



Meccanica dei Fluidi I

Compitino del 22 dicembre 2006

Esercizio 1 (3 punti)

Dato il seguente campo di moto

$$U = (5x - 2y^2)i + (5x)j$$

Calcolare il valore dell'accelerazione nel punto $(x, y) = (3, 5)$.

Esiste un punto di ristagno? Se sì, dire dove.

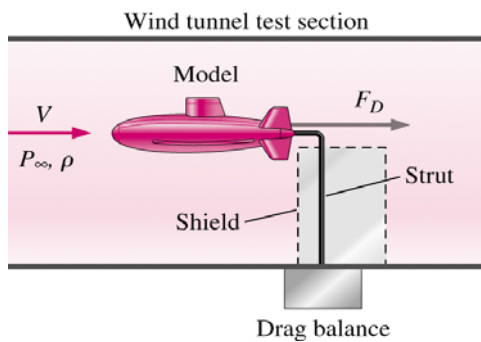
Esercizio 2 (3 punti)

Nel caso dell'esercizio precedente si calcoli il tensore delle velocità di deformazione e delle velocità di rotazione. E' presente vorticità? Se sì, indicarne il valore.

Esercizio 3 (3 punti)

Un piccolo razzo sperimentale a combustibile solido di peso a vuoto pari a 40 kg ha un effusore con sezione critica trasversale A_c pari a 0.02 m². La velocità relativa del gas che scorre attraverso la sezione critica è 600 m/s, e la densità vale 1.5 kg/m³. Quando il razzo parte ha una massa iniziale totale (razzo + combustibile) uguale a 1600 kg. Dopo quanto tempo il razzo avrà esaurito il carburante?

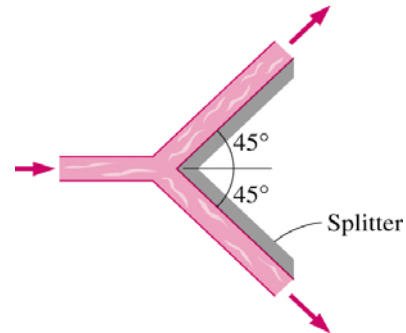
Esercizio 4 (7 punti)



Un piccolo sottomarino a propulsione umana deve essere realizzato con i seguenti requisiti: lunghezza = 2.24 m, velocità di crociera in immersione = 0.560 m/s. Il prototipo deve essere testato in acqua a 15°C e pressione atmosferica ($\rho = 999.1 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.138 \times 10^{-3} \text{ Kg/m}\cdot\text{s}$). Viene costruito un modello in scale 1:24 per una serie di misure della resistenza all'avanzamento F_D in galleria del vento, utilizzando uno schermo speciale per evitare che la scia del supporto vada ad influire sulla resistenza aerodinamica. L'aria nella galleria del vento è alla temperatura di 25°C e a pressione atmosferica ($\rho = 1.184 \text{ kg/m}^3$, $\mu = 1.849 \times 10^{-5} \text{ Kg/m}\cdot\text{s}$).

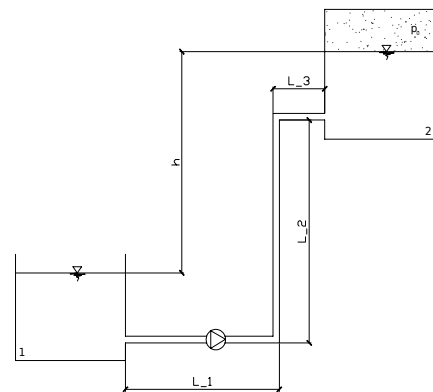
1. A che velocità deve essere messo in movimento il modello perché ci sia similitudine dinamica?
2. Valutare la scala di riduzione delle forze.

Esercizio 5 (5 punti)



Un getto d'acqua di 50 m³/s con una velocità media di 10 m/s scontra contro un separatore di flusso che devia metà del flusso verso l'alto a 45°, e l'altra metà verso il basso. Entrambi i flussi mantengono una velocità di 10 m/s. Perché è possibile che i due flussi prodotti dal separatore abbiano la stessa velocità del getto originario? Trascurando gli effetti gravitazionali, si determini la forza necessaria a mantenere fermo il separatore di flusso.

Esercizio 6 (8 punti)



Determinare il diametro necessario a far defluire una portata di 50 litri al secondo di acqua dal serbatoio 1 al serbatoio 2, sapendo che la prevalenza fornita dalla pompa è pari a 25 metri, $L_1=10\text{m}$, $L_2=25\text{m}$, $L_3=5\text{m}$, $p_0=40\text{kPa}$, $y_f=1\text{mm}$, $h=20\text{m}$. Valutare la potenza necessaria a far funzionare la pompa se il suo rendimento è pari al 85%. Disegnare le linee dei carichi.

Esercizio 7 (4 punti)

Enunciare il teorema di Bernoulli per le correnti, dopo aver illustrato le ipotesi necessarie.

22 Dicembre 2006

ESERCIZIO 1

$$\underline{a} = \frac{d\underline{U}}{dt} = \frac{\partial \underline{U}}{\partial t} + \underline{U} \cdot \nabla \underline{U}$$

$$\underline{U} = (u, v) = (5x - 2y^2, 5x)$$

$$a_x = \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z}$$

Nota che $w = \emptyset$

$$a_y = \frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z}$$

$$a_x = \emptyset + (5x - 2y^2)5 + 5x(-4y)$$

$$a_y = \emptyset + (5x - 2y^2)5 + 5x(\emptyset)$$

$$\text{In } (x, y) = (3, 5)$$

$$a_x = (15 - 50)5 + 15(-20) = 35 \cdot 5 - 300 = -475$$

$$a_y = (15 - 50)5 = -175$$

Il punto di ristagno si trova imponendo $\underline{U} = (u, v) = \emptyset$

$$\begin{cases} u = 5x - 2y^2 = 0 \\ v = 5x = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} x = 0 \\ \rightarrow 2y^2 = 0 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 5 \quad \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -4y \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 5$$

$$\underline{\Gamma} = \begin{bmatrix} 5 & \frac{1}{2}(-4y + 5) \\ \frac{1}{2}(5 - 4y) & 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\Omega} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{2}(5 + 4y) \\ \frac{1}{2}(5 + 4y) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\omega = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = 5 + 4y \quad \text{Vorticit\`a}$$

ESERCIZIO 3

$$\text{Massa combustibile} = 1600 - 40 = 1560 \text{ kg}$$

$$\text{Portata dall'effusore} = 600 \cdot 0.02 = 12 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Portata massica} = 12 \cdot 1.5 = 18 \text{ kg/s}$$

$$t = \frac{1560}{18} \approx 87 \text{ secondi}$$

ESERCIZIO 4

Similitudine dinamica $Re_m = Re_p$

$$\frac{U_m L_m}{\nu_m} = \frac{U_p L_p}{\nu_p}$$

$$\nu_m = \frac{\mu_m}{\rho_m} = \frac{1.849 \cdot 10^{-5}}{1.184} = 1.561 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$$

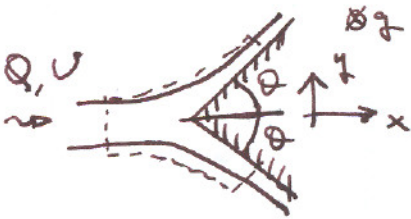
$$\nu_p = \frac{\mu_p}{\rho_p} = \frac{1.138 \cdot 10^{-3}}{999.1} = 1.139 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$$

$$W = \frac{\nu_m}{\nu_p} \approx 13.71$$

$$U_m = \frac{L_p}{L_m} \frac{\nu_m}{\nu_p} U_p = \frac{1}{\lambda} \cdot W \cdot U_p = 24 \cdot 13.71 \cdot 0.560 \approx 184 \text{ m/s}$$

$$\varphi = \frac{\rho_m U_m^2 L_m^2}{\rho_p U_p^2 L_p^2} = \frac{1.184}{999.1} \cdot \left(\frac{184}{0.560}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{24}\right)^2 \approx 0.222$$

ESERCIZIO 5



$$I + M_u - M_i = G + \Pi$$

Applico il ~~teorema~~ Principio QdM al volume di controllo lungo x

$I_x = 0$ poiché moto stazionario

$G_x = 0$ poiché \perp al piano

$$M_u^x = 2 \rho \frac{Q}{2} U \cdot \cos \theta \quad M_i^x = \rho Q U \quad \Pi_x = -F_x \Rightarrow$$

$$-F_x = \rho Q U \cos \theta - \rho Q U \Rightarrow F_x = \rho Q U (1 - \cos \theta)$$

$$F_x = 1000 \cdot 50 \cdot 10 \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \approx 146.4 \text{ kN}$$

ESERCIZIO 6

Il funzionamento dell'impianto è retto dall'equazione delle ceneri:

$$h_p = \Delta H + \frac{v^2}{2g} \left[0.5 + \lambda \frac{(L_1 + L_2 + L_3)}{D} + 1 + 1 + 1 \right]$$

$H_1 = 0$ se l'asse di riferimento θ giace sulla superficie libera del serbatoio 1

$$H_2 = 20 + \frac{40000}{9810} = 24.08 \text{ m}$$

Iterando sul valore del diametro

3

D(m)	$\Omega(m^3)$	U(m/s)	Re	ϵ	λ	$h_p - \Delta H - \frac{v^2}{2g} [\dots]$
0.100	0.00785	6.37	63662	0.01	0.038	-37.705
0.150	0.01767	2.83	424413	0.00667	0.033	-4.138
0.200	0.031416	1.60	318310	0.005	0.031	-0.321
0.250	0.049087	1.02	254648	0.004	0.029	0.493

Il diametro è compreso quindi tra 0.2 e 0.25 m

La potenza da fornire alla pompa si valuta attraverso la relazione

$$P_c = \gamma Q H = 9810 \cdot 0.05 \cdot 25 = 12262.5 \text{ W}$$

$$P_p = \frac{P_c}{\eta} = \frac{12262.5}{0.85} \approx 14426.5 \text{ W}$$

