COMPITINO PARZIALE
6 OTTOBRE 2007

ESERCIZIO 1

- Punto di ristagno $\underline{V} = 0 = (u, v) = (3y+7,\ 7x-2) = (0, 0)$

$$\begin{cases} 3y+7=0 & y = -7/3 \\ 7x-2=0 & x = 2/7 \end{cases}$$

- Linee di corrente $\frac{u}{dx} = \frac{v}{dy} \rightsquigarrow (3y+7)\,dy = (7x-2)\,dx$

$$\Rightarrow \frac{3y^2}{2} + 7y = \frac{7x^2}{2} - 2x$$

- $\underline{a}(3,2) = \frac{d\underline{V}}{dt}(3,2)$

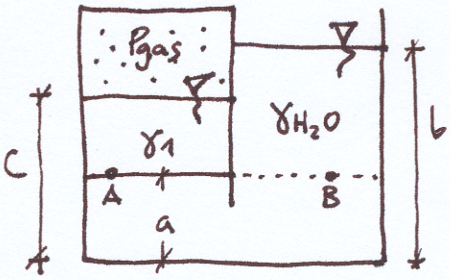
$$\frac{dV}{dt} = \begin{cases} \frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} \\ \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} \end{cases}$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \phi \ ; \ \frac{\partial u}{\partial x} = \phi \ ; \ \frac{\partial u}{\partial y} = 3 \Rightarrow a_x = \phi + \phi + (7x-2)3$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \phi \ ; \ \frac{\partial v}{\partial x} = 7 \ ; \ \frac{\partial v}{\partial y} = \phi \Rightarrow a_y = \phi + (3y+7)7 + \phi$$

$$\underline{a}(3,2) = [(7\cdot 3-2)\cdot 3,\ (3\cdot 2+7)7] = (57, 91)$$

ESERCIZIO 2



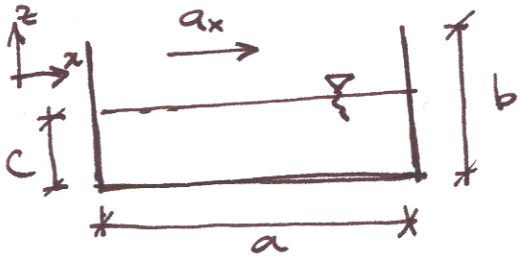
La pressione nei p.ti A e B deve essere la stessa $P_A = P_B$

$$P_B = \gamma_{H_2O}(b-a) = 9810\,(3-1.8) = 11772 \ Pa$$

$$P_A = P_{gas} + \gamma_1 (c-a)$$

$$\Rightarrow \gamma_1 = \frac{P_B - P_{gas}}{(c-a)} = \frac{11772 - 5000}{(2.5-1.8)} \cong 9674 \ N/m^3$$

ESERCIZIO 3



$a = 5\,m$

$b = 3\,m$

$c = 1.5\,m$

La distribuzione di pressione nel fluido nel cassone è

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho a_x \quad ; \quad \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g$$

$$dp = \frac{\partial p}{\partial x} dx + \frac{\partial p}{\partial z} dz = -\rho a_x dx - \rho g\, dz$$

$$\Rightarrow \quad p_2 - p_1 = -\rho a_x (x_2 - x_1) - \rho g (z_2 - z_1)$$

Se i p.ti 1 e 2 giacciono sulla superficie libera e sono alle due estremità del cassone si avrà:

$$p_2 - p_1 = \emptyset \quad ; \quad x_2 - x_1 = a \quad ; \quad z_2 - z_1 = -b$$

$$\Rightarrow \quad \emptyset = -\rho a_x a + \rho g b$$

Infine $\quad a_x = g\dfrac{b}{a} = 9.81 \cdot \dfrac{3}{5} \cong 5.9\ m/s^2$

ESERCIZIO 4

La similitudine di Reynolds impone che

$$Re_m = \frac{U_m L_m}{\nu_m} = \frac{U_p L_p}{\nu_p} = Re_p$$

Utilizzando lo stesso fluido nel modello e nel prototipo

$$\nu_m = \nu_p \quad \rightsquigarrow \quad \frac{U_m}{U_p} = \frac{L_p}{L_m} = \frac{1}{\lambda}$$

La scala di riduzione delle forze risulta quindi

$$\frac{F_m}{F_p} = \frac{\rho_m U_m^2 L_m^2}{\rho_p U_p^2 L_p^2} = \frac{1}{\lambda^2} \cdot \lambda^2 = 1 \quad \rightsquigarrow \quad F_p = F_m = 5\ kN$$

Verifico se μ, ν e g sono grandezze dimensionalmente indipendenti.

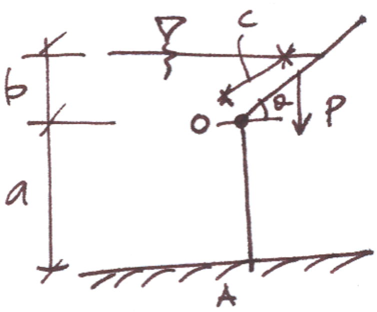
$$[\mu] = M L^{-1} T^{-1} \qquad [\nu] = L^2 T^{-1} \qquad [g] = L T^{-2}$$

$$\mu^\alpha \nu^\beta g^\gamma = \text{adim.}$$

$$M^\alpha L^{-\alpha} T^{-\alpha} \cdot L^{2\beta} T^{-\beta} L^\gamma T^{-2\gamma} = A^0$$

$$\begin{cases} \alpha = 0 \\ -\alpha + 2\beta + \gamma = 0 \\ -\alpha - \beta - 2\gamma = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = 0 \\ \gamma = -2\beta \\ -\beta + 4\beta = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 0 \\ \gamma = 0 \end{cases}$$

ESERCIZIO 5

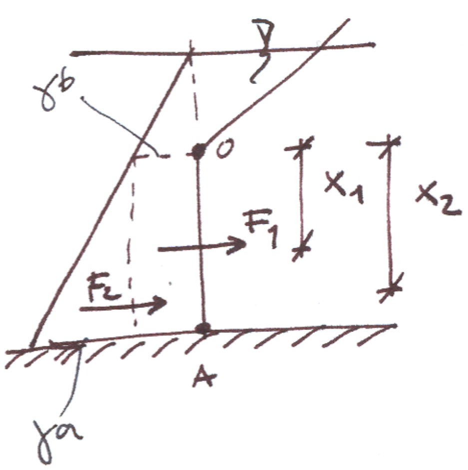


Per trovare l'altezza b per cui la paratoia incernierata in O si apre bisogna imporre l'equilibrio dei momenti rispetto al p.to O

Larghezza L unitaria

$$M_p = M_{OA}$$

$$M_p = M_p \cdot g \cdot c \cdot \cos\vartheta = 204 \cdot 9.81 \cdot 1 \cdot \cos(\pi/6) = 1733 \text{ Nm}$$



$$P_0 = \gamma \cdot b \quad ; \quad P_A = \gamma (b+a)$$

$$F_1 = \gamma b \cdot a \cdot L \qquad x_1 = a/2$$

$$F_2 = \gamma \frac{a}{2} \cdot a \cdot L \qquad x_2 = 2a/3$$

$$M_1^0 = \gamma \frac{b\, a^2 L}{2} = 1226.25 \cdot b \text{ Nm}$$

$$M_2^0 = \gamma \frac{a^3}{3} L = 408.75 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_p = M_2^0 + M_1^0 = 408.75 + 1226.25 \cdot b$$

$$b = \frac{1733 - 408.75}{1226.25} \cong 1.08 \text{ m}$$