) = 20000 - 9810(0.4+0.35) = 12642.5\ N/m^2$

ESERCIZIO 2



Il carico nel p.to A deve vincere le perdite e far defluire la portata Q dal p.to B

$$H_1 = H_2 + \Delta H$$

$$H_1 = a + \frac{p_1}{\gamma}$$

$$H_2 = L_2 + \frac{U^2}{2g}$$

$$\Delta H = (0.5 + 1)\frac{U^2}{2g} + \frac{\lambda (L_1 + L_2)}{D}\frac{U^2}{2g}$$

Quindi mettendo tutto assieme:

$$\frac{p_1}{\gamma} = L_2 + \frac{U^2}{2g} - a + \frac{U^2}{2g}\left[1.5 + \frac{\lambda (L_1 + L_2)}{D}\right]$$

$$U = \frac{Q}{\Omega} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0.5/1000}{\pi (0.03)^2} = 0.7074 \text{ m/s}$$

Per determinare λ devo valutare il numero di Reynolds Re e la scabrezza relativa ε_r

$$Re = \frac{UD}{\nu} = 21220 \qquad \varepsilon_r = \frac{y_r}{D} = \frac{0.0002}{0.03} = 0.00667$$

Dalla formula di Colebrook si ottiene $\lambda = 0.0365$

Quindi sostituendo nella relazione iniziale:

$$p_1 = \gamma\left\{L_2 - a + \frac{U^2}{2g}\left[2.5 + \frac{\lambda (L_1 + L_2)}{D}\right]\right\} = 12474 \text{ N/m}^2$$

ESERCIZIO 4

Nella similitudine di Froude $Fr_m = Fr_p \Rightarrow \frac{U_m}{\sqrt{g D_m}} = \frac{U_p}{\sqrt{g D_p}}$

La scala delle velocità vale:

$$\frac{U_m}{U_p} = \frac{\sqrt{g D_m}}{\sqrt{g D_p}} = \sqrt{\frac{D_m}{D_p}} = \sqrt{\lambda}$$

La scala dei tempi si ottiene sapendo che $[U] = L/T$

$$\frac{U_m}{U_p} = \frac{L_m}{T_m}\frac{T_p}{L_p} = \sqrt{\lambda} \leadsto t = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda}} = \sqrt{\lambda}$$

Per determinare la scala delle forze si utilizza il numero di Newton

$$Ne = \rho U_m^2 D_m^2 / \rho U_p^2 D_p^2$$

Quindi $\quad Ne = u^2 \cdot \lambda^2 = \lambda \cdot \lambda^2 = \lambda^3 = \frac{F_m}{F_p}$

da cui $\quad F_p = \frac{F_m}{\lambda^3} = 10^3 \cdot 50 = 50\,000 \, N$

ESERCIZIO 5

Il campo di moto è bidimensionale $(u, v) = (7y - 5, 5x + 3)$

Per vedere se è stazionario bisogna calcolare $\frac{\partial}{\partial t}$

Siccome t non appare si avrà $\frac{\partial}{\partial t} = 0 \Rightarrow$ il campo di moto è stazionario

Per verificare o meno la rotazionalità è necessario calcolare la vorticità:

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 5 - 7 = -2$$

Essendo $\omega \neq 0$ il campo di moto è rotazionale

Il tensore delle velocità di deformazione è definito come:

$$\mathbb{E} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) & \frac{\partial v}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}(7+5) \\ \frac{1}{2}(7+5) & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 6 \\ 6 & 0 \end{bmatrix}$$

Le linee di corrente si possono scrivere come:

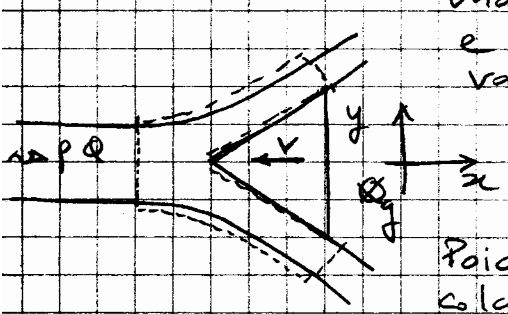
$$\frac{dx}{u_x} = \frac{dy}{v_y} \rightarrow v_y \, dy = u_x \, dx$$

$$(5x + 3)\, dx = (7y - 5)\, dy$$

Integrando $\Rightarrow \frac{5x^2}{2} + 3x + C_1 = \frac{7y^2}{2} - 5y + C_2$

dove C_1 e C_2 sono costanti di integrazione

ESERCIZIO 6



Una volta identificato il Volume di Controllo e definito un sistema di riferimento $x\,y$, posso valutare i termini del principio della Quantità di Moto

$$\underline{I} + \underline{M} = \underline{\Pi} + \underline{G}$$

Poiché il moto è stazionario e $\underline{g}$ è perpendicolare al piano considerato

$$G_x = G_y = \emptyset \qquad \underline{I} = \emptyset$$

Il flusso di quantità di moto entrante nel VC risulta $M_i^* = \rho Q (U+V)$

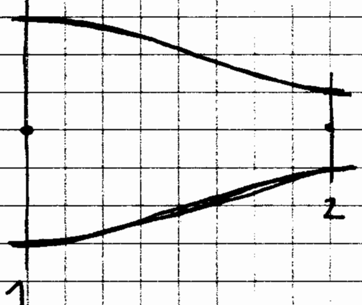
Il flusso di quantità di moto uscente dal VC risulta $M_u^* = \rho Q (U+V) \cos\theta$

Le forze esterne esercitata sul fluido sono $\Pi_x = -F_x$

$$\Rightarrow -F_x = \rho Q (U+V) \cos\theta - \rho Q (U+V)$$

$$F_x = \rho Q (U+V)(1-\cos\theta)$$

ESERCIZIO 7



Applico il teorema di Bernoulli tra le sezioni 1 e 2

$$H_1 = H_2$$

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{U_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{U_2^2}{2g}$$

Dall'equazione di continuità ricavo le velocità

$$U_1 = Q/\Omega_1 = 0.71 \text{ m/s} \quad ; \quad U_2 = Q/\Omega_2 = 0.36 \text{ m/s}$$

da cui $p_2 = \left[(z_1 - z_2) + \frac{U_1^2 - U_2^2}{2g}\right]\gamma + p_1 = -11976$ N/m²

ESERCIZIO 8

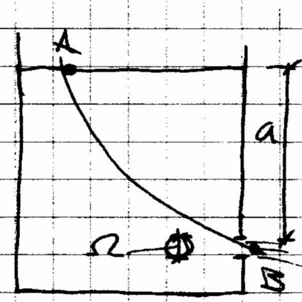
Il teorema di Bernoulli per le correnti vale nel caso di:

Moto Stazionario

Perdite di carico trascurabili

Fluido Barotropico

Campo di forze di gravitazionale



$H_A = H_B$

$H_A = a$

$H_B = \frac{U^2}{2g}$

$\rightarrow U = \sqrt{2ga}$

$$Q = C_c \cdot \Omega \cdot \sqrt{2ga}$$

In generale, la variazione della quota della superficie nel serbatoio varia in funzione della portata defluente. Se S è la superficie della base del serbatoio allora:

$-dh \cdot S = Q\,dt$ dove dh è la variazione di quota nel serbatoio

$$-dh \cdot S = C_c \cdot \Omega \cdot \sqrt{2gh}\, dt \rightarrow \frac{dh}{\sqrt{h}} = -C_c \frac{\Omega}{S} \sqrt{2g}\, dt$$

Integrando si ottiene $\rightarrow 2\sqrt{h_2} - 2\sqrt{h_1} = -C_c \frac{\Omega}{S} \sqrt{2g}\,(t_2 - t_1)$