Facolta' di Ingegneria
Università degli Studi di Genova

Meccanica dei Fluidi I
Compitino del 31 ottobre 2006

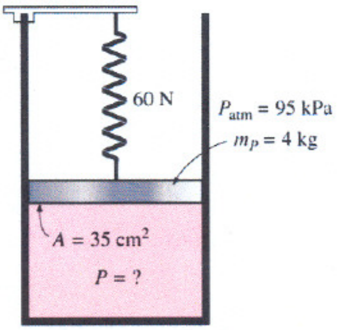
FILA A

Esercizio 1 (3 punti)

Determinare la risalita di kerosene in un capillare di vetro del diametro pari a 0.1mm. Tensione superficiale del kerosene: 0.028N/m; angolo di contatto kerosene-vetro: 26°; densità kerosene: 700 kg/m^3

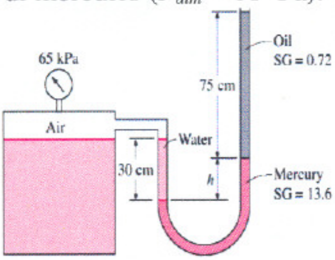
Esercizio 2 (3 punti)

Un gas è contenuto all'interno di un cilindro, chiuso da un pistone che può scorrere senza attrito. La massa del pistone è uguale a 4 kg e la sezione è di 35 cm^2. Una molla in compressione posta sopra il pistone esercita una forza di 60 N. Se la pressione atmosferica è di 95 Kpa, si determini la pressione del gas all'interno del cilindro.



Esercizio 3 (5 punti)

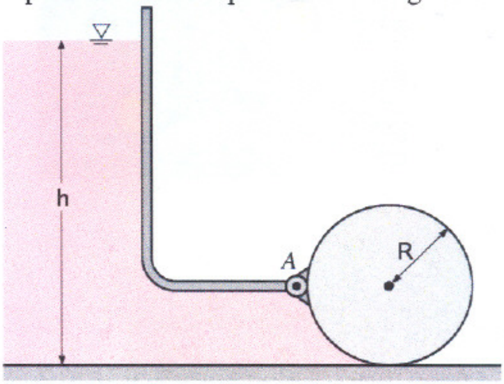
La pressione relativa dell'aria nel serbatoio della figura seguente è di 65 KPa. Determinare la differenza di altezza h tra i due estremi della colonnina di mercurio ($P_{atm} = 10^5$ Pa).



Esercizio 4 (8 punti)

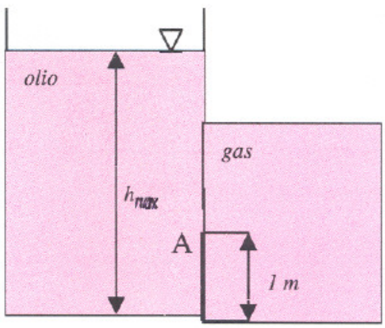
Un lungo cilindro solido di raggio 1 m articolato nel punto A viene usato come valvola automatica. Non appena il livello dell'acqua del serbatoio raggiunge 7 m, il cilindro si apre ruotando attorno ad A. Si determini:

1. la forza idrostatica risultante sul cilindro e la sua linea di azione, quando il cilindro sta per cominciare a ruotare;
2. il peso del cilindro per unità di lunghezza.



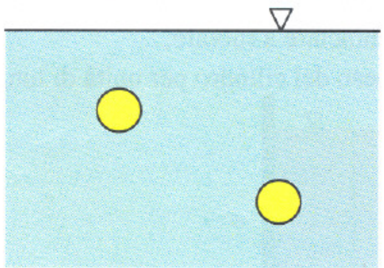
Esercizio 5 (9 punti)

Due serbatoi sono separati da uno sportello rettangolare di altezza pari ad 1 m, incernierato in A. Nel serbatoio di sinistra si trova dell'olio (ρ_{olio} = 780 kg/m^3) in contatto con l'atmosfera a pressione 10^5 Pa. Nel serbatoio di destra si trova un gas in pressione (P_{gas} = 1.2 x 10^5 Pa). Se la profondità dei serbatoi è pari ad 1 m, di quanto si può riempire al massimo il serbatoio di olio prima che lo sportello si apra?



Esercizio 6 (2 punti)

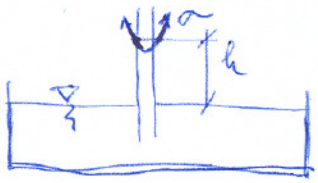
Si considerino due sfere di 5 cm di diametro immerse in acqua a profondità differenti, l'una a 10m e la seconda a 4m. Trascurando la differenza di densità dell'acqua con la profondità, la forza di galleggiamento sulle due sfere sarà la stessa o sarà diversa? Si giustifichi la risposta data.



FILA A

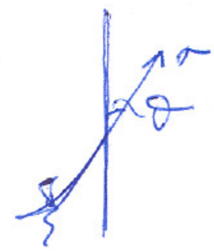
Esercizio 1

L'altezza a cui risale il Kerosene si ottiene imponendo l'equilibrio tra il peso della colonna di liquido e la forza dovuta alla tensione superficiale



$$\pi R^2 \cdot h \cdot \rho \cdot g = 2\pi r \sigma \cos\vartheta$$

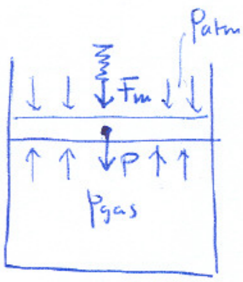
$$\Rightarrow h = \frac{2\sigma\cos\vartheta}{\rho g R}$$



$$h = \frac{2 \cdot 0.028\ N/m \cdot \cos(26°)}{700\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9.81\ \frac{m}{s^2} \cdot \frac{0.1}{1000}\ m \cdot \frac{1}{2}} = 0.147\ m$$

Esercizio 2

Per risolvere l'esercizi bisogna imporre l'equilibrio alle traslazioni



$$P + F_m + F_{atm} = F_{gas}$$

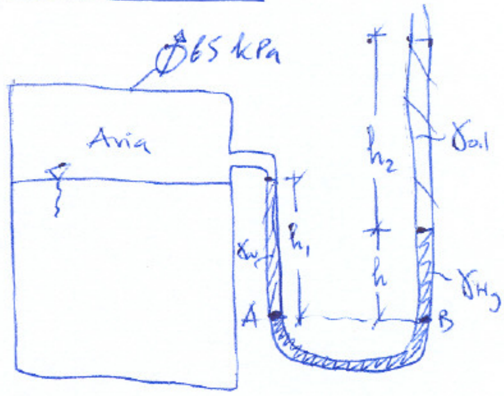
$$P = 4 \cdot 9.81 = 39.24\ N$$

$$F_m = 60\ N$$

$$F_{atm} = 95\ kPa \cdot \frac{35\ cm^2}{100 \cdot 100} = 332.5\ N$$

$$F_{gas} = 39.24 + 60 + 332.5 = 431.74\ N \quad \Rightarrow P_{gas} = \frac{431.74}{\frac{35}{100 \times 100}} = 123.35\ kPa$$

Esercizio 3



Sapendo che nel p.to A e nel p.to B c'è la stessa pressione avremo

$$P_A = P_B$$

$$P_A = P_{aria} + \gamma_w h_1$$

$$P_B = \gamma_{oil} \cdot h_2 + \gamma_{Hg} h$$

$$\gamma_w = 1000\ kg/m^3$$

$$\gamma_{oil} = SG^{oil} \cdot \gamma_w$$

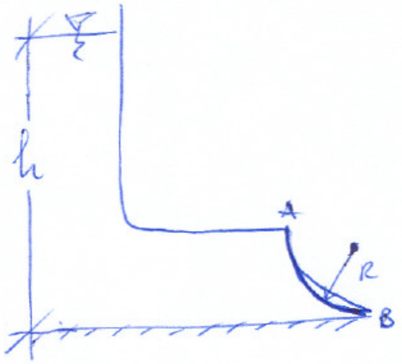
$$\gamma_{Hg} = SG^{Hg} \cdot \gamma_w$$

$$\Rightarrow P_{aria} + \gamma_w h_1 = \gamma_{oil} \cdot h_2 + \gamma_{Hg} \cdot h \quad \Rightarrow h = \frac{P_{gas} + \gamma_w h_2 - \gamma_{oil} h_1}{\gamma_{Hg}}$$

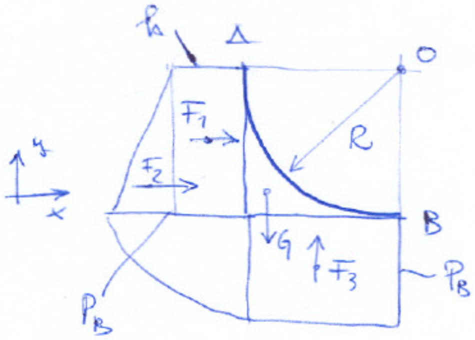
quindi si ottiene $h = \dfrac{65000 + 9810 \cdot 0.3 - 9810 \cdot 0.72 \cdot 0.75}{13.6 \cdot 9810} = 0.47 m$

Esercizio 4

Il cilindro inizia a ruotare quando $h = 7 m$



Per calcolare la forza idrostatica sul cilindro consideriamo la distribuzione di pressione sulla superficie gobba AB



$P_A = \gamma \cdot (h - R)$

$P_B = \gamma h$

La forza risultante F sarà funzione delle singole forze F_1, F_2, F_3 e G

$-F_x + F_1 + F_2 = 0$

$-F_y + F_3 - G = 0$ $\Rightarrow$ $F_x = F_1 + F_2$, $F_y = F_3 - G$

Calcoliamo le singole forze

$F_1 = P_A \cdot R \cdot L = \gamma (h - R) \cdot R \cdot L = 9810 (7 - 1) \cdot 1 \cdot 1 = 58860 N$

$F_2 = \left(\frac{P_B - P_A}{2}\right) \cdot R \cdot L = \gamma \frac{R}{2} \cdot R \cdot 1 = \frac{9810}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 4905 N$

$\Rightarrow F_x = 58860 + 4905 = 63765 N$

$G = \left(R^2 - \frac{\pi R^2}{4}\right) \cdot \gamma \cdot L = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) \cdot 1^2 \cdot 9810 \cdot 1 = 2105 N$

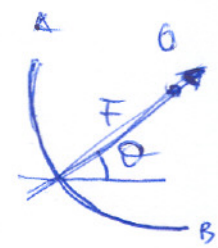
$F_3 = P_B \cdot R \cdot L = \gamma h \cdot R \cdot L = 9810 \cdot 7 \cdot 1 \cdot 1 = 68670 N$

$F_y = F_3 - G = 68670 - 2105 = 66565 N$

$|F| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \simeq 92178 N$

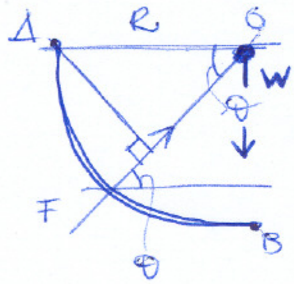
Per calcolare la retta d'azione bisogna determinare l'angolo di inclinazione della forza

$\theta = \operatorname{arctg} \frac{|F_y|}{|F_x|} = \operatorname{arctg} \frac{|66565|}{|63765|} = 46.23°$



La forza passa per il centro del corpo cilindrico

Per determinare il peso del cilindro per unità di lunghezza bisogna imporre l'equilibrio alla rotazione del corpo rispetto al polo A



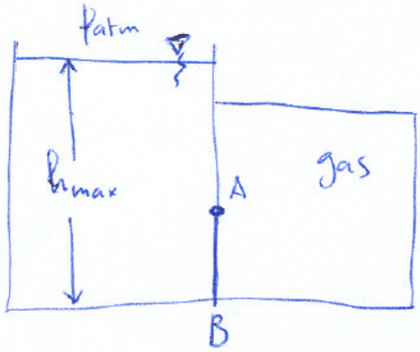
$$F \cdot R \cdot \sin\theta = W_{cil} \cdot R$$

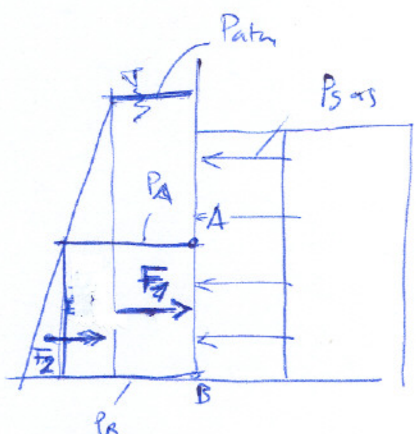
$$\rightsquigarrow \quad W_{cil} = F \cdot \sin\theta = 66564 \text{ N} \quad \text{per unità di lunghezza}$$

$$M_{cil} = \frac{W_{cil}}{g} = 6785 \text{ kg} \quad \rightsquigarrow \quad \rho_{cil} = \frac{M_{cil}}{\pi R^2 L} = 2160 \text{ kg/m}^3$$

Esercizio 5

Per valutare l'altezza massima dell'olio bisogna imporre l'equilibrio della paratoia A-B alla rotazione rispetto al polo A





$$p_A = p_{atm} + \gamma(h_{max} - \overline{AB})$$

$$p_B = p_{atm} + \gamma h_{max}$$

$$F_1 = p_A \cdot \overline{AB} \cdot L = \left[p_{atm} + \gamma(h_{max} - \overline{AB})\right] \overline{AB} \cdot L =$$

$$= \left[10^5 + 780 \cdot 9.81 (h_{max} - 1)\right] \cdot 1 \cdot 1 = 100000 + 7652 h_{max} - 7652 = 7652 h_{max} + 92348 \text{ N}$$

$$x_1 = \frac{\overline{AB}}{2} = 0.5 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \quad M_{F_1} = (7652 h_{max} - 2348) \cdot 0.5 = 3826 h_{max} + 46174 \text{ Nm}$$

$$F_2 = \frac{(p_B - p_A)}{2} \cdot \overline{AB} \cdot L = \gamma \frac{\overline{AB}}{2} \cdot \overline{AB} \cdot L = \frac{780 \cdot 9.81}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 3826 \text{ N}$$

$$M_{F_2} = F_2 \cdot x_2 = 3826 \cdot \frac{2}{3} \overline{AB} = 2551 \text{ Nm}$$

$$F_{gas} = p_{gas} \cdot \overline{AB} \cdot L = 1.2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 1 = 1.2 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$$M_{gas} = F_{gas} \, x_{gas} = 1.2 \cdot 10^5 \cdot \frac{\overline{AB}}{2} = 60000 \text{ Nm}$$

$$\text{Equilibrio} \Rightarrow \quad 3826 h_{max} + 46174 + 2551 = 60000 \quad \rightarrow \quad h_{max} = \frac{60000 - 46174 - 2251}{3826} = 2.95 \text{ m}$$

Esercizio 6

a1

La forza di Archimede su un corpo immerso in fluido di densità ρ_f è pari a $F = \rho_f \, g \cdot V$ dove V è il volume del corpo immerso. Se ρ_f non cambia e il volume V è lo stesso, la forza di galleggiamento delle due sfere è identica.